

# 新北市國小教學問題分析與教學策略

主題	■數與量    □幾何    □代數    □統計與機率		
教學年級	五年級		
提供者	林心怡	服務學校	昌平國小
社群成員	新北市國小數學輔導團		
教學問題	<p>一、學生在進行小數乘法直式算則時，容易受小數加減直式算則中小數點對齊干擾，不理解被乘數與乘數靠右對齊的原因。</p> <p>二、學生在進行小數乘法直式計算過程中，對於小數點的位置為何移動、如何移動以及計算出來的積之小數點位置的意義難以理解，也是在算則中學生較不易理解的程序知識。</p>		
問題分析	<p>一、學生在紀錄小數乘法直式算則時，受加法直式算則影響以位值對齊，乘後的數字不知要對齊哪一位？學生不理解小數乘法直式算則的紀錄格式。</p> <p>學生錯誤類型（例1）：</p> $\begin{array}{r} 13.45 \times 6.7 = \\ 13.45 \\ \times 6.7 \\ \hline \end{array}$ <p>二、學生在計算小數乘法直式算則時，受到加法直式算則影響，當被乘數與乘數小數位數一樣多時，會直接將小數點放下來，不理解乘法中積的小數點位置意義。</p> <p>學生錯誤類型（例2）：</p> $\begin{array}{r} 3.5 \times 2.4 = \\ 3.5 \\ \times 2.4 \\ \hline 245 \\ 70 \\ \hline 945 \end{array}$ <p>本文將針對乘數為小數的直式乘法算則中，學生常出現的錯誤類型進行教學建議。</p>		
相關能力指標	<p>97 課綱(分年細目)：</p> <p>5-n-11 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。</p> <p>十二年國教課綱(學習內容)：</p> <p>N-5-8 小數的乘法：整數乘以小數、小數乘以小數的意義。乘數為小數的直式計算。教師用位值的概念說明直式計算的合理性。處理乘積一定比被乘數大的錯誤類型。</p> <p>(備註：先連結「乘以 0.1」和「乘以 0.01」的意義和乘法直式計算的經驗再做推廣。小數乘法直式計算的方法和整數類似，但須留意小數點記法和小數加減時記法不同。)</p>		

為有效讓學生理解小數的乘法直式算則中的程序，建議可透過「單位量轉換的關係」或「轉換為分數乘法的程序」讓學生理解。

### 一、利用「單位量轉換」的策略理解

為有效讓學生理解小數的乘法直式算則，可利用「單位量轉換」的關係，讓學生理解小數的乘法直式算則中的程序概念。以下針對如何使用「單位量轉換」的方式處理學生典型的兩個錯誤類型，進行教學策略說明：

學生錯誤類型：

(例1)學生受加法直式算則影響，在記錄  $13.45 \times 6.7$  時依位值對齊小數點，乘後的數字不知該對齊哪一位？

$$\begin{array}{r} 13.45 \times 6.7 = \\ 13.45 \\ \times 6.7 \\ \hline \end{array}$$

(例2)學生受到加法直式算則影響，當被乘數與乘數小數位數一樣多時，會直接將小數點放下來作為最後乘完的結果。

$$3.5 \times 2.7 = 94.5$$

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ \times 2.7 \\ \hline 245 \\ 70 \\ \hline 94.5 \end{array}$$

教學策略

◎教學重點：以上兩個錯誤類型是同一種概念的教學，建議可透過單位量轉換的方式，連結並推廣小數乘法直式計算直式記法對位和整數乘法算則相同，並理解被乘數及乘數的小數點位置與積的小數點位置之關係。(教學示例如下)

(例1)

$$\begin{array}{r} 13.45 \times 6.7 = \\ 13.45 \rightarrow 1345 \text{ 個 } 0.01 \\ \times 6.7 \rightarrow 67 \text{ 個 } 0.1 \text{ 倍} \\ \hline 1345 \\ \times 67 \\ \hline \end{array}$$

