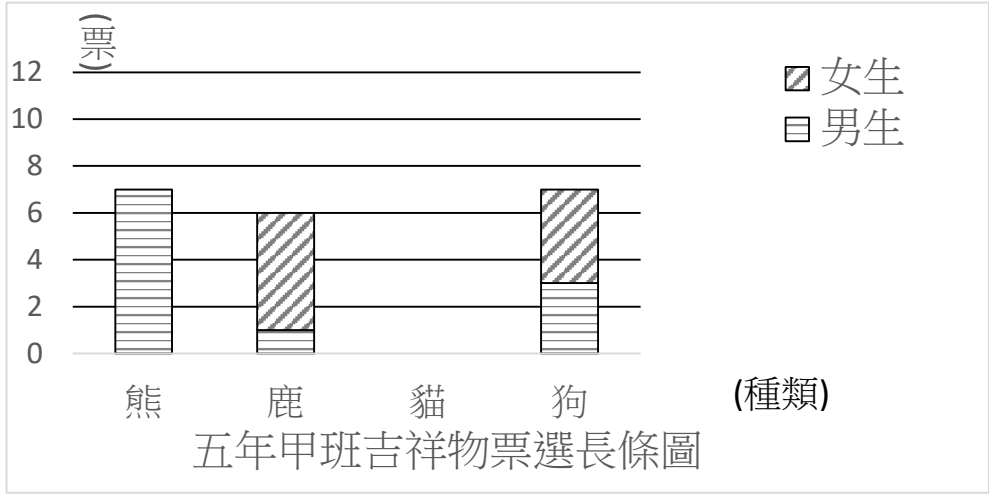
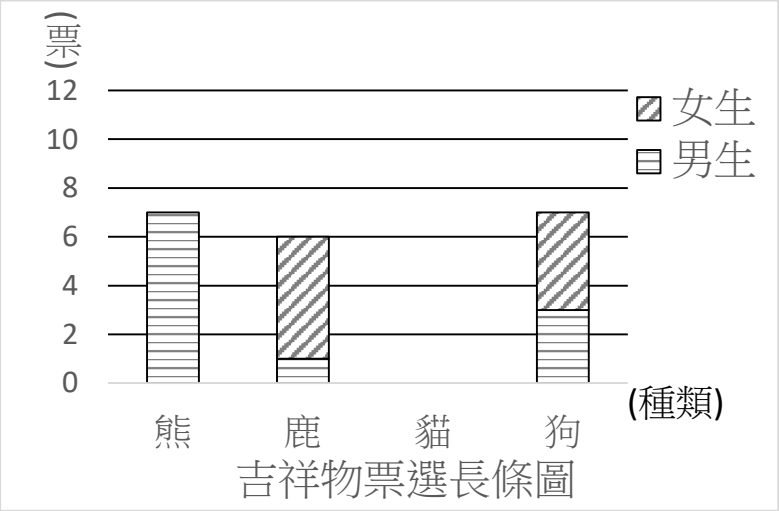


# 新北市 107 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

## 一、試題內容及評閱規準

| 分年細目 | 4-d-01 能報讀生活中常用的長條圖。  | 知識向度 | 統計與機率 |
|------|---|------|-------|
| 評量內涵 | 能連絡長條圖與文字訊息，以及藉全體與部分關係推知隱藏資訊。   | 認知層次 | 解題思考  |
| 試題內容 | <p>五年甲班票選吉祥物，全班有男生 14 人、女生 16 人，每個人都投了一票。下面是未完成的統計圖：</p>  <p>五年甲班吉祥物票選長條圖</p>  |      |       |
|      | <p>下面是針對投票的結果，二位同學的討論內容。</p> <p>小欣：「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人。」</p> <p>大同：「喜歡貓的人數最多。」</p> <p>請把五年甲班的吉祥物票選長條圖完成，並說明你的做法。</p> <p>作答欄：</p> <div> <div> <p>(1) 完成長條圖：</p>  <p>吉祥物票選長條圖</p> </div> <div> <p>(2) 我的做法：</p> </div> </div> |      |       |

