

新北市國小數學領域核心素養導向教學活動設計表 111.12.8

單元名稱：分數

本節教學主題：假、帶分數互換

節數：共 5 節，本節為第 2 節

授課年級：四 年級

設 計 者：林心怡

共備社群成員：新北市國小數學輔導團

一、教材與學生分析

(一)本單元對應之課程綱要學習重點

學習表現	學習內容
n-II-6 理解同分母分數的加、減、整數倍的意義、計算與應用。認識等值分數的意義，並應用於認識簡單異分母分數之比較與加減的意義。	N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。假分數和帶分數之變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。
n-II-8 能在數線標示整數、分數、小數並做比較與加減，理解整數、分數、小數都是數。	<p>◆備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。(參考教具：分數圓形圖)</p> <p>N-4-8 數線與分數、小數：連結分小數長度量的經驗。以標記和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。</p> <p>◆備註：標記限一位小數（相當於分母等於10）與分母不大於5的分數。</p>

(二)本單元學習目標

1. 認識真分數、假分數與帶分數。
2. 進行假分數和帶分數之互換。
3. 同分母分數的大小比較。
4. 認識分數數線。

(三)本單元學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 認識 2 以內的簡單分數（分母不大於 12）。 2. 理解分數和 1 的關係與轉換。 3. 將分數分解為數個相同的單位分數。 4. 2 以內的簡單同分母分數之大小比較。	1. 對不同單位分數和 1 之間的關係與轉換不熟悉。 2. 在假帶分數的互換時，學生無法連結操作分數板與乘除法運算的關係。 3. 分數數線上刻度上的分數位置與間距上分數量的轉換。

(四)本節教材研究分析

關於本節課「帶分數換假分數」中，十二年課綱數學領綱學習內容及課程手冊說明詮釋如下：

◆領綱學習內容：

N-4-5 同分母分數：一般同分母分數教學（包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名詞引入）。**假分數和帶分數之變換**。同分母分數的比較、加、減與整數倍。備註：本條目教學，分子和分母的數字都不用太大，以能流暢學習同分母分數計算為目標。

◆課程手冊說明：

熟練假分數和帶分數的轉換，知道假分數之分子除以分母的商和餘數就是帶分數之整數部分和分子部分（但和N-5-6整數相除無關）。

⊙教材分析後問題思考：

1. 學生在進行假、帶分數轉換時，最根本的核心概念為何？何種表徵適合溝通這個程序概念？
2. 如何設計情境引出假、帶分數互換的需求感？且能幫助學生發現並掌握假、帶分數轉換時的重點，**透過探究發生學習**？
3. 假、帶分數互換有一定的學習順序嗎？以解題的觀點，學生如何思考假、帶分數之間的關係？雙向的互換思維是否有可能同時發生？
4. 如何引導學生跳脫具體物的操作，**進入抽象的運算思考**假、帶分數的轉換過程及結果？

假分數和帶分數的互換本質上可視為和學生之前在量的單元(長度量、容量、重量、時間量)中複名數與單名數之間轉換接近的活動。中年級在量的單元中其實已經有豐富的複名數與單名數的轉換活動，也就是二階單位與一階單位之間的互換。帶分數換假分數即二階單位轉換為一階單位的活動，假分數換帶分數即一階單位轉換為二階單位的活動。單位轉換活動最重要的就是掌握單位之間的關係（如：長度單位公尺與公分(或公分與毫米)、容量單位公升與毫升、重量單位公斤與公克、時間日時分秒之間的關係）。就分數而言，則是對整數「1」與單位分數「 $\frac{1}{n}$ 」之間關係的掌握與理解。

