

# 新北市國小數學領域核心素養導向教學活動設計表 112.3.23

單元名稱：比率與百分率

本節教學主題：認識比率

節數：共 5 節，本節為第 1 節

授課年級：五 年級

設 計 者：林心怡

社群成員：新北市數學輔導團

## 一、教材與學生分析

### (一)本單元對應之課程綱要學習重點

學習表現	學習內容
n-III-5 理解整數相除的分數表示的意義。 n-III-9 理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺、速度、基準量等。	N-5-10 解題：比率與應用。整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。本條目限結果不大於 1（100%）的應用情境（大於 1 之延伸情境見 N-6-8）。

### (二)本單元學習目標

透過在生活中用比率描述的現象、事件或例子，認識並理解比率、百分率的意義；進而能應用比率概念描述資料中全體和部分的關係，並能在比率的生活情境中解決問題(含折扣及加成問題)，且能以比率概念檢視、說明解題過程的思考。

1. 認識並理解比率的意義及記法。
2. 認識並理解百分率的意義及記法。
3. 應用比率及百分率的概念解決生活中相關的問題。

### (三)本單元學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 理解分數倍及小數倍的意義並熟練分數及小數乘法相關計算。 2. 熟練分數、小數表示整數相除的結果以及分數及小數的互換計算。	1. 在比率的情境中掌握母體的重要性。 2. 理解整數相除可以得出比率的意涵。 3. 理解比率的和、差在比率上的意義。

#### (四)本節教材研究分析

關於本學習內容的詮釋如下：

(一)九年一貫97年數學領綱分年細目說明：

5-n-14 能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。

◆相關說明：

1. 「比率」是分數課題之一。**初步學習的情境強調的是部分占全體的多寡與其表示法**，因此比率的值往往小於或等於 1，且 1 就是「全部」。當學生認識到可以 1 作為基準量時，則也可以學習大於 1 的比率。日常生活中的加成，如服務費加兩成；犯罪成長率 120%；投資報酬率、銀行存款利率等也是比率的例子。
2. 百分率是最常用的比率表示法，學童應理解其意義、記法與應用，知道 100%就是 1，也就是全部。熟練常用的百分率與分數轉換、「折」的日常用法要熟悉並能計算。
3. **要處理全體中有多少子類的情況**，可與統計機率的細目一起處理。

(二)十二年課綱數學領綱學習內容與課程手冊說明：

N-5-10 解題：比率與應用。整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。備註：本條目限結果不大於 1 (100%) 的應用情境 (大於 1 之延伸情境見 N-6-8)。

◆課程手冊說明：

1. 「比率」是日常生活常見的數學應用，也是小學高年級分數學習的重要課題，應以「**整數相除**」為入口 (N-5-6)，熟習這個概念。比率的原來應用情境指的是「部分占全體」的多寡，因此比率的值小於或等於 1。
2. **本年度比率的學習先以「整數相除」為重心**，認識「**部分量÷全體量=比率**」，並發展其相關的應用問題，以及常見的記法 (如百分率) 或語言 (如「折」、「成」)。
3. 百分率是生活常用的比率表示，**希望用整數來呈現兩位小數**，讓學生用較熟悉的整數來思考。學生應理解百分率的意義、記法與應用。知道 100%就是 1，也就是全體所占的比率。學生也應熟悉常用的百分率 (相當於二位小數) 與分數的轉換。
4. 教師也應發展比率計算的應用，**讓學生知道比率的和、差在比率上的意義**。
5. 由於母體並不固定，「打擊率」「命中率」並不是數學意義的比率，尤其「打擊率」或「命中率」的「加法」更不是分數的加法。教師千萬要區分這種錯誤。(學生誤會「打擊率」、「命中率」的取和方式是分數的取和。**老師必須提醒分數的學習中，單位 1 (即比率的母體) 的重要**

性。)

#### ◎教材分析後問題思考：

由上面的分析中可以發現，九年一貫的能力指標在比率的學習上強調在情境中部分占全體的多寡之表示法，並延伸相關的生活應用；但在12年課綱的學習內容更加強調以「整數相除」為重心認識比率，以及使用比率時掌握母體的重要性，並特別指出百分率引入的需求性，以及發展學生理解比率的和、差在比率上的意義並應用。