| 評閱規準 | 類別 | 評閱說明   | 評閱舉隅  |
|------|----|--|---|
|      | 2A | 能以全班總人數推知未投的票數，再根據題目中訊息算出未投票中男生、女生投「貓」的票數；並正確完成統計圖。          | 先計算出全班未投總票數為 10 票。<br>計算出男生尚有 3 票未投，女生尚有 7 票未投。舉例如下：<br>熊+貓+狗的男生共 11 人<br>鹿+狗的女生共 9 人<br>$30-20=10$<br>$16-9=7$<br>$14-11=3$<br>$7-3=4$                       |
|      | 2B | 能以男/女生總人數與男/女生已投票人數，推知男/女生投「貓」的票數；並正確完成統計圖。                  | 先求出男生投貓票數為 3 票。再算出女生還有 7 票未投。<br>舉例如下：<br>$14-7-1-3=3$<br>$16-5-4=7$<br>$7+3=10$  |
|      |    |  | 先求出女生投貓票數為 3 票。再算出男生還有 7 票未投。<br>$6-1=5$<br>$7-3=4$<br>$16-(5+4)=7$<br>$7-4=3$<br>$7+3=10$  |
|      | 2C | 能以全班總人數推知未投的票數，以及根據題目中未投票數中男、女生的差數，正確算出男、女生投「貓」的票數；並正確完成統計圖。 | 先計算出全班未投總票數為 10 票。再根據題目條件，列出算式。<br>$14+16=30$ …全班人數<br>$7+6+7$ ……. 已畫上去的人數<br>$30-20=10$ …投貓的人數<br>$10-4=6$<br>$6\div 2=3$ ……. 投貓的男生人數<br>$3+4=7$ ……. 投貓的女生人數 |
|      | 1A | 能正確完成統計圖，但只能寫出部分正確算法或算法空白。                                   | 圖畫對，只算出投貓票數為 10 票：<br>$7+6+7=20$<br>$16+14=30$<br>$30-20=10$  |
|      | 1B | 能正確算出男、女生投「貓」的票數，但無法正確完成統計圖。                                 | 圖畫錯，但是能推知男生投貓票數應為 3 票，女生投貓票數應為 7 票。<br>$7+1+3=11$ $5+4=9$<br>$14-11=3$ $16-9=7$<br>$7-3=4$  |

|      |    |                                    |  |
|------|----|------------------------------------|--|
|      | 0A | 無法正確完成統計圖，<br>且只寫出部分正確算法<br>或算法空白。 | 未完成統計圖，且未完成作答。<br>$7+7+6=20$<br>$14+16=30$<br>$30-20=10$ |
|      | 0B | 無法正確完成統計圖，<br>且寫出錯誤算法。             | 未完成統計圖，且錯誤作答。<br>$14-7-1-3=3$<br>$16-4-6=6$              |
|      | 99 | 空白                                 |  |
| 資料來源 |    |                                    |  |

## 二、評閱結果

### (一)學生作答情形

| 類型     | 2    |      |     | 1   |     | 0    |      |     | 合計    |
|--------|------|------|-----|-----|-----|------|------|-----|-------|
|        | 2A   | 2B   | 2C  | 1A  | 1B  | 0A   | 0B   | 99  | 394 人 |
| 人數     | 26   | 112  | 15  | 20  | 9   | 114  | 77   | 21  |       |
| 百分比(%) | 6.6  | 28.4 | 3.8 | 5.1 | 2.3 | 28.9 | 19.6 | 5.3 |       |
| 人數     | 153  |      |     | 29  |     | 212  |      |     |       |
| 百分比(%) | 38.8 |      |     | 7.4 |     | 53.8 |      |     |       |

