

新北市國小教學問題分析與教學策略

主題	<input checked="" type="checkbox"/> 數與量 <input type="checkbox"/> 幾何 <input type="checkbox"/> 代數 <input type="checkbox"/> 統計與機率			
教學年級	五年級			
提供者	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%; text-align: center;">溫世展</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">服務學校</td> <td style="width: 33%; text-align: center;">安和國小</td> </tr> </table>	溫世展	服務學校	安和國小
溫世展	服務學校	安和國小		
社群成員	新北市國小數學輔導團			
教學問題	<p>一、學生對於分數概念之一：「部分/整體」的理解不清楚。</p> <p>二、學童認為「乘積一定比被乘數大」的迷思概念有待澄清。</p> <p>三、學童僅背誦計算規則(分子乘以分子、分母乘以分母)，而未瞭解其數學意義。</p>			
問題分析	<p>一、錯誤類型(例1)：$3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$</p> <p>在學童計算整數乘以分數的問題中，會產生「整數同乘以分母和分子」的錯誤類型，因為學生所學「分子乘以分子，分母乘以分母」不足以解決問題，為了解決所面對的情境「整數乘以分數」，學童乃主動建構出錯誤的算則「整數同乘以分母和分子」。</p> <p>二、錯誤類型(例2)：$\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$</p> <p>學生受到「同分母分數加法」，以及「整數乘法的計算結果一定比被乘數大」，這樣的學習經驗所影響，在學習「分數的乘法」時產生迷思，因此教師要透過適當的教學策略打破「乘積一定比被乘數大」的迷思。</p> <p>由上可知，學生於進行分數乘以分數的計算時，幾乎都能夠很流利地運用「分子乘以分子、分母乘以分母」的計算規則找出答案，但是並非真正理解計算規則的意涵。當教師希望學生能夠以圖形表徵呈現答案的由來時，學生並無法清楚說明理由。</p>			
相關能力指標	<p>97 課綱(分年細目)：</p> <p>5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。</p> <p>十二年國教課綱(學習內容)：</p> <p>N-5-5 分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用約分簡化乘法計算。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。</p>			
教學策略	<p>四則運算的概念性知識(conceptual knowledge)，不應只是讓學生熟練計算技巧或事實，還需發展學生的運算感(operation sense)，例如在解「小明在摘蘋果，小明的袋子中原來有7個蘋果，後來又摘了一些蘋果，回家時發現袋子裡面共有11個蘋果，請問小明後來又摘了幾個蘋果？」這個問題時，教師可透過討論，引導學生看出「$7+4=11$」與「$11-7=4$」這兩個式子具有相同的解題想法，以及培養學生對題意的感覺與瞭解。如此方可促進學生對四則運算有整體的瞭解，以協助學生能夠有效運用這些運算於其他情境中。</p>			

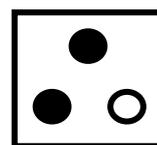
根據上述，教師要引導學生能以三種數學語言互相轉換，包括模型(a model，通常是圖形表徵)、文字題及等式。當教師提供其中一個語言表達某一四則運算後，教師應引導學生以另外兩種語言表達，呈現它們之間的相同關係。下面以例題說明建議的教學策略：

例題：伯父有一塊田地，他用 $\frac{2}{3}$ 塊田地種水果，種水果的田地中有 $\frac{3}{5}$ 是種梨子，請問伯父用多少塊田地種梨子？

教學策略建議如下：

一、澄清題意

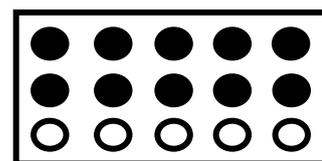
在要求學生列出 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ 這個算式前，教師要先引導學生理解題意所呈現的是哪一個量的分數倍，亦即所要找的答案是「 $\frac{2}{3}$ 的 $\frac{3}{5}$ 倍」。



圖一

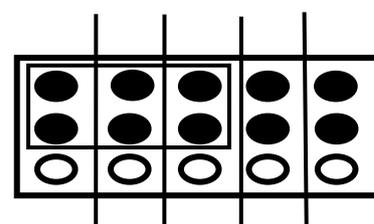
二、多元表徵解題

引導學生透過圖形表徵思考算則的運算意義。以此題來說，教師可先以圖一表示 $\frac{2}{3}$ 塊田地，當學生要將 $\frac{2}{3}$ 塊田地分成 5 等份，再取其 3 等份時，引導學生將圖一改畫成圖二，製造出 5 等份。(可以提示學生：「3 個圓圈無法切割分成 5 等份時，要怎麼辦呢?」)



圖二

此時，學生就能夠發現 15 個圓圈(一塊田地)的 $\frac{2}{3}$ 是 10 個黑色圓圈(種水果)，而 10 個黑色圓圈的 $\frac{1}{5}$ 是 2 個黑色圓圈($\frac{2}{3}$ 的 $\frac{1}{5}$ 倍)，也就是 10 個黑色圓圈的 $\frac{3}{5}$ ，是 3 個 $\frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{5}$ 的 3 倍，也就是 6 個黑色圓圈(種梨子)。



圖三

三、比較不同型態的答案

學生可能會表示 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ 的答案是 $\frac{6}{15}$ ，或者是 $\frac{2}{5}$ 。

答案為 $\frac{2}{5}$ 的原因，如圖三所示，因為學生會將每 3 個圓圈(2 個黑色圓圈+1 個白色圓圈)看成 1 份，則 15 個圓圈可以看成 5 份圓圈，紅色框框裡有 6 個黑色圓圈，也就是 2 份圓圈數，所以 $\frac{6}{15}$ 也可以看成是 5 份中的 2 份，所以是 $\frac{2}{5}$ 。

上述教學策略的重點為：教師需引導學生澄清分數倍的意義，並透過圖形表徵思考，以及不同型態答案的比較，進行不同單位分數的轉化($\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{15} \rightarrow \frac{1}{5}$)與集聚。