從目前各版本教材的呈現以及上述分析後，以下為兩點主要的思考：

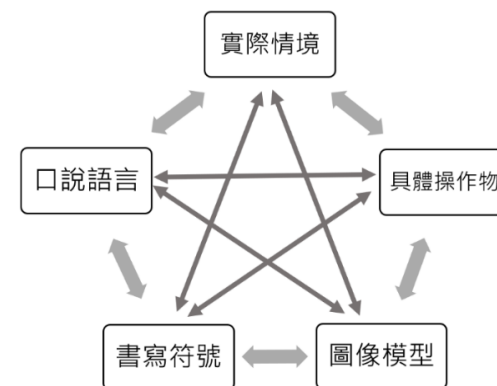
#### 1. 如何幫助學生理解比率的意義，以及比率的定義如何呈現？

比率的意涵其重點還是在部分和全體關係的表示法，新課綱認為比率的學習應先以「整數相除」為重心，認識「 $\text{部分量} \div \text{全體量} = \text{比率}$ 」理解「部分占全體」的多寡，但對學生而言理解「部分占全體」的多寡只需要分數表示即可，與除法的連結性並無需求感。學生必須理解將「 $\text{部分量} \div \text{全體量}$ 」可以得知部分量是全體量的幾倍，同時也認識比率即代表部分量是全體量幾倍的意涵，此時，學生才能以「 $\text{部分量} \div \text{全體量}$ 」相除的結果來認識比率。而目前台灣的教材【比與比值】以及【基準量及比較量】在六年級才進行，所以學生尚未有小數除以大數得知倍數關係的經驗。故本單元的認識比率會從將全體量視為1、比率視為全體量的幾分之幾引入，強化比率中單位1的重要性。除法算式在現階段將作為引入小數及百分率表示時的一種計算方式。

關於「比率」一詞的定義，在數學的意涵上，比率即為部分與全體相比所得出的比值。若要讓學生感受的「比率」這一詞的意涵，似乎從部份與全體兩數相比後產生的數值引入更為適合，則「比」這個用語在本節課將是強調的重點。筆者認為可以將「部分占全體的幾分之幾」引出其意義為「部分和全體進行比較，而比較出的結果數值」連結「比率」一詞的語意來進行「比率」此名詞的命名及溝通。

#### 2. 何種表徵形式更適合學生理解比率的意義？

所以在引入比率的意義之前，應可從實際情境中，學生熟悉的各種不同呈現資料的方式，引入使用比率表達的價值及威力，再進一步深究其意義。在比率中最重要的部分及全體關係，是否有更豐富的表徵幫助學生看到關係(如使用圓形圖來呈現部分和全體關係時、或是以線段圖呈現部分量比全體量所比較出來的位置，在視覺效果上是否更容易幫助學生理解和掌握「比率」的涵義)，目前從國內各版本的教材分析中發現，無論在布題上或是解題上出現各種表徵的類型相對較少，布題上大多都是文字應用題，解題上就是算式和計算過程。以此來思考，如何使用更合適的表徵來幫助學生理解比率概念，選擇的表徵形式以及呈現的順序會是本單元教學設計的重點。



數學表徵的五種型態(資料來源：Lesh, Post, & Behr, 1987)

### 3. 「比率」學習後學生應有的數學觀點

在引入比率概念之前，在實際的生活情境中使用比率概念描述全體和部分關係的例子，對五年級學生而言應該不陌生，學生無論在語文課、社會課、自然課、甚至新聞內容等各種閱讀文本中，一定接觸過各種使用比率概念描述全體和部分關係的例子，學生大致也能理解文本的內容，但卻未必對比率有更深入的理解。以比率做為描述的數學語言之觀點來看，對學生日後在解讀比率時，應該帶有更深入的數學觀點產生對文本的見解。筆者認為學生在比率單元學習後應有四個層次的表現：