基於上述，筆者思考本節課教學的設計可透過假分數及帶分數比較大小的情境下，引出需要互換的需求。透過具體的圓形分數板作為操作學

具，幫助讓學生察覺假、帶分數轉換時，最根本的核心概念-即整數 1 和不同單位分數之間關係的轉換。學生須知道所有整數都能表示為各種不同單位分數的觀點，才能進而透過各種關係進行假、帶分數的換算。基於此想法，筆者希望第一階段可以透過圓形分數板表徵整數 1 和不同單位分數之間關係的轉換，讓學生可以透過操作經驗充分理解互換過程中的程序概念，以學生解題的思考可能同時出現假、帶分數互換的想法，是本節課的設計重點。下一節課可以基於學生對假、帶分數轉換的程序概念理解，進而協助學生運用單位間的倍數關係簡化互換活動(乘法及除法等運算方式)，脫離具體分數版的操作，思考假、帶分數的轉換過程及結果，是第二階段教學設計的重點。

二、各節次學習活動設計

節次	單元學習目標	各節活動目標
一	認識真分數、假分數與帶分數	1-1 透過比較分子與分母的大小，來認識真分數與假分數。 1-2 將真分數、假分數與 1 進行比較與歸納。 1-3 以整數和分數單位並置的方式認識帶分數
二 (本節演示)	假、帶分數互換(一)	2-1 理解帶分數和假分數互相轉換的過程中，整數與單位分數的關係是互相轉換的重點。 2-2 透過 1 和不同單位分數的關係，進行帶分數換假分數的問題。
三	假、帶分數互換(二)	3-1 能使用乘法及加法進行帶分數換假分數的程序思考。 3-2 透過 1 和不同單位分數的關係，進行假分數換帶分數的問題。 3-3 能使用除法進行帶分數換假分數的程序思考。
四	同分母分數的大小比較	4-1 進行帶分數的大小比較，並用 $<$ 、 $>$ 的符號表示兩數的大小關係。 4-2 進行帶分數與假分數的大小比較，並用 $<$ 、 $>$ 的符號表示兩數的大小關係。
五	認識分數數線	5-1 認識分數數線上刻度位置與間距的意涵。 5-2 在分數數線上報讀及標記分數。

三、本節課的學習活動

(一)素養導向的課程與教學設計說明

素養導向教學設計要點	與本節課活動內容設計的關聯說明
------------	-----------------

轉	<input type="checkbox"/> 轉 1 情境問題轉化 <input checked="" type="checkbox"/> 轉 2 新舊經驗銜接 <input checked="" type="checkbox"/> 轉 3 數學概念連結	<p>轉 2: 複習上一節課認識真、假、帶分數的三種分數類型，並進行分類活動，並透過圖示複習真、假、帶分數所代表的意義。</p> <p>轉 3: 連結數線表徵上 1 的左右區域將三種分數類型進行大小比較排序，透過比較活動複習真、假分數的大小比較，並引發假、帶分數互換的需求感。</p>
做	<input checked="" type="checkbox"/> 做 1 概念操作理解 <input checked="" type="checkbox"/> 做 2 解題策略探究 <input checked="" type="checkbox"/> 做 3 數學語言溝通	<p>做 1: 透過圓形分數板的具象表徵，具體操作 1 與不同單位分數之間的關係。</p> <p>做 1、2、3: 在比較帶分數及假分數大小的情境中，透過圓形分數板的操作，思考如何判斷不同類型的數字之間的大小比較並說明策略；透過圓形分數板的具象表徵，具體操作整數或帶分數轉換為假分數的過程，理解其中的程序概念並清楚說明。</p> <p>做 3: 能說明假帶分數互換的程序概念，並用自己的觀點統整說明帶分數換假分數的方法。</p>
得	<input checked="" type="checkbox"/> 得 1 思考能力提升 <input checked="" type="checkbox"/> 得 2 解題態度培養 <input checked="" type="checkbox"/> 得 3 共同學習增能	<p>得 1、3: 透過各組間及小組內分享，比較假分數及帶分數大小的判斷策略及整數、帶分數換假分數的策略，欣賞多元的思考方式，互相學習擴展所知。</p> <p>得 2: 透過多種學習組合形式(個人思考、兩人一組、四人一組、全班討論)，建立每位學生都能獨立思考問題的能力，並在合作討論中學習到分享思考促進互相學習的態度。</p>