0.01 的 0.1 倍

$$= 0.001$$

連結分數算則

$$\frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$$

(例2)

$$\begin{array}{r} 3.5 \times 2.7 = \\ 3.5 \rightarrow 35 \text{ 個 } 0.1 \\ \times 2.7 \rightarrow 27 \text{ 個 } 0.1 \text{ 倍} \\ \hline 35 \\ \times 27 \\ \hline \end{array}$$

0.1 的 0.1 倍

$$= 0.01$$

連結分數算則

$$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

透過單位量轉換的關係，讓學生將小數直式乘法與整數直式乘法做連結，只要算出整數部分【1345×67】及【35×27】的結果即可，最後只要確認整數乘出來的結果是幾個 0.001 或 0.01，再依最後整數相乘完的結果加上小數點，即為最後答案。**所以小數的直式乘法是以整數的直式乘法對齊方式進行。**

另外，在處理「0.01 的 0.1 倍」及「0.1 的 0.1 倍」時應適時與分數乘法做連結，讓學生從分數乘法分母的變化中，自己察覺出「二位小數乘以一位小數，結果會是三位小數」及「一位小數乘以一位小數，結果會是二位小數」的結果，進而得到「二位乘以一位可由 2+1=3 得到是三位小數」及「一位乘以一位可由 1+1=2 得到是二位小數」的程序性結果，非由教師告知而失去讓學生察覺歸納的機會。

$$13.45 \times 6.7 = 1345 \times 67 \times 0.001$$

$$= 90115 \times 0.001 = 90.115$$

$$\begin{array}{r} 13.45 \\ \times 6.7 \\ \hline 9415 \\ 8070 \\ \hline 90.115 \end{array}$$

$$3.5 \times 2.7 = 35 \times 27 \times 0.01$$

$$= 945 \times 0.01 = 9.45$$

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ \times 2.7 \\ \hline 245 \\ 70 \\ \hline 9.45 \end{array}$$

## 二、利用「轉換為分數乘法算則」的策略理解

分數的乘法算則是學生在計算小數乘法的舊經驗，所以也可以透過分數的乘法算則程序讓學生理解小數乘法直式計算直式記法對位和整數乘法算則相同，並理解被乘數及乘數的小數點位置與積的小數點位置之關係。（此部分仍以前述錯誤類型進行教學示例說明如下）

$$(\text{例 } 1) \quad 13.45 \times 6.7 = \frac{1345}{100} \times \frac{67}{10} = \frac{1345 \times 67}{1000}$$

$$\begin{array}{r} 13.45 \\ \times 6.7 \\ \hline 9415 \\ 8070 \\ \hline 90.115 \end{array}$$

$$(例2) \quad 3.5 \times 2.7 = \frac{35}{\textcircled{10}} \times \frac{27}{\textcircled{10}} = \frac{35 \times 27}{\textcircled{100}}$$

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ \times 2.7 \\ \hline 245 \\ 70\phantom{0} \\ \hline 9.45 \end{array}$$

當小數轉換成分數形式後進行【分母乘以分母、分子乘以分子】的分數乘法算則，學生可以從算則程序中察覺分子部分即為將原小數相乘視為整數乘法的結果，而分母部分則可看出「二位小數乘以一位小數，結果會是三位小數」及「一位小數乘以一位小數，結果會是二位小數」的結果，進而得到「二位乘以一位可由  $2+1=3$  得到是三位小數」及「一位乘以一位可由  $1+1=2$  得到是二位小數」的程序性結果。

綜上所述，在小數的直式乘法算則中，【單位量轉換】是非常重要的思考方式。學生能用【單位量轉換】的方式來理解小數的直式乘法算則與整數運算的連結性，以及小數點位移的規則意義，即可掌握小數乘法的運算規則，此【單位量轉換】的方式更有助於延伸至後續理解分數除法、小數除法等運算程序的理解。另外，在學生對分數乘法的舊經驗基礎上，讓學生察覺分數乘法算則的程序與小數乘法算則小數點位置的關係，亦有助於學生理解小數乘法的運算規則。