1. 首先要能**感受**為什麼需要有比率的表示法(需求感)，並能將「部分占全體幾分之幾( $\frac{\text{部分量}}{\text{全體量}}$ )」的分數概念抽象化至「部分比上全體 1 是全體的幾分之幾」的兩量關係。
2. 以及**讀懂**生活中比率如何被使用；  
(當看到用比率描述現象時，更清楚需關注部分量所比較的全體量為何者是重要的)
3. 能**適時使用**比率的語言表達(描述)現象；  
(能清楚如何選擇部分量以及所比較的全體量來使用比率描述現象)
4. 能**應用**比率概念**解決**生活中相關問題。

基於上述，筆者將本節課教學的設計重在理解比率概念，進而讀懂使用比率概念描述的語言，並能使用比率的語言表述現象。從學生生活環境中的議題呈現部分及全體關係等不同的描述方式，以引入強調當部份和全體做比較所得出的分數表示更能突顯部份與全體的關係，進而感受使用關係語言表達的威力；在透過圓形圖示表徵協助學生今分數概念抽象化至比率概念(將整體視為 1)，再藉以部分與全體相比的意義介紹「比率」一詞，並引入全體量中所有部分量的比率和為 1；最後透過班上近視人數的統計結果提供全體中的各個部分量，讓學生進行近視比率的描述，再以比率的概念開展部分和全體相比時母體不同的情況，透過同一量在比率描述上出現不同數值的現象，進一步理解比率的描述中確認母體的重要性，以深化比率學習的使用及意義。

## 二、各節次學習活動設計

節次	單元學習目標	各節活動目標
一 (本節教學)	認識並理解比率的意義及記法。	1-1 透過生活中常見的實例認識比率的意義及記法。 1-2 理解全體中子類的比率和為 1。 1-3 在母體不同的描述情境中，理解同一量在比率描述上出現不同數值的原因，並理解比率的描述中確認母體的重要性。

二	認識並理解百分率的意義及記法。	2-1 在全體量及部分量都不同的比較情境中，擴展對比率為關係的理解。(視比較方式引入除法算式轉換小數比較)，引入百分率記法的需求感，並認識百分率是生活常用的比率表示法。 2-2 熟悉常用的百分率(相當於二位小數)與分數的轉換。
三	應用比率及百分率解決全體 量已知求部分量的問題。	3-1 理解比率及百分率與分數倍(小數倍)之間的轉換。 3-2 應用比率及百分率轉換為分數倍(小數倍)問題，解決全體量已知求部分量的問題。
四 五	應用比率的概念解決生活中 常見的問題。	4-1 認識並理解比率常見的語言(如「折」、「成」)。 4-2 應用比率及百分率的概念，解決生活中常見的折扣問題。 4-3 應用比率及百分率的概念，解決生活中常見的加成、利率等問題。

