

新北市 107 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

一、試題內容及評閱規準：

分年細目	5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。		知識向度	數與計算
評量內涵	能利用分數乘法(乘數為分數)解決生活中的問題。		認知層次	程序執行
試題內容	<p>同樂會時，老師買了好多盒餅乾，每盒有 72 片；將餅乾平分給全班同學，班上有 4 組、每組有 6 人，每組可得到 2 盒。小明把分到的餅乾吃了$\frac{1}{2}$後，剩下的帶回家和家人分享，他帶了幾盒餅乾回家？寫下你的做法及答案。</p> <p>作答欄：</p> <p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家？ (2) 我的做法：</p>			
評閱規準	類別	評閱說明	評閱舉隅	
	2A	利用每組分到的盒數進行解題，並能正確回答答案。	利用每組分到的盒數算出每人可分到的盒數，再算出帶回家的盒數。例： $2 \div 6 = \frac{2}{6}$ $\frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ 答： $\frac{1}{6}$ 盒	
	2B	利用每組分到的餅乾總片數進行解題，並能正確回答答案。	利用每組餅乾總片數算出每人可分到的餅乾片數，接著算出帶回家的餅乾片數再換算成盒數。例： $72 \times 2 \div 6 = 24$ $24 \times \frac{1}{2} = 12$ $12 \div 72 = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$ 答： $\frac{12}{72}$ 盒($\frac{1}{6}$ 盒)	
	2C	利用分給全班的餅乾總片數進行解題，，並能正確回答答案。	利用分給全班的餅乾總片數算出每個人可得到的餅乾數，接著算出帶回家的餅乾片數再換算成盒數。例： $72 \times 2 \times 4 = 576$ $576 \div 4 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$ $12 \div 72 = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$ 答： $\frac{12}{72}$ 盒($\frac{1}{6}$ 盒)	
1A	能正確算出帶回家的片數，但未能以盒為單位正確回答答案。	利用每組分到的盒數算出每個人可得到的餅乾數，接著算出帶回家的餅乾片數，但未能將餅乾片數換算成盒數。例： $72 \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = 12$ 答：12 片		

		<p>利用分給全班的餅乾總片數(或全班的餅乾總片數)算出每個人可得到的餅乾數，接著算出帶回家的餅乾片數，但未能將餅乾片數換算成盒數。例：</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px;"> $72 \times 2 \times 4 = 576$ $576 \div 4 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$ </td> <td style="padding: 5px;"> $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$ </td> </tr> </table> <p>答:12 片</p>	$72 \times 2 \times 4 = 576$ $576 \div 4 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$	$72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$
$72 \times 2 \times 4 = 576$ $576 \div 4 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$	$72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$			
1B	答案正確，但說明或解法錯誤。	<p>算出每人可分到的餅乾片數，接著算出帶回家的餅乾片數再換算成盒數。但在解題過程有錯誤，如下面例子所示：</p> $12 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ 。例： $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$ $12 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ 答: $\frac{1}{6}$ 盒		
1C	答案正確，但說明或算法空白。。			
0A	答案錯誤，使用錯誤的每盒餅乾片數進行換算。	<p>能正確算出帶回家的片數，但換算成盒數時，每盒的片數未使用 72 片來計算，而以算出的每組分到的餅乾總數當成一盒的量進行換算。例：</p> $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$ $12 \div 144 = \frac{12}{144}$ (或 $12 \div 24 = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$) 答: $\frac{12}{144}$ 盒 (或 $\frac{12}{24}$ 盒)		
0B	答案錯誤，能正確算出帶回家的片數，但不能理解題目中「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後」的 $\frac{1}{2}$ 的意思。	<p>能正確算出帶回家的片數，但將題目中「小明把分到的餅乾吃了$\frac{1}{2}$後」的$\frac{1}{2}$當作$\frac{1}{2}$盒或$\frac{1}{2}$片，故以減法進行解題。例：</p> $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 \div 2 = 12$ $12 - \frac{1}{2} = 11\frac{1}{2}$ 答: $11\frac{1}{2}$ 盒		
0C	答案錯誤，不能正確解題。	<p>不能理解題意，無法依題意進行解題。例：</p> $2 - \frac{1}{2} = 1$ 答: 1 盒		