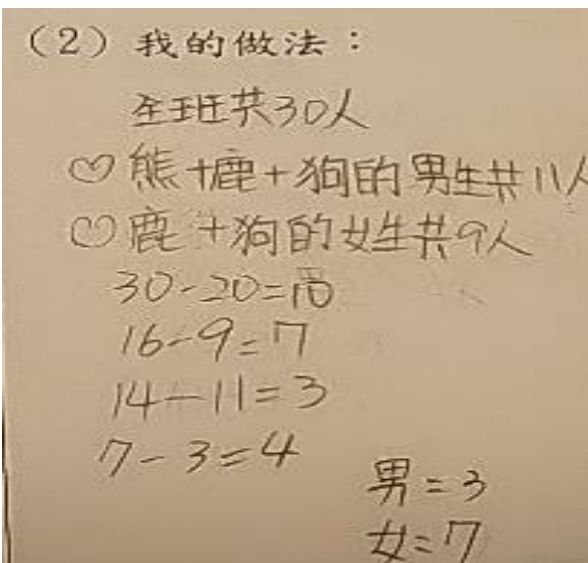
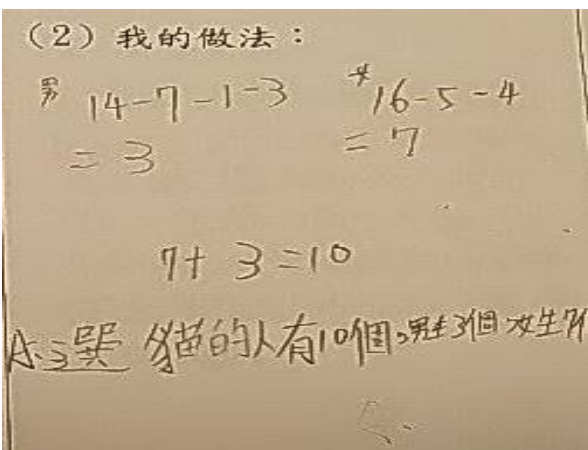
依上表可看出 2 分類型的學生約四成，1 分類型的學生不到一成，0 分類型的學生約五成四。

2 分類型的學生佔 38.8%，其中約七成三的學生屬於 2B 類型，會先根據男生已投票人數與男生總人數，推知男生投貓票數應為 3 票，再推知女生投貓票數；或者會先根據女生已投票人數與女生總人數推知女生投貓票數應為 7 票，再推知男生投貓票數。另外約一成七的學生屬於 2A 類型，是先以全班總人數和圖中已投其他動物的票數，推知投貓的票數最多 10 票，或者是根據男女生於其他動物的投票數，推知男生尚有 3 票未投，女生尚有 7 票未投。另外約一成的學生屬於 2C 類型，會根據題目訊息所提未投票數中男、女生的差數，正確算出男、女生投「貓」的票數。

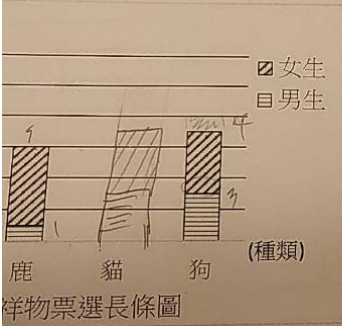
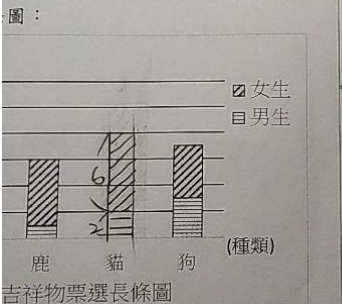
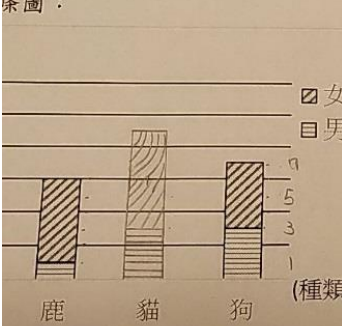
得 1 分的學生占 7.4%，其中將近七成的學生屬於 1A 類型，雖然會畫出正確的統計圖，但卻只能寫出部分正確算法或算法空白。另外有大約三成的學生屬於 1B 類型，雖然能正確算出男、女生投「貓」的票數，但卻畫出錯誤的統計圖。

