

新北市國小數學領域核心素養導向教學活動設計表 113.3.6

單元名稱：長方體與正方體的體積

本節教學主題：認識長方體的體積公式

節數：共 5 節，本節為第 1 節

授課年級：五 年級

設 計 者：林心怡

共備社群成員：新北市國小數學輔導團

一、教材與學生分析

(一)本單元對應之課程綱要學習重點

學習表現	學習內容
<p>n-III-11 認識量的常用單位及其換算，並處理相關的應用問題。</p> <p>s-III-4 理解角柱（含正方體、長方體）與圓柱的體積與表面積的計算方式。</p> <p>r-III-3 觀察情境或模式中的數量關係，並用文字或符號正確表述，協助推理與解題。</p>	<p>N-5-14 體積：「立方公尺」。簡單實測、量感、估測與計算。 備註：不用複名數進行計算。1 立方公尺與 1 立方公分的換算較龐雜，不須評量。</p> <p>S-5-5 正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。正方體與長方體的體積公式。備註：能算長方體的表面積，但不記成公式。</p> <p>R-5-3 以符號表示數學公式：國中代數的前置經驗。初步體驗符號之使用，隱含「符號代表數」、「符號與運算符號的結合」的經驗。應併入其他教學活動。 備註：藉由幾何圖形的面積與體積公式較易進行。也可在分數乘法中運用。本條目並非取代「文字表示公式」(R-4-3)，後者較易理解之優點仍可保持。</p>

(二)本單元學習目標

1. 理解長方體、正方體體積的計算公式。
2. 認識體積單位「立方公尺」，並做實測及估測。
3. 計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。

(三)本單元學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 認識體積，經驗體積保留概念。 2. 利用個別單位進行體積的比較；認識體積單位「立方公分」，並進行體積的實測。 3. 點數以「1 立方公分」為單位堆疊的形體體積。	1. 對體積公式流於文字形式上的背誦，而非真正的理解。 2. 計算簡單複合形體的體積時，對需要推理出未提供的條件解題產生困難。

(四)本節教材研究分析

關於本節課「認識長方體的體積公式」中，十二年課綱數學領綱學習內容及課程手冊說明詮釋如下：

◆領綱學習內容：

S-5-5 正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。正方體與長方體的體積公式。

◆課程手冊說明：

在 N-4-12 中，學生已理解如何點數積木來計算體積。本條目則開始學習常見立體形體的體積，先從最簡單的正方體與長方體開始，在整數邊長的情況，巧妙利用堆疊的過程，學習如何以乘法快速計算體積，並得到如下公式，若有圖形約定，也可用符號表示公式（R-5-3）。

正方體體積＝邊長×邊長×邊長

長方體體積＝長×寬×高

在112學年度翰林版的教師手冊中特別提到，評量學生是否真正理解長方體體積公式的意義，可分成下列兩種命題方式：

(1) 題幹或圖示中，只給長、寬、高三條邊的邊長。

(2) 題幹或圖示中，提供多餘訊息的邊長，例如：標出 2 個長邊、2 個寬邊、2 個高邊。

由於(1)學生只要有背誦公式，並能做乘法計算，不須理解長、寬、高的意義就能進行解題。但(2)就考驗學生是否能掌握長方體的長、寬、高的概念，才能應用公式計算解題。

在112學年度康軒版的教師手冊中也提到，所謂某條邊是長(寬、高)的說法，並不是指長方體上某條特定的邊被定義為長(寬、高)，也不是在固定某一個底面的情況下，某條特定的邊被定義為長(寬、高)。長(寬、高)只是我們用來溝通長方體相互垂直三邊的約定用詞。長方體體積公式其實就是其相互垂直三邊的長度相乘而已，只要能分辨出這三段長度即可，「長、寬、高在哪裡？」並不影響面積與體積的計算，長、寬、高的位置也會因擺放方式或視線方向不同而有所改變，因此也沒有定義的必要，也沒有數學意義。

☛教材分析後問題思考：

1. 如何透過情境設計及提問，讓學生產生認識長方體的「長、寬、高」名詞需求感，且更能理解此三邊對計算體積的意涵？
2. 在學生可能使用不同的點數方式下，如何引導出計算長方體體積的一般化公式紀錄？

基於上述，筆者思考本節課教學的設計以點數體積的舊經驗連結一般化公式的產生進行探究及歸納學習。本節課預計從學生已知點數「1 立方公分」的舊經驗，在面對教師提供未有公分刻度切割積木的體積問題時，試著自行運用周邊工具探究解決方法，透過圖示及實體積木學具堆疊及測量操作，感受點數體積的歷程與長方體邊長之間的關係，進而理解長方體中「長、寬、高」的意義及體積的一般化公式。最後，利用建構反應題進行評量確認學生對公式的理解及應用。