	0D	答案錯誤或空白，計算不完整或錯誤。	
	99	空白	

二、評閱結果及教學建議：

(一)本題學生作答情形

類型	2			1			0					合計
	2A	2B	2C	1A	1B	1C	0A	0B	0C	0D	99	
人數	13	75	3	1	14	2	42	8	165	14	58	共 395 人
百分比(%)	3.3	19.0	0.7	0.3	3.5	0.5	10.6	2.0	41.8	3.6	14.7	
人數	91			17			287					
百分比(%)	23.0			4.3			72.7					

依上表作答表現可看出約有二成三的學生為 2 分類型，不到一成的學生為 1 分類型，約七成三的學生為 0 分類型。2 分類型的學生佔 23.0%，其中約八成二學生以每盒餅乾的「片」數來解題且正確回答問題，一成四的學生以「盒」來解題且正確回答問題，還有少數學生會運用題目中的所有解題訊息進行解題且正確計算出答案；1 分類型的學生佔 4.3%，其中約八成的學生能正確回答問題，但在解題過程有算式書寫格式錯誤情形，如 $144 \div 6 = 24 \div 2 = 12$ ，約二成的學生能正確列式，但有計算錯誤或單位錯誤的情形；0 分類型的學生佔 72.7%，其中約六成五的學生因無法理解題意或誤以為題目中「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後」的 $\frac{1}{2}$ 的意思是 $\frac{1}{2}$ 盒或 $\frac{1}{2}$ 片，而無法正確解題，約二成的學生留下空白或部分作答，約一成五的學生未能使用題目中「每盒有 72 片」的訊息，正確的將片數換算成盒數。

(二) 學生答題類型分析

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
2	2A		利用每組分到的 2 盒算出小明分到的盒數，再依「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 」訊息正確算出小明帶回家 $\frac{1}{6}$ 盒。
	2B		利用每組分到 144 片的餅乾進行解題，正確算出小明帶回家 24 片，再依「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 」訊息算出帶回家 12 片，再轉換成 $\frac{1}{6}$ 盒。
	2C		利用分給全班的餅乾總數 576 片進行解題，正確算出小明帶回家 24 片，再依「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 」訊息算出帶回家 12 片，再轉換成 $\frac{1}{6}$ 盒。
1	1A		能正確算出帶回家 12 片餅乾，但未能以盒為單位正確回答答案。
	1B		能正確算出小明分到 24 片餅乾，但在算出帶回家的餅乾數及換算盒數時，出現錯誤答案及列式： $24 \div \frac{1}{2} = 12 = \frac{12}{2}$ 。
			不理解題意，作法錯誤，但答案正確。