至於得 0 分的學生佔 53.8%，都是畫錯統計圖，以及不是寫出部份正確理由或完全沒寫理由(0A 類型)，就是完全錯誤或不知所云的理由(0B 類型)。

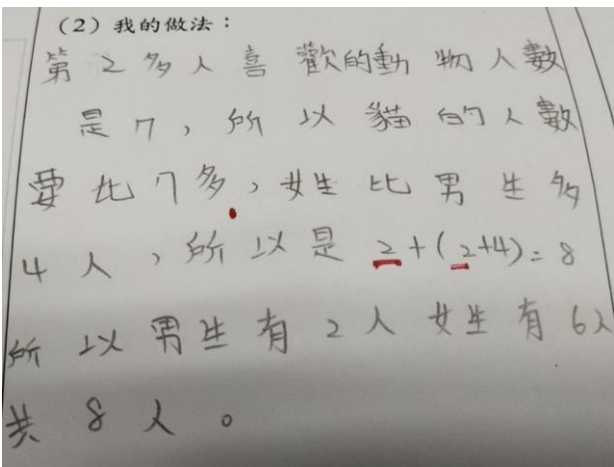
## (二) 學生解題類型分析

| 得分 | 類型 | 解題範例(學生作答照片)  | 解題類型分析  |
|----|----|---|---|
| 2  | 2A |   | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 先透過觀察與簡單計算，發現全班未投總票數為 10 票。</li> <li>2. 並根據題目所提供解題線索：「喜歡貓的女生比男生多 4 人。」，「喜歡貓的人數最多。」，以及發現在一人一票的前提下，男生尚有 3 票未投，女生也有 7 票未投，</li> <li>3. 以 <math>7-3=4</math>，<math>7+3=10</math> 等兩個式子，先推測結果為女生還有 7 票，然後再算出男生還有 3 票沒畫出來。</li> </ol> |
|    | 2B |  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 先求出男生投貓為 3 票，再算出女生還有 7 票沒畫出來。或者先求出女生投貓為 7 票，再算出男生還有 3 票沒畫出來。</li> <li>2. 再根據「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」，以及「喜歡貓的人數最多」這兩個條件，列出 <math>7-3=4</math>，<math>7+3=10</math> 這兩個式子，檢驗答案。</li> </ol>   |

|   |    |  |  |
|---|----|--|--|
|   |    | <p>(2) 我的做法：</p> <p>女生喜歡鹿的有5人，喜歡狗的有4人，總共有9人，所以女生有<math>16 - 9 = 7</math>人喜歡貓，因為比男生多4人，所以<math>7 - 4 = 3</math>人，有3位男生喜歡貓，共有10人喜歡貓。</p> <p> <math>6 - 1 = 5</math><br/> <math>7 - 3 = 4</math><br/> <math>16 - (5 + 4) = 7</math><br/> <math>7 - 4 = 3</math> </p>  |  |
|   | 2C | <p> <math>14 + 16 = 30</math>... 全班人數<br/> <math>7 + 6 + 7 = 20</math>... 已畫上去的人數<br/> <math>30 - 20 = 10</math>... 投貓的人數<br/> <math>10 - 4 = 6</math><br/> <math>6 \div 2 = 3</math>... 投貓的男生人數<br/> <math>3 + 4 = 7</math>... 投貓的女生人數         </p> <p>(2) 我的做法：</p> <p>全班有30人，減掉喜歡鹿、狗和貓的人，在把<math>10 \div 2 = 5</math>，因為多4人，一個減2一個加2。</p> <p> <math>30 - 7 - 6 - 7 = 10</math><br/> <math>10 \div 2 = 5</math><br/> <math>5 - 2 = 3</math><br/> <math>5 + 2 = 7</math> </p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>先計算出全班未投總票數為 10 票。</li> <li>再根據題目訊息：「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」，所提及未投票數中男、女生的差數，列出算式「<math>10 - 4 = 6</math>」、「<math>6 \div 2 = 3</math>」，「<math>3 + 4 = 7</math>」。或者是將投給貓的 10 票先分成男女生各一半(5 票)，然後將原來假設投給貓各一半的男女生人數，分別減 2 票(投給貓的男生票數)與加兩票(投給貓的女生票數)，產生差距 4 票的結果，進而算出最後投給貓的男女生人數。</li> </ol> |
| 1 | 1A | <p>圖：</p> <p>(2) 我的做法：</p> <p> <math>7 + 6 + 7 = 20</math>    <math>16 + 4 = 20</math><br/> <math>30 - 20 = 10</math> </p> <p>喜歡貓的有10人</p>   | <ol style="list-style-type: none"> <li>能正確完成統計圖。</li> <li>能根據全班人數與其他三類動物的男女生投票總人數，算出投給貓的投票人數。但無法進一步算出投給貓的男女生人數各為多少。</li> </ol>   |