二、各節次學習活動設計

節次	單元學習目標	各節活動目標
一 (本節演示)	認識長方體的體積	1-1 透過操作，理解長方體中其中三邊長度對計算體積的重要性。 1-2 認識長方體的「長、寬、高」名詞及體積公式。 1-3 應用長方體的體積公式。
二	認識正方體的體積	2-1 透過操作，理解正方體中只需要三個邊長相乘即可計算體積。 2-2 透過長方體的體積公式擴展類推至正方體體積公式的認識。 2-3 解決題幹或圖示中，長方體或正方體某一邊的邊長單位與其他邊不同的體積問題。
三	認識 1 立方公尺	3-1 認識體積單位「立方公尺」。 3-2 以立方公尺為單位做相關的實測與估測。 3-3 認識 1 立方公尺 = 1000000 立方公分。 3-4 透過正方體或長方體的體積，進行立方公尺和立方公分的換算活動。
四	簡單複合形體的體積(一)	4-1 能將複合形體看成是幾個正方體或長方體的「切割」或「填補」關係。 4-2 透過操作，幾何推理出複合形體中求算體積所需的邊長。
五	簡單複合形體的體積(二)	5-1 透過切割或填補，計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。 5-2 欣賞解決複合形體體積多元的方法，並能應用運算律簡化計算。

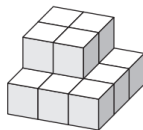
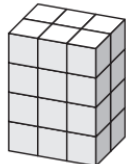
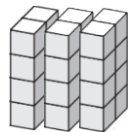
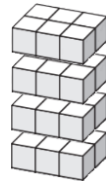
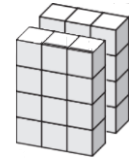
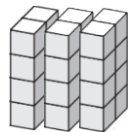
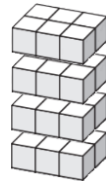
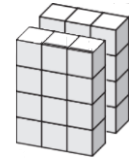
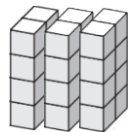
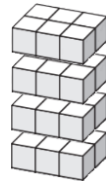
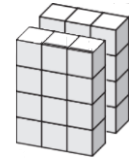
三、本節課的學習活動

(一)素養導向的課程與教學設計說明

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容設計的關聯說明
轉	<input type="checkbox"/> 轉 1 情境問題轉化 <input checked="" type="checkbox"/> 轉 2 新舊經驗銜接 <input checked="" type="checkbox"/> 轉 3 數學概念連結	轉 2:連結學生已知的堆疊及點數白色積木「1 立方公分」的舊經驗，複習本節體積公式的探究基礎。 轉 3:連結乘法算式的表徵紀錄，協助學生發現算式的共同性以理解體積公式的意義。
做	<input checked="" type="checkbox"/> 做 1 概念操作理解 <input checked="" type="checkbox"/> 做 2 解題策略探究 <input checked="" type="checkbox"/> 做 3 數學語言溝通	做 1:透過圖示及實體積木學具堆疊及測量操作，感受點數體積的歷程與長方體邊長之間的關係。 做 2:在解決未有公分刻度切割積木的體積問題時，需運用周邊工具自行探究解決方法。 做 3:使用各種表徵或數學語言紀錄探究結果及發表說明。
得	<input checked="" type="checkbox"/> 得 1 思考能力提升 <input checked="" type="checkbox"/> 得 2 解題態度培養 <input checked="" type="checkbox"/> 得 3 共同學習增能	得 1、3:透過各組間及小組內分享及討論，欣賞多元的思考方式，並針對不同想法提出合理質疑並修正想法，互相學習擴展所知，獲得新觀點。 得 2:透過問題探究學習，培養數學思考與推理的學習方法及態度。 得 3:透過多種學習組合形式(個人思考、兩人一組、四人一組、全班討論)，建立每位學生都能獨立思考問題的能力，並在合作討論中學習到分享思考促進互相學習的態度。

(二)第 1 節學習活動的設計

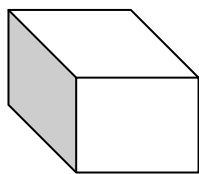
階段	探究情境及學習活動設計	關鍵提問設計(A) A1 呈現事實的提問 A2 引發探究的提問 A3 分析推論的提問 A4 延伸連結的提問 A5 歸納統整的提問	學習表徵(R) R1 實際情境 R2 具體操作物 R3 圖像模型 R4 書寫符號 R5 口說語言 操作學具(T) T1 實體學具 T2 虛擬學具	對應素養導向教學 設計要點 (轉、做、得)
導入活動	【導入活動】 透過點數白色積木「1 立方公分」複習描述體積的舊經驗，以及用乘法簡化點數長方體體積的有效策略。 ◆探究情境設計：			

