

新北市國小教學問題分析與教學策略

主題	□數與量 □幾何 ■代數 □統計與機率		
教學年級	四年級		
提供者	馬恬舒	服務學校	昌平國小
社群成員	新北市國小數學輔導團		
教學問題	<p>學生學習將二步驟問題記錄成併式時，當第一個算式的結果是第二個算式的被加數或被減數時，學生能順利列成併式，如：</p> $\begin{array}{l} 120+70=190 \\ 190+60=250 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 120+70+60=250$ <p>但當第一個算式的結果要做為第二個算式的減數時，學生往往產生困難，如：</p> $\begin{array}{l} 120+70=190 \\ 500-190=310 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{正確列式為：} 500-(120+70) \\ \text{學生錯誤列式：} 120+70-500 \end{array}$		
問題分析	<p>二年級引入兩步驟問題時，是將各步驟分開記錄，教學重點在於引導學童多元的解題思考；至三年級學習併式時，要在加減兩步驟的具體情境問題中，將兩個算式併為一個算式，做為日後學習代數的前置經驗。</p> <p>三年級要學習將兩步驟問題列成併式，有連加、連減及加減混合類型的題目。在解決連加及加減混合問題時，學生可依個人想法記錄「先算什麼」及「再算什麼」，並依序以併式記錄。</p> <p>三年級引入併式的問題情境，皆是先算出第一個算式的答案，再利用算出來的結果進行加或減的運算。在此種問題情境下學習併式，學生容易認為在前列出的算式後，再加上運算符號及數字，便完成併式，此時學生在併式的學習不會產生困難。以「<u>小美</u>買了120元的餅乾、70元的豆花和60元的汽水，共花了多少元？」為例，學生可以根據題意列出二步驟的算式，如下：</p> $\begin{array}{l} 120+70=190 \\ 190+60=250 \end{array}$ <p>學生在二年級已學習到連加算式，能夠將上述二式寫成併式「$120+70+60=250$」，因為只需在原先第一個算式「$120+70$」後面再加上運算符號及數字(+60)，對學生而言並不困難。</p> <p>但是當遇到連減問題，先算出連減二數之和的學生，卻不知如何記錄成併式，或在逐次減項時產生問題。例如：「<u>小薇</u>帶了300元，買了110元的鉛筆盒和90元的筆記本，她還剩下多少元？」當學生先算總花費「$110+90$」元，要用300元減去總花費之時，常出現如下的錯誤併式：</p> $\begin{array}{l} 300-110+90 \\ =200-300 \\ =100 \end{array}$		

	<p>或是</p> $ \begin{aligned} &110+90-300 \\ &=300-200 \\ &=100 \end{aligned} $ <p>在《國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域》規劃於三年級初步學習加減二步驟併式，但不處理括號問題；但在連減情境中，學生在未學括號、卻想先算出總花費的情形下，經常會列出如「$300-110+90$」及「$110+90-300$」的併式，學生列出的併式不符合四則運算的由左而右計算規則，造成教師教學上的困擾。《十二年國民基本教育課程綱要數學領域》將併式移至四年級，並包含四則運算規則，教師可在併式教學時，一併進行括號之約定。</p>
相關能力指標	<p>97 課綱(分年細目)</p> <p>3-n-03 能用併式記錄加減兩步驟的問題。</p> <p>4-n-04 能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p> <p>十二年國教課綱(學習內容)</p> <p>R-4-1 兩步驟問題併式：併式是代數學習的重要基礎。含四則混合計算的約定（由左往右算、先乘除後加減、括號先算）。學習逐次減項計算。</p> <p>補充說明：</p> <p>N-4-3 解題：兩步驟應用問題（乘除，連除）由於除法有等分除和包含除兩種類型，應注意題型的多元性。可和併式一起進行（R-4-1）。必須複習與補充三年級兩步驟問題之併式。</p>
教學策略	<p>一、利用替換策略引入併式</p> <p>以布題：「<u>小薇</u>買了 80 元的鉛筆盒、70 元的筆記本和 300 元的書，她總共花了多少元？」為例，在澄清問題、了解題意後，要求學生列式解題，並請學生說明算式代表的意思。</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $80+70=150$ $150+300=450$ </div> <div style="border: 2px solid #007bff; border-radius: 15px; padding: 10px; background-color: #e6f2ff;"> <p>鉛筆盒和筆記本總共花了 150 元，再加上買書花了 300 元，買三樣物品共花了 450 元。</p> </div> </div> <p>教師需針對二個算式進行提問，要求學生分別回答二個算式上各數字代表的意思，並將焦點放在第二個算式，提問：</p> <p>「$150+300=450$」中的 150 是從哪裡來的？讓學生從算式中察覺 150 是 $80+70$ 所算出來的答案，教師製作 $80+70$ 的詞牌，將詞牌放在算式「$150+300=450$」的 150 上（用 $80+70$ 詞牌覆蓋住 150），並說明將 $150+300=450$ 中的 150 用 $80+70$ 來表示，因此第二個算式 $150+300=450$ 就成為 $80+70+300=450$，如下所示：</p>

$$\boxed{150}+300=450$$



$$\boxed{80+70} + 300 = 450$$

再比較「 $\boxed{150}+300=450$ 」和「 $\boxed{80+70}+300=450$ 」二算式的異同，讓學生了解算式中的 150 就是由 $80+70$ 算出來的，因此將 $\boxed{150}$ 替換成 $\boxed{80+70}$ ，將二個算式合併列式成為併式。

二、先約定「先算的算式要用括號表示」，再視題目的運算省略括號

以上述情境為例，讓學生觀察並討論 $80+70+300=450$ 一式中，何者先算、何者後算，引導學生回顧原先的二步驟列式，是先算 $80+70$ ，並說明在數學上約定以()表示先算的算式，故將 $80+70+300=450$ 寫成 $(80+70)+300=450$ 。再利用連減情境布題討論不同解題方式如何進行併式，以布題「阿宏帶 500 元去超市買了 125 元的蘋果和 75 元的空心菜，他還剩下多少元？」為例，學生有以下二種可能的解題類型：

(一)先算出買蘋果剩下多少錢，再扣掉買空心菜的錢：

$$500-125=375$$

$$375-75=300$$

依照上述「替換」的策略及「先算的算式要括號」的約定，學生可以知道第二式的 375 是由 $500-125$ 算出來的，進而列出 $(500-125)-75$ 的併式，而後逐次減項進行解題。

(二)先算出買蘋果和空心菜共花多少錢，再算出剩下多少錢：

$$125+75=200$$

$$375-200=300$$

依照上述替換的策略及先算要括號的約定，學生可以知道第二式的 200 是由 $125+75$ 算出來的，並列出 $375-(125+75)$ 的併式，而後逐次減項進行解題。

當學生具備足夠的經驗，能將二步驟的算式順利列出帶有括號的併式後，教師再引導學生思考併式中括號的省略，如上述二式： $(500-125)-75$ 和 $375-(125+75)$ ，當括號在前面時，由於四則運算有由左向右算的規則，括號的存在與否並不影響算式的意義及結果，因此可將括號省略；但當括號在後面時，省略括號將會造成算式意義上的改變，因此不可省略。