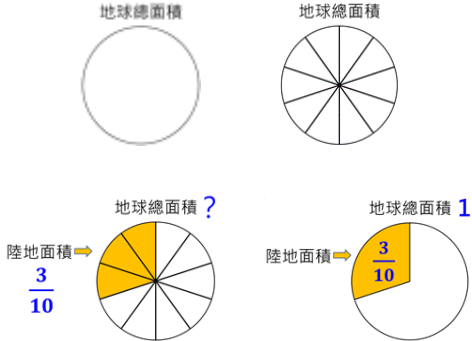
### 三、本節課的學習活動

#### (一)素養導向的課程與教學設計說明

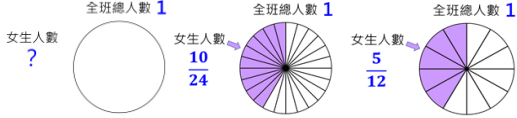
素養導向教學設計要點		與本節課活動內容設計的關聯說明
轉	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 轉 1 情境問題轉化</li> <li>■ 轉 2 新舊經驗銜接</li> <li>■ 轉 3 數學概念連結</li> </ul>	<p>轉 1：利用自然領域中的真實數據及比率描述事實(地球總面積及陸地面積實際數據、班上男女生人數)，幫助學生形成比率的概念。並透過舉例讓學生與生活經驗結合，察覺部分和整體關係在生活中的應用。</p> <p>轉 2、3：由分數概念的舊經驗透過圓形圖表徵理解將全體視為 1，連結比率為部分占全體幾分之幾的意義。</p>
做	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 做 1 概念操作理解</li> <li>■ 做 2 解題策略探究</li> <li>■ 做 3 數學語言溝通</li> </ul>	<p>做 1：透過圓形圖示表徵理解比率中全體為 1 的概念，以及整體量中每個部分的比率和為 1。</p> <p>做 2：透過討論圖示班上近視人數的比率關係，產生不同圖示的表徵形式想法。</p> <p>做 3：介紹生活中簡稱的比率語言，並透過中文語意連結數學概念，亦請學生從生活中真實數據的描述事實，練習使用「比率」的名詞重新描述部分量與全體量的關係。溝通生活中常見的比率省略的表示法</p>
得	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 得 1 思考能力提升</li> <li>■ 得 2 解題態度培養</li> <li>■ 得 3 共同學習增能</li> </ul>	<p>得 1：透過只提供部分量的數據，讓學生自行判斷整體量，並能夠以圖示表徵呈現關係進行思考。</p> <p>得 2：利用同一個部分量所比較的整體量不同時，產生不同的比率意涵，引發閱讀或描述時應更注意其比率的整體量為何，提升生活中閱讀數學語言的基本態度。</p> <p>得 3：透過各種比率情境的探究、分享以及欣賞他人詮釋的說明，共同學習不同角度的思考。</p>

#### (二)第 1 節學習活動的設計

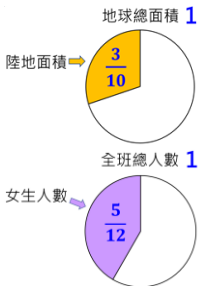
階段	探究情境及學習活動設計	關鍵提問設計(A) A1 凸顯事實的提問 A2 引動探究的提問 A3 分析推論的提問 A4 延伸連結的提問 A5 聚斂統整的提問	學習表徵(R) R1 實際情境 R2 具體操作物 R3 圖像模型 R4 書寫符號 R5 口說語言 操作學具(T) T1 實體學具 T2 虛擬學具	對應素養導向教學 設計要點 (轉、做、得)
導入活動	<p>【導入活動】感受使用以關係語言表達更能彰顯部分相比全體的關係</p> <p>◆探究情境設計:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>呈現地球總面積及陸地面積實際數據以及用比率描述的句子，引出用「分數」描述更能表示出大小關係的需求。</li> <li>引入本節的學習重點：如何使用數學來描述關係。(數學是一種描述世界的語言，化繁為簡是數學很重要的特徵-可以用數字來表示世界、簡化現象的呈現方式。)</li> </ol> <p>◆學習活動: 學生兩人一組分享想法</p>	<p>(先呈現實際數據)</p> <p>A1: 你會怎麼描述陸地的面積和地球總面積大小關係是什麼?</p> <p>(再呈現用比率描述的句子)</p> <p>A1: 這種呈現方式呢? 第二種描述方式有沒有更清楚表示出它們的大小關係呢?</p> <p>A5: 所以，用分數來表示全部和其中一部分的關係有什麼優點?</p>	<p>R3、R4: 透過 PPT 簡報分段呈現「實際的面積數據」以及「比率描述的句子」，引發學生的感受</p> <div data-bbox="1308 598 1464 758">  </div> <div data-bbox="1482 612 1798 746"> <p>地球總面積：510,100,000 平方公里</p> <p>陸地面積：149,100,000 平方公里</p> <p>陸地面積約佔地球總面積的 <math>\frac{3}{10}</math></p> </div>	<p>轉 1：利用自然領域中的真實數據及比率描述事實，幫助學生感受比率描述的優勢。</p>
開展活動	<p>【開展活動一】連續量情境中引入圓形圖示表徵建構連續量全體為單位 1 的意義</p> <p>◆探究情境設計:</p>			