|   |    |  |   |
|---|----|--|---|
|   | 1B | <p>圖：</p>  <p>(2) 我的做法：</p> $7+1+3=11$ $5+4=9$ $14-11=3$ $16-9=7$ $7-3=4$   | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 無法正確完成統計圖。</li> <li>2. 但知道各類別動物的投票總人數，以及正確的男女生人數。且能注意到「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」的條件。</li> </ol>   |
| 0 | 0A | <p>圖：</p>  <p>(2) 我的做法：</p> <p>先把喜歡貓的數畫最多，再把它分割成女生的票多男生 4 票。</p> <p>女生 = 6<br/>男生 = 2</p> <p>熊 鹿 貓 狗</p> <p>7 個 男生<br/>6-1=5<br/>1 個 男生<br/>5 個 女生<br/>14-9=5<br/>5 個 男生<br/>5 個 女生<br/>7-3=4<br/>3 個 男生<br/>4 個 女生</p> <p>5+4=9<br/>7+3+1=11</p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 無法正確完成統計圖。</li> <li>2. 但是能夠根據「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」，與「喜歡貓的人數最多」這兩個條件。以及知道未投票人數尚有 10 人。</li> <li>3. 除了上述思考，會把喜歡貓的人數畫成 10 票，並將這 10 票分成兩部分，且知道女生票數多男生 4 票。</li> <li>4. 一開始能夠根據題目訊息：「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」，所提及未投票數中男、女生的差數，將投給貓的 10 票先分成男女生各一半(5 票)。但後續未能使用「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」的條件算出最後投給貓的男女生人數。</li> </ol> |
|   | 0B | <p>條圖：</p>  <p>(2) 我的做法：</p> $14-7-1-3=3$ $16-4-6=6$ $6+3=9$  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 無法正確完成統計圖。</li> <li>2. 看錯投鹿(或其它動物)的女生票數(或男生票數)。</li> <li>3. 不合理的理由。</li> </ol>  |



|    |    |   |  |
|----|----|---|--|
|    |    |  |  |
| 99 | 空白 |   |  |

## 1. 學生正確的多元解題策略

從 2 分類型的解題策略中，可看出學生在作答上不同的思考路徑。2 分類型的學生都至少能根據題目所給條件，與題目呈現的不完整統計圖，察覺母群體資料分佈的描述(例如：全班未投總票數、男生投貓票數、喜歡貓的人數最多)，以及能夠一眼清楚看出各類別動物票數的總量，再進行推測、計算答案。只是思考路徑有所不同，大致上可分為三種：

- (1) 先以全班總人數和圖中已投其他動物的票數，推知全班未投總票數為 10 票，再根據「喜歡貓的女生比男生多 4 人」、「喜歡貓的人數最多」這兩個條件，推測女生還有 7 票，男生還有 3 票沒畫出來。
- (2) 先根據男生已投票人數與男生總人數，推知男生投貓票數應為 3 票。再算出女生未畫出來的票數，並根據「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」，以及「喜歡貓的人數最多」兩個條件，檢驗答案。
- (3) 能夠根據題目訊息：「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多 4 人」，所提及未投票數中男、女生的差數，列出算式找到答案。

作者認為上述三種 2 分類型的解題策略，呈現出不同且優秀的解題思維。其中第一種解題策略顯示學生能清楚地看出各動物類別投票總人數，進而計算出各動物類別中的男女生人數，且能比較各動物類別投票總人數，以及男女生人數的大小關係，在在顯示展現此解題策略的學生已經確實瞭解重疊長條圖的意義，此或可做為學生初接觸重疊長條圖時，教師引導學生學習的思考路徑。

## 2. 學生常見的錯誤解題想法

從 1 分類型的解題策略中，可看出學生無論是會畫出正確的統計圖，但只能寫出部分正確算法或算法空白；或者是能正確算出男、女生投「貓」的票數，卻無法正確完成統計圖。主要原因是學生對於理由敘述的能力不夠熟練，或者是不夠細心注意投票人數差距的數量或總票數多寡。