(二)第 2 節學習活動的設計

階段	探究情境及學習活動設計	關鍵提問設計(A) A1 凸顯事實的提問 A2 引動探究的提問 A3 分析推論的提問 A4 延伸連結的提問 A5 聚斂統整的提問	學習表徵(R) R1 實際情境 R2 具體操作物 R3 圖像模型 R4 書寫符號 R5 口說語言 操作學具(T) T1 實體學具 T2 虛擬學具	對應素養導向教學 設計要點 (轉、做、得)
導入活動	<p>【活動一】從分數的分類經驗中，透過放入數線中 1 的左右區域進行大小的排序，引出帶分數和假分數比較大小時互換的需求感。</p> <p>◆探究情境設計：</p> <p>1. 複習上一節分數分類的結果，請學生將以下分數分類放入黃色框的正</p>		R4: 三種分數類型(共 10 個)和分數類型名稱的色塊區域	

	<p>確名稱中：</p> <p>$\frac{5}{6}$、$\frac{8}{6}$、$1\frac{2}{6}$、$\frac{15}{6}$、$3\frac{1}{6}$、$\frac{9}{6}$、$\frac{3}{6}$、$2\frac{4}{6}$、$\frac{6}{6}$、$\frac{2}{6}$</p> <div> <div>真分數 比1小的分數</div> <div>假分數 等於1 比1大的分數</div> <div>帶分數 比1大的分數</div> </div> <p>2. 依據上述分類結果，將分數依據大小放入適當的數線區域上(先放置真、假分數，再放入帶分數)，同時複習真、假分數同分母的大小比較，並引出假、帶分數大小比較的需求感，進入如何比較的討論。</p> <p>◆學習活動：</p> <ol style="list-style-type: none"> 個人思考。 全班討論。 	<p>A1: 你是如何分辨真分數、假分數及帶分數的？</p> <p>A1: 如果要將真分數和假分數(這七個分數)放到數線上1的左右區域中，哪些分數要放在1的左邊？哪些分數要放在1的右邊？要如何依照大小順序排列呢？</p> <p>A2: 如果將帶分數也放入數線中和假分數比較大小，「$1\frac{2}{6}$、$2\frac{4}{6}$、$3\frac{1}{6}$」應該放在哪裡呢？ (引入本節的學習目標：假、帶分數互換)</p>	<p>應用 Jamboard 讓學生利用可移動的分數圖卡(T2)進行分數的命名分類複習活動</p> <div> <div>真分數 比1小的分數 $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{6}$</div> <div>假分數 等於1 比1大的分數 $\frac{6}{6}$ $\frac{8}{6}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{15}{6}$</div> <div>帶分數 比1大的分數 $1\frac{2}{6}$ $2\frac{4}{6}$ $3\frac{1}{6}$</div> </div> <p>R3: 三種分數類型和1做比較的數線區域表徵圖</p> <p>應用 Jamboard 讓學生利用可移動的分數圖卡(T2)移動至數線中1的左右區域進行排序比較大小的活動</p> <div> <div>真分數 比1小的分數 $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{6}$</div> <div>假分數 等於1 比1大的分數 $\frac{6}{6}$ $\frac{8}{6}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{15}{6}$</div> <div>帶分數 比1大的分數 $1\frac{2}{6}$ $2\frac{4}{6}$ $3\frac{1}{6}$</div> </div>	<p>轉 2: 複習上一節課認識真、假、帶分數的三種分數類型，並進行分類活動。</p> <p>轉 3: 連結數線表徵上1的左右區域將三種分數類型進行大小比較排序，透過比較活動複習真、假分數的大小比較，並引發假、帶分數互換的需求感。</p> <p>做 1、3: 能正確放置真、假分數大小的排序，並用比較分數的大小語言說明放置的適當區域</p>
開展活動	<p>【活動二】透過圓形分數板的操作活動，建立假、帶分數互換過程的程序概念，理解整數與單位分數的關係是互換的重點。</p>			