	<p>1. 請學生用積木排出下列形體，並回答它們的體積各是多少立方公分？</p> <p>① </p> <p>② </p> <p>2. 教師請學生用算式表示點數的方式及結果，並引導學生發現有規則的形體(長方體)簡單直接乘法紀錄體積的點數結果。</p> <p>◆學習活動： 個人學習單→兩人分享→全班討論。</p>	<p>A3:它的體積是多少立方公分?你是怎麼數共有幾個「1 立方公分」呢?</p> <p>A1、A3:這兩個形體哪一個體積的算式只需要用一個乘法算式紀錄就可以?為什麼?</p>	<p>T1、R2:提供實體白色積木，兩人一組共同操作排出指定的立體形體，提供可點數的具體表徵。</p> <p>R4:請學生用算式表示點數的方式，表徵出不同的點數方式，方便後續歸納討論。</p>	<p>轉 2: 連結學生已知的堆疊及點數堆疊及點數白色積木「1 立方公分」的舊經驗。</p> <p>做 1:透過實體積木堆疊，感受有規則(長方體)及無規則(複合形體)的形體點數及計算體積的方式差異。</p>						
開展活動	<p>【開展活動一】連結計算長方體時積木堆疊過程以及乘法算式紀錄之間的關係，以利後續建構長方體邊長與積木堆疊之間的心像操作。</p> <p>◆探究情境設計：</p> <p>1. 透過歸納學生用乘法算式所表徵出的不同的點數方式，分層的動態堆疊，連結算式表徵。</p> <p>2. 從實體積木表徵連結算式表徵中，理解計算同一個長方體的體積可以有不同的點數方式及能用「幾個、幾排、幾層」說明算式紀錄。</p> <p>◆學習活動:全班討論。</p>	<p>A1:這些不同點數方式的乘法算式，都能表示出同一個長方體的體積嗎?為什麼?</p> <p>A1:說說看，你們紀錄的這些算式代表什麼意思?(一排有幾個?有幾排?有幾層?)</p>	<p>R4、R5:請學生說明乘法算式中數字的意義。</p> <p>T1、R2、R4:以不同分層的動態堆疊(學生口語說明，教師同步利用實物投影機動態操作展示)，連結算式表徵。</p> <table><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$(2 \times 4) \times 3$</td><td>$(3 \times 2) \times 4$</td><td>$(3 \times 4) \times 2$</td></tr></table>				$(2 \times 4) \times 3$	$(3 \times 2) \times 4$	$(3 \times 4) \times 2$	<p>得 1:透過不同的點數方式及算式表徵，互相學習擴展所知，獲得新觀點。</p>
										
$(2 \times 4) \times 3$	$(3 \times 2) \times 4$	$(3 \times 4) \times 2$								

【開展活動二】透過探究問題引出認識長方體中長、寬、高的需求，並從計算長方體的乘法算式中歸納出長方體體積的一般化公式。

◆探究情境設計：

1. 請學生回答桌上長方體的體積是多少立方公分？



2. 學生解題過程中，教師收集學生不同的做法，並於全班討論時呈現。(當學生出現測量邊長解題時，可以提問 A3-1，若都沒有出現，則提問 A3-2)
3. 呈現長方體及白色積木堆疊的長方體圖示，連結「幾個、幾排、幾層」堆疊過程與邊長之間的關係。
4. 以學生的乘法計算體積呈現的算式進行討論，並認識「長、寬、高」名詞。(乘數可能有不同位置的呈現)

A2: 這個長方體沒有「1 立方公分」可以數，我們可以知道它的體積嗎？有什麼方法可以知道？一樣可以用乘法算式紀錄體積嗎？請將討論的方法和結果紀錄在小組學習單上，並寫下答案。

A3-1: 長方體有 12 個邊，每條邊都要測量嗎？為什麼？你怎麼知道要測量哪些邊？

A3-2: 如果沒有白色積木時，還有什麼方法可以知道它的體積呢？

A3: 觀察一下大家的乘法算式紀錄，有沒有發現算式中代表「一排幾個、有幾排、有幾層」的數字和長方體的那些邊長有關呢？

T1、R2: 每位學生提供一個長、寬、高為 3、4、5 公分(未標示)的立體長方塊(可運用附件)，學生自行運用手邊工具(白色積木或公分刻度尺)探究找出體積的方法。