	1C	<p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家? A $\frac{1}{2}$ 盒</p> <p>(2) 我的做法:</p>	未說明做法，但答案正確。
0	0A	<p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家? $\frac{12}{144}$ 盒</p> <p>(2) 我的做法: $4 \times 2 = 8$ $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 \div 2 = 12$ $12 \div 144 = \frac{12}{144}$</p>	能正確算出帶回家的餅乾為 12 片，但在換算成盒數時，沒有正確使用每盒 72 片來計算卻以 144 片來計算。
	0B	<p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家? $\frac{1}{2}$ 盒</p> <p>(2) 我的做法: $4 \times 6 = 24$ $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 - \frac{1}{2} = 23\frac{1}{2}$</p>	能正確算出小明分到餅乾 24 片，但不理解題目中「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 」的 $\frac{1}{2}$ 的意思，誤以為是 $\frac{1}{2}$ 盒，以減法進行解題且單位混淆為盒。
	0C	<p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家? $\frac{13}{12}$ 盒</p> <p>(2) 我的做法: $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 26$ $26 \div 2 = 13$ $13 \div 12 = \frac{13}{12}$</p>	能依題意列式，但解題過程中發生計算及列式錯誤的情形： $144 \div 6 = 26 \div 2 = 13$ ，以致答案錯誤。
	0C	<p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家? 6 盒</p> <p>(2) 我的做法: $6 \times 4 = 24$ $24 \times \frac{1}{2} = 12$ $24 - 12 = 12$ $12 \div 2 = 6$</p>	雖然理解題目中「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 」的 $\frac{1}{2}$ 的意思，但卻不能理解其他解題訊息。
	0C	<p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家? $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ $\frac{1}{2} = 1$ 盒 A: 1 盒</p> <p>(2) 我的做法: 因為有兩盒，小明吃了 $\frac{1}{2}$ 盒，所以用 $2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$</p>	不理解題意及題目中「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 」的 $\frac{1}{2}$ 的意思，以 $\frac{1}{2}$ 盒解題。
0D	<p>(1) 小明帶了幾盒餅乾回家? 3.5 盒</p> <p>(2) 我的做法:</p> <p>1) 小明帶了幾盒餅乾回家? 2) 我的做法: $72 \times 2 = 144$ $144 \div 6 = 24$ $24 \div 72 = \frac{1}{3}$</p>	答案錯誤或未寫，解題過程不完整或錯誤。	
0X			空白

1. 學生正確的多元解題策略：

從 2 分類型中學生都能理解題意並進行解題，從學生的解題策略發現可分為二類：

(1) 以「盒」數為單位進行解題

少數學生能依題意「帶回幾盒」，直接利用題目中與「盒」數相關的解題訊息進行解題；「每組分到 2 盒」、「每組 6 人」算出每人可以得到的盒數，再依「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後，剩下的帶回家」算出小明帶回家的盒數。

(2) 以「片」數為單位進行解題

大多數學生會以「片」數為單位進行解題，他們的解題的策略也有些許不同，又分為二類：

- ① 較多的學生使用「每組所分到的片數」進行解題，他們會利用題目中「每盒 72 片」、「每組分到 2 盒」的解題訊息求出每組所分到的餅乾片數，由「每組 6 人」的解題訊息求出每人分到餅乾的片數，在依「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後，剩下的帶回家」的解題訊息算出帶回家的餅乾片數，最後依「帶回幾盒」的解題訊息將帶回的餅乾片數換算成盒數。
- ② 只有少數學生是利用「總餅乾片數」解題，他們會使運用到題目中所有的解題訊息進行解題，首先會以「班上有 4 組、每組有 6 人」求出餅乾總片數，接著再以「班上有 4 組、每組有 6 人」求出每人可分到幾片餅乾，再依「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後，剩下的帶回家和家人分享」算出小明帶回家的餅乾片數，最後依「他帶了幾盒餅乾回家？」題意進行單位換算(片數換算成盒數)；此解題策略會使用題目中較多的解題訊息，所以在列式及計算上比較繁複，相對的也較容易發生計算錯誤的情形(有不少的 0 分類型為此類情形)。

以「盒」數為單位進行解題	以「片」數為單位進行解題①	以「片」數為單位進行解題②
$2 \div 6 = \frac{2}{6}$...小明分到的餅乾盒數 $\frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$...小明帶回家的餅乾盒數	$72 \times 2 = 144$...每組分到的餅乾片數 $144 \div 6 = 24$...小明分到餅乾的片數 $24 \times \frac{1}{2} = 12$...小明帶回家的餅乾片數 $12 \div 72 = \frac{12}{72}$...由片數換算成盒數 $= \frac{1}{6}$	$2 \times 4 = 8$...分給全班的總餅乾盒數 $72 \times 8 = 576$...給全班的餅乾總片數 $6 \times 4 = 24$...全班的總人數 $576 \div 24 = 24$...小明分到餅乾片數 $24 \times \frac{1}{2} = 12$...小明帶回家的餅乾片數