◆探究情境設計：

1. 透過圖示呈現假分數「 $\frac{8}{6}$ 、 $\frac{9}{6}$ 、 $\frac{15}{6}$ 」

及帶分數「 $1\frac{2}{6}$ 、 $2\frac{4}{6}$ 、 $3\frac{1}{6}$ 」所代表的意義。

2. 針對假分數「 $\frac{8}{6}$ 、 $\frac{9}{6}$ 、 $\frac{15}{6}$ 」及帶分數

「 $1\frac{2}{6}$ 、 $2\frac{4}{6}$ 、 $3\frac{1}{6}$ 」六個分數的大小比較

進行思考。(提供每人1份圓形分數板學具，協助進行假、帶分數互換的操作活動)

A3:我們用圓形分數板來想一想， $\frac{8}{6}$

個圓是多少？ $\frac{9}{6}$ 和 $\frac{15}{6}$ 個圓呢？ $1\frac{2}{6}$ 個圓

又是多少？ $2\frac{4}{6}$ 和 $3\frac{1}{6}$ 個圓呢？

A1:從圖中，你發現假分數「 $\frac{8}{6}$ 、

$\frac{9}{6}$ 、 $\frac{15}{6}$ 」及帶分數「 $1\frac{2}{6}$ 、 $2\frac{4}{6}$ 、 $3\frac{1}{6}$ 」，

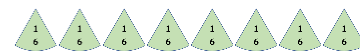
這兩種分數的類型最主要的差異是什麼？


A3:這兩種不同的分數類型，要怎麼比較大小呢？想想看，並將你的比較方法記錄下來。

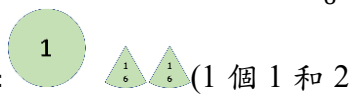
R3:假、帶分數的圖示

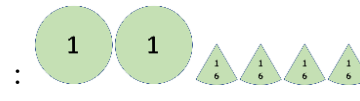
R4、R5:同時呈現計數單位(整數1及單位分數)

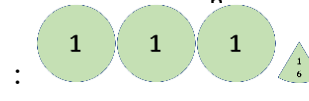
$\frac{8}{6}$:  (8個 $\frac{1}{6}$)

$\frac{9}{6}$:  (9個 $\frac{1}{6}$)

$\frac{15}{6}$:  (15個 $\frac{1}{6}$)

$1\frac{2}{6}$:  (1個1和2個 $\frac{1}{6}$)

$2\frac{4}{6}$:  (2個1和4個 $\frac{1}{6}$)

$3\frac{1}{6}$:  (3個1和1個 $\frac{1}{6}$)

R2、R3、R4:操作實體圓形分數板(T1)，將小組共同討論的比較方法記錄下來(小組大白板)。(透過平板mirroring360投影小組紀錄，便於呈現互賞學生評價優良的作答例)

轉2:透過圖示複習真、假、帶分數所代表的意義。

做1、2、3:透過圓形分數板的操作，思考如何判斷不同類型的數字之間的大小比較並說明策略。

	<p>◆學習活動：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 個人思考。 2. 兩人小組分享想法。 3. 四人小組討論，完成解題並說明想法記錄於小組白板中。 4. 小組互相觀摩做法紀錄，並進行個人回饋。 5. 全班討論不同思考方式的紀錄。 	<p>A1:從各組紀錄的比較方法中，不論是帶分數換假分數、或是假分數換帶分數進行比較，大家都有轉換其中一個部份，你有發現是什麼部份嗎？</p>	<p>R5:每 1 個「1」都能換成 6 個「$\frac{1}{6}$」，每 6 個「$\frac{1}{6}$」也都能換成 1 個「1」。</p> <p>R3、R4:分數板對應的分數及算式符號(板書:$1 = \frac{6}{6}$)</p>	<p>得 1、3:透過組內及組間分享，比較假分數及帶分數大小的判斷策略，欣賞多元思考方式，擴展學習。</p> <p>得 2:透過多種學習組合形式(個人思考、兩人一組、四人一組、全班討論)，建立每位學生都能獨立思考問題的能力，並在合作討論中學習到分享思考促進互相學習的態度。</p>
	<p>【活動三】透過圓形分數板的操作經驗，理解可以透過整數 1 和不同單位分數之間關係，進行整數、帶分數換假分數的問題。</p> <p>◆探究情境設計：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 進行整數「1」和不同單位分數之間關係理解活動。 	<p>A3: 如果 1 可以換成 6 個$\frac{1}{6}$，也就是$\frac{6}{6}$，你們認為 1 也可以換成其他的分數嗎？(引導整數 1 和不同單位分數之間關係的轉換，並連結 1 可以換成各種不同分母的假分數)</p>	<p>R2:學生可透過操作圓形分數板理解</p> <p>R3、R4: 分數板對應的分數及算式符號</p> <p>板書(例): $1 = \frac{6}{6} = \frac{8}{8} = \frac{7}{7}$</p> <p>(以學生現場的想法紀錄)</p>	<p>做 1:透過圓形分數板的具象表徵，具體操作 1 與不同單位分數之間的關係。</p>