<p>1. 延續上面的連續量情境，將「地球總面積」轉化為圓形圖示。</p> <p>2. 透過圓形圖示，幫助學生將「陸地面積佔地球總面積的<math>\frac{3}{10}</math>」的意義，從「整體 10 份與部分 3 份」轉化為「整體是 1 與部分是<math>\frac{3}{10}</math>」的關係。</p> <p>◆學習活動： 全班共同討論</p>	<p>A1:如果老師想用畫圖來表示「陸地面積佔地球總面積的<math>\frac{3}{10}</math>」這句話的關係，我們可以用 1 個圓的大小來代表地球的總面積嗎？陸地面積的部分應該如何塗色表示？為什麼這些部分是陸地的大小？</p> <p>A3:如果陸地面積用「<math>\frac{3}{10}</math>」這個數字來表示，那地球總面積會用哪個數字來表示？你是怎麼想的？</p>	<p>R3、R4：將地球實際圖像轉化為圓形表徵，讓學生更容易將地球總面積想成 1 個圓。透過 PPT 簡報動態呈現圖示配合數字表徵，幫助學生將分數概念轉為比率概念，透過 1 個圓進而最後抽象為可以將全部當作 1。</p> 	<p>轉 2、3：由分數的舊經驗理解比率中全體為 1，比率為部分佔全體幾分之幾的意義。</p> <p>做 1：透過動態的圖示表徵，強化比率的意涵</p> <p>轉 3：利用圓形的圖示表徵，幫助學生理解連續量情境中比率的意義。</p>
<p>【開展活動二】離散量情境中引入圓形圖示表徵建構離散量全體為單位 1 的意義</p> <p>◆探究情境設計：</p> <p>1. 將描述關係的情境擴充至離散量情境，讓學生試著遷移前一段學習進行關係的描述。</p>	<p>A4: 我們可以用「陸地面積佔地球總面積的<math>\frac{3}{10}</math>」來描述關係，那也可以用來描述其他的現象嗎？</p> <p>A3:五年甲班總人數有 24 人，女生有</p>	<p>R5：請學生口說發表「描述五年甲班</p>	



	<p>2. 將「班級總人數」轉化為圓形圖示想成是【1 個完整的圓】，那麼女生人數與全班總人數相比就會是【1 個圓的<math>\frac{5}{12}</math>】，可以用<math>\frac{5}{12}</math>來表示它們之間的關係。</p> <p>3. 學生個人思考，試著用一句話寫下<math>\frac{3}{10}</math>和<math>\frac{5}{12}</math>這兩個數字代表的意思。教師依據學生作答引入「比率」的命名。(我們將部分與全部相比後，產生一個可以表示它們關係的數值，稱為「比率」)</p> <p>◆學習活動：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 個人思考。</li> <li>2. 兩人分享討論。</li> <li>3. 全班共同討論</li> </ol>	<p>10 人，可以怎麼描述五年甲班女生人數和全班總人數的關係？</p> <p>A3:我們也可以將全班總人數想成是 1 個完整的圓嗎？如果我們將全班人數會用數字 1 來代替，那麼女生人數可以用哪一個數字表示？</p> <p>A5:所以，從前面兩個例子來看，<math>\frac{3}{10}</math>和<math>\frac{10}{24}</math>(或<math>\frac{5}{12}</math>)這兩個數字代表什麼意思？</p>	<p>女生人數和全班總人數關係」的句子。</p> <p>R3、R4：透過 PPT 簡報動態呈現圖示配合數字表徵，幫助學生也能將全班總人數(24 個人)想成 1 個圓，並最後能抽象為整個班當作 1，並將「整體 12 份與部分 5 份」轉化為「整體是 1 與部分是<math>\frac{5}{12}</math>」的關係。</p>  <p>R4：提供個人空白紙張讓學生收斂前面所引導的概念，用一句話寫下<math>\frac{3}{10}</math>和<math>\frac{5}{12}</math>這兩個數字代表的意思，現場馬上可以收集學生目前理解整體與部分關係的情況。</p>	<p>做 1：透過圖示表徵，強化比率的意涵</p> <p>轉 3：利用圓形的圖示表徵，幫助學生理解離散量情境中比率的意義。</p> <p>做 3：介紹比率語言，並透過中文語意連結數學概念，強化「比率」一詞與其意涵</p>
--	---	--	--	--