		$12 \div 72 = \frac{12}{72} \dots \text{由片數換算成盒數}$ $= \frac{1}{6}$
--	--	--

由 2 分類型中，多數的學生是以「片」數為單位進行解題，少數以「盒」數為單位進行解題，這二類解題策略中，以學生能直接透過「盒」為單位來進行解題的策略較優，不僅簡化算式亦可避免繁複的計算，減少計算錯誤的發生(解題步驟簡單也易於瞭解)。教師可將此二類解題策略的解題過程並列，並帶著學生討論算式意義及將算式進行歸類整理，以察覺不同策略間的優劣，促使學習使用較有效率的解題策略解題。

2. 學生的常見錯誤想法：

從 1 分和 0 分類型中，發現學生有以下錯誤想法：

- (1) 不能分辨問題中分數概念的語意，混淆「 $\frac{1}{2}$ 倍」與「 $\frac{1}{2}$ 盒」的意義

在分數乘法教材中，分數表徵時常代表不同的分數意義，有時代表數量，有時表示關係。就本題來看「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後」的 $\frac{1}{2}$ 是 $\frac{1}{2}$ 倍，指的是吃了小明分到餅乾的 $\frac{1}{2}$ 倍而非 $\frac{1}{2}$ 盒(或片)，是分數倍的語言，應以分數乘法進行解題；由此類型學生的表現來看，約有二成學生因無法分辨題目中 $\frac{1}{2}$ 的意義，又可能受到「吃了」的訊息干擾，而誤以為此時的「 $\frac{1}{2}$ 」是「吃了 $\frac{1}{2}$ 盒(片)」的意思，故以減法進行解題。

- (2) 無法掌握題目中「盒」、「片」、「人」、「組」單位之間的關係

由於本題所含的訊息較多，如每盒有 72 片、班上有 4 組、每組有 6 人、每組可得到 2 盒、小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後，且為不同單位，學生可能因此對題目中數詞與其單位間的關係產生混淆，無法正確判斷運用這些訊息解題。由此類型學生的表現來看，約有二成的學生在片數轉換為盒數時發生錯誤，不是以每盒有 72 片來換算，而是以每盒 144 片或 24 片或 12 片來換算；約一成的學生則是不能擷取正確的訊息來進行解題，如有學生雖然會利用每組分到 2 盒餅乾是 144 片來算出每位學生分得的餅乾數，但卻不是除以每組人數 6，而是除以全班人數 24 來計算；少數學生則是能正確的算出每位學生分得的餅乾 24(片)，卻不能分辨出正確單位，誤以為是 24 盒。由此可見這些學生對於題目中「盒」、「片」、「人」、「組」單位之間的關係產生混淆。

3. 評量內涵及本題的教學建議：

本題評量的重點是在學生了解分數的意義及學會分數乘法計算後，能否利用分數倍的乘法，來解決生活中問題。本題的教學建議如下：

1. 要重建分數與分數倍的概念，並理解「 $\frac{1}{2}$ 」與「 $\frac{1}{2}$ 盒」的不同

在分數乘法教材中，不同的語意結構影響學生的解題表現。我們可以比較下面二種情境布題：「一包米有 2 公斤，用去 $\frac{1}{3}$ 包」與「一包米有 2 公斤，用去 $\frac{1}{3}$ 」，在總量是 1 包的情形下，「一包米有 2 公斤，用去 $\frac{1}{3}$ 」的「 $\frac{1}{3}$ 」是指「一包米的 $\frac{1}{3}$ 倍」，此時「一包米的 $\frac{1}{3}$ 倍」等於「 $\frac{1}{3}$ 包」；但若情境布題是「家裡有 3 包米，用去 $\frac{1}{3}$ 包」與「家裡有 3 包米，用去 $\frac{1}{3}$ 」時，因為總量不是 1 包而是 3 包，所以題目中的「用去 $\frac{1}{3}$ 」還是「3 包米的 $\frac{1}{3}$ 倍」的意思，但這時的「3 包米的 $\frac{1}{3}$ 倍」卻等於「1 包」。所以，「一包米有 2 公斤，用去 $\frac{1}{3}$ 」和「家裡有 3 包米，用去 $\frac{1}{3}$ 」的「 $\frac{1}{3}$ 」都是指「 $\frac{1}{3}$ 倍」，而不會是「 $\frac{1}{3}$ 包」。因此，教師在教學中應透過不同的布題讓學生能透過語意轉換來釐清不同語意結構的含義。