從 0 分類型的解題策略中，可看出學生大都無法一眼清楚看出(或看錯)各類別動物票數的總量，或個別的男女生人數，亦即無法察覺統計資料的分佈樣態；以及對於題目訊息的解讀有誤。

## 三、評量內涵與本題的教學策略建議

統計概念的最終的目的是重在對母群體擁有的現象之描述，即母群體資料分佈的描述，而以圖形來描述母群體對兒童是可能比較具體且可行(蘇國樑、許天維，1994)。所以教學時要讓學生理解透過統計圖可以幫助我們從雜亂無章的數據中，整理並瞭解統計資料所要傳達的意義。

由於長條圖最大的特色是能一眼清楚看出各類別的總量，並能比較各類別間數量大小的關係(李湘倫、劉曼麗，2017)。以本「重疊式長條圖」問題類型為例，我們可以



瞭解學生是否能夠在一堆資料中，快速知道各類別動物的男女生投票總人數，以及投給各類別動物的男女生人數。

亦即透過本題可以協助教師瞭解學生是否真的理解重疊長條圖的意義、功能和使用時機，因為當學生能清楚地看出各動物類別投票總人數，進而計算出各動物類別中的男女生人數，且能比較各動物類別投票總人數，以及男女生人數的大小關係時，就顯示學生確實瞭解重疊長條圖的意義、功能和使用時機。

此外，Friel & Bright (1998)以中小學課程為基礎，將統計調查(statistical investigation)的過程簡化為(1)提出疑問；(2)蒐集資料；(3)分析資料；(4)形成並溝通結果。本題透過學生畫出部分長條圖，以及說明想法等解題要求，呈現學生分析資料，形成並溝通結果的解題過程，可協助教師理解並引導學生養成「數-E-B2 具備報讀、製作基本統計圖表之能力」，以及「數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度」的數學核心素養。

根據上述，本題的教學策略建議如下：

## 1. 引導學生掌握統計圖中總量與各類別資料的分布狀況

教師應引導學生能夠一眼看出各類別動物的投票數，以及透過各類別動物的男女生投票總人數，以及投給各類別動物的男女生人數的簡單計算，讓學生學會解讀統計圖中總量與各類別資料的分布狀況。以本題為例，教師可以透過詢問學生下列幾個問題進行引導：「某一種動物的總票數多寡？」、「該種動物的總票數中，男女生各為多少票？」，以培育學生報讀基本統計圖表之數學核心素養。

## 2. 提升報讀及解讀統計圖的能力，以促進學生的統計素養

教師應引導學生透過小組討論與發表，說明解題想法，練習分析資料，形成結論並能溝通結論的解題過程。以本題為例，教師可以透過詢問學生下列幾個問題進行引導：

「比較題目已經告知的三種動物的男女生票數各為多少？」、「推測還有幾張票未投？」，教師還可以提醒學生聚焦題目所提供的另外兩個條件，進行討論與分析，並找到符合條件的男女生票數，亦即當學生發現答案時，應要求學生檢驗答案是否滿足這兩個條件。如此方能培育學生除了報讀基本統計圖表之能力外，尚能進一步透過解讀統計圖表能力的學習，培育學生如何以證據說明、溝通自身解題思考路徑的數學核心素養。

## 3. 引導學生透過統計圖表的探討，理解統計圖表的價值與應用

雖然九年一貫國小統計能力指標所強調的溝通能力包括報讀和解讀兩方面，然而大多數現行課本內容大多僅進行報讀統計訊息並做簡單計算，故大部分老師和學生都覺得統計概念的學習很簡單，但要能真正了解統計圖的意義、功能和使用時機，亦即培養學生真正的統計素養，則需引導學生能解讀、分析統計圖表中部分資料或整體資料，說明資料分布的情形，並能根據資料的分布情形，解釋相關資訊。

以此題為例，若於該題討論後，教師再刻意拿掉題目訊息之一：「喜歡貓的人數最多。」，只留下「喜歡貓的女生比喜歡貓的男生多4人。」的條件，則原來的統計圖表將會產生不同的意義：尚未投的10票不一定都投貓；此舉將能促進學生提出疑問與產出不同的思考路徑，並且根據新的題目訊息應用與分析統計圖表的資料，最後形成新的結論。