	<p>【開展活動三】透過圓形圖示表徵，理解整體量中每個部分的比率和為 1</p> <p>◆探究情境設計：</p> <p>延續前面兩個連續量及離散量的情境，在原有的圓形表徵上讓學生察覺整體和每個部分的關係。</p> <p>◆學習活動：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 學生個人思考後兩人一組分享。</li> <li>2. 全班共同討論。</li> </ol>	<p>A1:陸地是地球表面積的一部分，另外一部分是什麼呢?那我們可以知道海洋面積占地球總面積的比率是多少嗎?你是怎麼知道的?</p> <p>A1:女生是五年甲班的一部分，那另外一部分是什麼呢?我們可以知道男生人數占全班總人數的比率是多少嗎?你是怎麼知道的?</p> <p>A5: 所以，一個整體被分為兩個部分，這兩個部分的比率相加有什麼共同性?</p> <p>A4:那如果我把一個整體分成三個部份呢?</p> <p>A4:生活中有什麼例子，我們也會把一個整體分成好幾個部份來思考?它們的比率和也都會是 1 嗎?請舉例說明。</p>	<p>R3、R4：透過 PPT 簡報呈現兩個圓形圖示及數字表徵，讓學生可以在圖示中直觀感受到整體量中每個部分的比率和為 1，並可以推論另一部分的比率。</p>  <p>R5：請學生口頭發表舉例說明。</p>	<p>轉 2：利用分數的舊經驗理解整體量中每個部分的比率和為 1。</p> <p>轉 1：透過舉例讓學生與生活經驗結合，察覺部分和整體關係在生活中的應用。</p>
深化活動	<p>【挑戰活動】使用比率呈現部分和整體的關係。並能理解當部分量比較的整體量改變時，比率的意涵也會不同，深化比率的概念</p> <p>◆探究情境設計：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 現場進行班上男生及女生近視的人</li> </ol>	<p>A3:要如何知道班上男生近視、沒近視及女生近視、沒近視的人數占全班</p>	<p>R1、R4：透過班上實際近視的真實情境製作成表格呈現數據，讓學生可以</p>	<p>得 1：透過離散量情境提供部分比率的敘</p>

數統計，並紀錄成統計表。

是否近視 性別	近視	未近視
男生		
女生		

- 利用前述表格的數據引入「近視的人數占全班人數的比率」可以簡稱為「近視人數的比率」(近視率)。

◆學習活動:

- 學生個人作答。
- 四人一組討論。
- 全班討論各組做法

人數的比率各是多少呢? 請說明你的想法並記錄下來。

A3:同樣是描述班上男生(女生)近視及未近視人數的比率,為什麼會有兩種比率數字?(學生表示比率時可能忽略整體量為何出現不同答案,即可討論本題,若無則不需進行)

A3:如何畫圖表示我們班上男生近視、沒近視及女生近視、沒近視這四個部分的人數和全班人數的關係,並在圖上標示出各部分的比率。

A3:班上近視的人數占全班人數的比率是多少?

應用之前所學到的比率概念應用在實際生活中。

R3:透過個人學習單讓學生用圖示表徵嘗試呈現較複雜的比率關係圖,除了可以檢視學生是否能應用已學的比率概念正確表示關係,同時也鞏固並深化學習。再透過小組學習單提供小組討論後的畫圖紀錄,最後以實物投影機進行各組的做法分享。

述,請學生判斷得知那些訊息,需要整合前面所學的比率進行思考。

得1:透過同一個部分量所比較的整體量不同時,進而思考不同的比率意涵

做1、2:透過討論並畫圖操作表示比率關係,有多元表示方法

得3:透過分享及欣賞他人詮釋的說明,共同學習不同角度的思考