因此，以本題為例，題目中「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後」的 $\frac{1}{2}$ 是指 $\frac{1}{2}$ 倍，而非 $\frac{1}{2}$ 盒或 $\frac{1}{2}$ 片的意思。除此之外，學生也必須能知道是誰的 $\frac{1}{2}$ 倍？所以教師應引導學生由題目中的「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後」的題意去理解 $\frac{1}{2}$ 倍指的是小明分到餅乾的 $\frac{1}{2}$ 倍，而不是每組分到 2 盒的 $\frac{1}{2}$ 倍。另外，教師應讓學生理解「小明分到餅乾的 $\frac{1}{2}$ 倍」是分數倍的語言，能利用分數乘法進行計算，並能列出「小明分到的餅乾數 $\times \frac{1}{2}$ 」的算式及計算答案，以強化分數乘法的概念並加強分數乘法的計算能力。

2. 引導學生從讀題中掌握題目的訊息，並理解題目中不同單位之間的關係

在文字題的理解上教師應引導學生讀題並進行「澄清問題」、「瞭解題意」活動掌握題目訊息，帶領學生學習如何擷取有用的解題線索，並加強學生注意題目中的單位及單位間的關係，以提升學生解題能力。以本題為例：「同樂會時，老師買了好多盒餅乾，每盒有 72 片；將餅乾平分給全班同學，班上有 4 組、每組有 6 人，每組可得到 2 盒。小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後，剩下的帶回家和家人分享，他帶了幾盒餅乾回家？」中出現的單位有「盒」、「片」、「人」、「組」，學生很容易產生混淆：如不知道計算後的單位，學生在進行 $72 \times 2 = 144$ ， $144 \div 6 \div 2 = 12$ 計算後，出現不知道 12 的單位為何的情形；或是不知道每組分到 2 盒是分給幾個人的情形，而進行錯

誤的計算，如 $72 \times 2 = 144$ ， $144 \div 6 \div 4 = 6$ 。所以，教師不可忽視引導學生讀題的重要，學生可透過讀題學習掌握題目訊息並釐清題目中各單位間的關係，有助於學生能「澄清問題」、「瞭解題意」。

另外，為了避免造成學生日後在理解文字題時不是回到原題的題意去思考，而是找尋相關的關鍵字進行解題，教師應避免以關鍵字教學，如「共」就是加法情境、「吃了」就是減法的情境等。教師若能確實引導學生學習正確的讀題及「澄清問題」、「瞭解題意」的解題習慣，必能提升學生解題能力。

3. 加強題意與算式間的連結與說明

建議老師仍須引導學生觀察列式與題目之間之關係進行連結，習慣回到題意思考列式之意義。以本題為例，學生若能掌握解題訊息：「他帶了幾盒餅乾回家？」、「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後，剩下的帶回家和家人分享」、「每組可得到2盒」及「每組有6人」，他就能以盒為單位進行解題：先算出小明把分到餅乾盒數是 $\frac{2}{6}$ 盒，再處理「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後，剩下的帶回家和家人分享」的問題，因為「小明把分到的餅乾吃了 $\frac{1}{2}$ 後」是指 $\frac{2}{6}$ 盒的 $\frac{1}{2}$ 倍，就可以分數乘法進行計算得道 $\frac{1}{6}$ 盒。假如學生必須透過片數來進行計算，由於步驟較多易混淆，所以學生必須更加小心，並仔細確認自己每一個解題步驟在算什麼以及單位為何，並知道自己接下來要算什麼。學生成功解題後，教師應引導學生回顧題意，並請學生能說明每個算式所代表的意義，讓學生可以透過此活動強化題意與算式間的連結，鞏固學習。