R3、R4: 學生將想法及結果紀錄在白紙上，可能會透過圖像或乘法算式作為溝通計算體積的表徵模式進行討論。

R5: 請學生說明所寫乘法算式的意義，以及與邊長之間的關係。

R3、R4: 以 PPT 呈現長方體及白色積木堆疊的長方體圖示，連結積木堆疊「幾個、幾排、幾層」與邊長之間的關係，再以乘法算式溝通計算體積的意義。最後透過透視圖進行「長、寬、高」的命名，並整理出以中文表示長方體的體積公式(長方體體積＝長×寬×高)

做 1: 透過圖示及實體積木學具堆疊及測量操作，感受點數體積的歷程與長方體邊長之間的關係。

做 3: 使用各種表徵或數學語言紀錄探究結果及發表說明。

得 1: 透過共享小組內討論結果進行全班討論，互相學習擴展所知，獲得新觀點。

得 1、3: 透過各組間及小組內分享及討論，欣賞多元的思考方式，培養數學思考與推理的學習方法及態度。

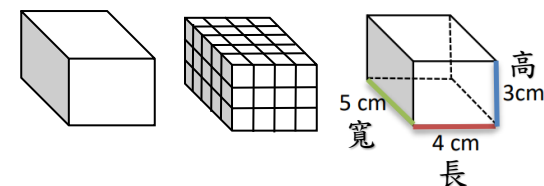
5. 教師引導出用文字記錄一般化公式
「長方體體積＝長×寬×高」。

6. 回到開展活動一的圖示，用體積公式討論長方體的「長、寬、高」。

◆學習活動：

1. 個人思考→兩人小組探究問題(小組學習單)。
2. 全班討論。
3. 個人統整歸納(個人學習單)。

A3:我們重新回來看這個長方體，你能找出這個長方體的「長、寬、高」嗎?請在最後一個圖上標示出「長、寬、高」以及它們的長度。



$$(5 \times 3) \times 4$$

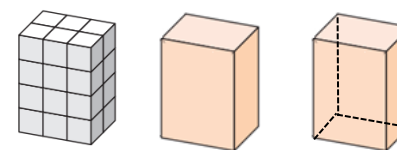
$$(3 \times 4) \times 5$$

$$(4 \times 5) \times 3$$

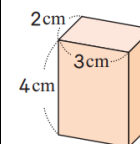
$$4 \times 5 \times 3 = 60 \text{ (cm}^3\text{)}$$

長方體體積＝長×寬×高

R3:連結視圖及透視圖，讓學生嘗試在透視圖上標示出長方體的「長、寬、高」及長度。



R3、R4:圖示連結「長、寬、高」及長方體公式。



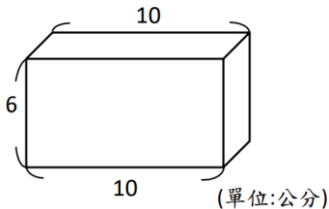
長方體體積

$$= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高}$$

$$= 3 \times 2 \times 4 = 24 \text{ (cm}^3\text{)}$$

R3、R4:讓學生運用圖示、算式或文字說明對體積公式的歸納及理解。

轉 3: 連結乘法算式的表徵紀錄，協助學生發現算式的共同性以理解體積公式的意義。

<p>深化活動</p>	<p>【評量活動】評量學生是否理解長方體體積公式的意義。</p> <p>◆探究情境設計：</p> <p>評量題:黑板上畫了一個長方體，並標示了三個邊長的長度，如右圖。老師問學生可以算出長方體的體積嗎？</p> <div data-bbox="302 399 629 608">  </div> <p>小威的做法：</p> <p>長方體有三個邊長就可以算體積</p> $6 \times 10 \times 10 = 600$ <p>答：長方體的體積是 600 立方公分。</p> <p>你認為小威的做法正確嗎？請寫出你的理由。</p> <p>★挑戰題:小華只有 110 個「1 立方公分積木」，他堆成了一個最大的長方體，你知道這個長方體的長、寬、高各是多少公分？這個最大的長方體共用了幾個 1 立方公分積木？把你判斷的想法寫下來。</p> <p>◆學習活動：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 個人思考→小組討論。 2. 全班討論。 	<p>個人評量題(提問略)</p> <p>(本課堂評量的目的除了了解學生對長方體體積公式的理解，同時讓學生透過作答進行歸納統整的說明)</p>	<p>R4:文字及圖示符號布題</p> <p>R3、R4:學生可用圖示、文字或算式說明結果。</p>	<p>做 3:使用各種表徵或數學語言紀錄解題結果。</p> <p>得 2:每位學生都能獨立思考問題的能力，透過多元的解題紀錄中分享思考，促進互相學習的態度。</p>
-------------	--	---	--	--