

## 新北市國小教學問題分析與教學策略

主題	<input checked="" type="checkbox"/> 數與量 <input type="checkbox"/> 幾何 <input type="checkbox"/> 代數 <input type="checkbox"/> 統計與機率
教學年級	五年級
提供者	周恒奇                      服務學校                      光復國小
社群成員	新北市國小數學輔導團
教學問題	小數乘法中，處理學生認為積一定比被乘數大(即乘完結果一定變大)的迷思概念錯誤類型。
問題分析	<p>二年級時，整數乘法的啟蒙情境來自於累加相同的個物(被乘數)，是加法的上位概念，也就是加法累積為全體的概念，因此當乘數愈大時，累積的全體(積)會愈大，此時「積會大於被乘數」。</p> <p>數學概念的學習時常需要進行概念的推廣，乘法概念也可以說是加法概念的推廣，分數和小數也是從整數中推廣出來，當乘法概念從自然數推廣到交換律、結合律時仍成立，但自然數的乘法會愈乘愈大的性質推廣到分數和小數的乘法時卻變了，當乘數為真分數或純小數時，就變成愈乘愈小。</p> <p>「乘法會愈乘愈大」和「積一定比被乘數大」的認知，在乘數為純小數時，會讓學生出現「<math>1.5 \times 0.5 &gt; 1.5</math>」的錯誤。</p>
相關能力指標	97 課綱(分年細目)： 5-n-11 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。 十二年國教課綱(學習內容)： N-5-8 小數的乘法：整數乘以小數、小數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。

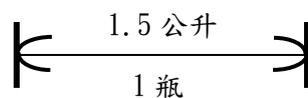
一. 利用情境布題，配合線段圖讓學生理解「乘數為純小數」的意義

在進行「乘數為純小數」的乘法問題「 $1.5 \times 0.5 \square 1.5$ 」時，可先透過情境布題，以下以例題說明教學策略：

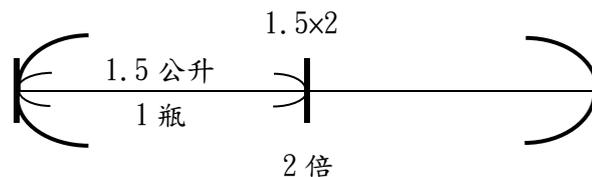
例題：

一瓶可樂是 1.5 公升，1 瓶是幾公升？2 瓶是幾公升？0.5 瓶可樂是幾公升？

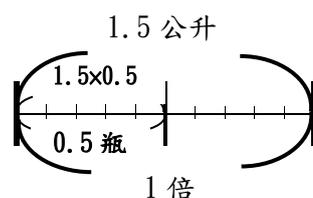
本題情境中是以「1.5」公升為單位量，情境中的「1 瓶」為單位數，此時乘數為「1」，積就是「1 個 1.5 公升」，此時會產生算式「 $1.5 \times 1 = 1.5$ 」，它的線段圖如下圖：



情境中的「2 瓶」為單位數，即乘數為「2」，它的線段圖是以單位量「1.5」公升為主，向外累 2 個單位量「1.5」公升，積就是「2 個 1.5」公升，此時會產生算式「 $1.5 \times 2 > 1.5$ 」，如下圖：



情境中的「0.5 瓶」為單位數，即乘數為「0.5」，它的線段圖是先將單位量「1.5」公升向內十等份為更小的單位量，再累這個小單位量，如下圖，此時會產生算式「 $1.5 \times 0.5 < 1.5$ 」。



透過以上三個線段圖引導學生發現，在以被乘數為單位量時，會有以下幾種規律：第一種：乘數愈大積愈大。第二種：當乘數大於 1，是以被乘數(單位量)向外累數，因此會產生「積 > 被乘數」；當乘數小於 1，是以被乘數(單位量)向再等份，因此會產生「積 < 被乘數」。

教學策略

## 二. 抽離情境，從觀察算式中「乘數」的變化，發現「被乘數」和「積」的大小關係

第二階段的布題開始抽離情境，純粹以算式呈現，在黑板板書由上而下依序列出，並將乘法算式中的每個數對齊，如下：

$$\begin{array}{r} 1.5 \times 2 = 3 \\ 1.5 \times 1.1 = 1.65 \\ 1.5 \times 1 = 1.5 \\ 1.5 \times 0.9 = 1.35 \\ 1.5 \times 0.5 = 0.75 \end{array}$$

先請學生觀察以上五個算式中「被乘數」、「乘數」和「積」的數字變化，教師再進行以下四個提問：

- (一) 第一個提問：當「被乘數」不變時，「積」一定比「被乘數」大嗎？目的在引導學生發現「積也有可能比被乘數小」
- (二) 第二個提問：當「被乘數」不變時，乘法數式中哪一數的改變會影響「被乘數」和「積」的大小關係？目的在引導學生察覺「乘數」是影響關鍵。
- (三) 第三個提問：以前的乘法會愈乘愈大，為何「 $1.5 \times 0.9$ 」和「 $1.5 \times 0.5$ 」的積會比被乘數小？目的在引導學生發現當「乘數 $<1$ 」時就不會愈乘愈大，且「積 $<$ 被乘數」。
- (四) 第四個提問：何時「積 $>$ 被乘數」？何時「積 $=$ 被乘數」？何時「積 $<$ 被乘數」？目的在引導學生發現「乘數 $>1$ 」、「乘數 $=1$ 」、「乘數 $<1$ 」。

接下來請學生說明從以上的提問中得到的想法，教師進行檢核和確認，最後師生共同歸納出以下三點：

乘數 $>1$ ，積 $>$ 被乘數  
乘數 $=1$ ，積 $=$ 被乘數  
乘數 $<1$ ，積 $<$ 被乘數