2. 布置整數及帶分數換假分數的練習題各一題，學生可以透過手中的圓形分數板思考轉換的結果。

$$\textcircled{1} 5 = \frac{(\quad)}{3}$$

$$\textcircled{2} 2\frac{3}{4} = \frac{(\quad)}{4}$$

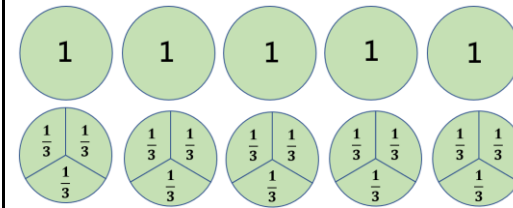
A3: 整數 5 也可以換成假分數嗎? 如果 5 想換成分母是 3 的假分數，那麼 5 個 1 總共可以換幾個 $\frac{1}{3}$ 呢?

A3: 如果 $2\frac{3}{4}$ 想換成假分數，那麼 2 個 1 和 3 個 $\frac{1}{4}$ 總共可以換幾個 $\frac{1}{4}$ 呢?

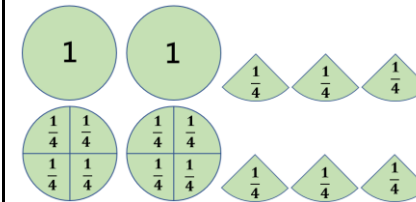
A5: 所以，你認為帶分數換成假分數的方法是什麼? 你能用一句話或舉例說明嗎?

R2: 學生可透過操作圓形分數板理解
R3: 圖示表徵呈現轉換過程及結果
R4: 對應的分數及算式符號

$$\text{板書: } 5 = \frac{15}{3} \text{ (15 個 } \frac{1}{3} \text{)}$$



$$\text{板書: } 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4} \text{ (11 個 } \frac{1}{4} \text{)}$$



R3、R5: 統整書寫自己帶分數換成假分數所運用的思考及方法。

做 1、2、3: 透過圓形分數板的具象表徵，具體操作整數或帶分數轉換為假分數的過程，理解其中的程序概念並清楚說明。

做 3: 能用自己的觀點統整說明帶分數換假分數的方法。

	<p>◆學習活動：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 各組提供一大張小組白板，分成四大格，個人思考紀錄於其中一格中。 2. 四人觀摩並分享想法及解題結果。 3. 全班討論。 			得 1、3:透過小組內分享，整數、帶分數換假分數的策略，欣賞多元的思考方式。
深化活動	<p>【活動四】確認學生帶分數和假分數互換的概念是否理解，透過建構反應題進行形成性評量。</p> <p>◆探究情境設計：</p> <p>評量題設計：</p> <p>老師請同學比較「$2\frac{3}{5}$」和「$\frac{23}{5}$」兩個分數的大小。</p> <p>小明說：「$2\frac{3}{5} = \frac{23}{5}$，這兩個分數一樣大。」</p> <p>你認為小明說的正確嗎？請說明你的想法。</p> <p>◆學習活動：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 個人作答。 2. 全班討論。 	個人評量題(提問略)	<p>R4:文字、算式符號布題</p> <p>R3、R4:學生可用圖示、文字或算式說明結果</p>	<p>做 2、3:在帶分數及假分數的大小比較情境中，思考如何判斷的策略並說明。</p> <p>得 1、3:透過評量後討論各組分享判斷的策略，欣賞多元思考方式，互相學習擴展所知。</p>