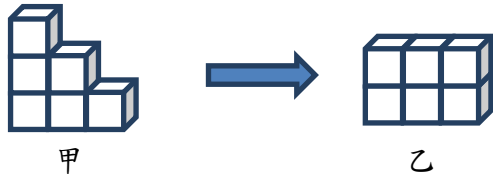


新北市 107 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

一、試題內容及評閱規準：

分年細目	5-n-20 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)		知識向度	量與實測
評量內涵	了解物體的表面積是所有面的面積總和		認知層次	解題思考
試題內容	<p>小明用 6 個 1 立方公分的積木，排成一個形體(如下圖甲)，移動 1 個積木後，排成另一個形體(如下圖乙)。請問甲、乙二個形體的表面積一樣大嗎？寫出你的判斷方法。</p> <div style="text-align: center;">  </div>			
評閱規準	類別	評閱說明	評閱舉隅	
	2A	正確判斷出甲>乙，利用比對甲、乙二圖各面的數量進行判斷。	從前面和後面看，甲和乙都是 6 個面；從上面和下面看，甲和乙都是 3 個面；從左邊看，甲有 3 個面，乙只有 2 個面；從右邊看，甲有 3 個面，乙只有 2 個面；故表面積甲>乙。	
	2B	正確判斷出甲>乙，計算接觸面的數量或接觸面數量的變化來進行判斷。	<p>由甲變成乙時，是移動左上角的積木，那一塊的接觸面由 1 面變成 2 面，所以表面積甲>乙。</p> <p>甲圖中，互相接觸的面有 6 個面，乙圖中，互相接觸的面有 7 個面，所以表面積甲>乙。</p>	
	2C	正確判斷出甲>乙，分別算出或數出甲、乙二個形體的表面積。	<p>甲：$6 \times 6 - 12 = 24$</p> <p>乙：$6 \times 6 - 14 = 22$</p> <p>直接點數出甲有 24 個面、乙有 22 個面。</p>	
	2X			
	1A	正確判斷出甲>乙，但計算錯誤或單位錯誤	(略)	
	1B	正確判斷出甲>乙，但認為形狀不同，表面積也會不同	形狀不同，表面積也會不同	
	1C	正確判斷出甲>乙，但理由不完整	(略)	
	1D	正確判斷出甲>乙，但理由錯誤(含公式混淆)	(略)	
	1X	其他類型，但不屬於上述		

		ABCD 類型	
	0A	答案錯誤，認為甲和乙的表面積一樣大，認為體積一樣，則表面積也會相同	(略)
	0B	答案錯誤，未說明理由、理由不完整或理由錯誤	(略)
	0X	其他錯誤類型，但不屬於上述 AB 類型	
	99	空白	

二、評閱結果：

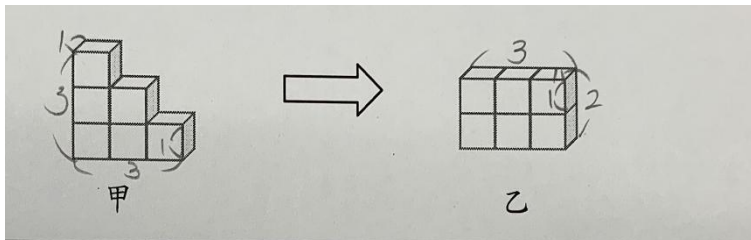
(一)本題學生作答情形

類型	2			1				0			合計
	2A	2B	2C	1A	1B	1C	1D	0A	0B	0X	394 人
人數	5	9	65	29	18	52	34	144	35	3	
百分比(%)	1.3	2.2	16.5	7.4	4.6	13.2	8.6	36.5	8.9	0.8	
人數	79			133				182			
百分比(%)	20.0			33.8				46.2			

依上表可看出有二成的學生得分為 2 分，三成三的學生得 1 分，約五成的學生得 0 分。得分 2 分的學生佔 20.05%，其中超過八成的學生利用計算出兩形體的表面積再進行比較而得出答案；只有一成的學生利用積木與積木間接觸面的數量進行判斷，不到一成的學生將形體的面分為上下、前後、左右三個面向，從兩形體各個方向的面的數量分別進行判斷。得 1 分的學生佔 33.76%，其中將近四成的學生雖然能比較出甲、乙兩形體的表面積大小，但卻無法正確說明理由或理由不完整；約二成五的學生理由錯誤，例如用邊的數量或高度進行比較，或是在計算的過程中混淆體積公式及面積公式；另有一成的學生認為形狀不同，則表面積也會不同。至於得 0 分的學生佔 46.19%，其中八成的學生認為體積一樣，則表面積也會一樣。

(二) 學生答題類型分析

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析																																				
2	2A	<p>(2) 我的判斷方法：</p> <p>甲和乙的上下、前後的面積一樣， 但甲的左右兩邊都是3，乙兩邊都是2， 所以甲的表面積比乙大。</p> <p>(2) 我的判斷方法：</p> <table><tr><td>甲：</td><td>上</td><td>3</td><td>乙：</td><td>上</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>下</td><td>3</td><td></td><td>下</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td>左</td><td>3</td><td></td><td>左</td><td>2</td></tr><tr><td></td><td>右</td><td>3</td><td></td><td>右</td><td>2</td></tr><tr><td></td><td>前</td><td>6</td><td></td><td>前</td><td>6</td></tr><tr><td></td><td>後</td><td>6</td><td></td><td>後</td><td>6</td></tr></table>	甲：	上	3	乙：	上	3		下	3		下	3		左	3		左	2		右	3		右	2		前	6		前	6		後	6		後	6	將形體的面分為上、下、前、後、左、右六個方向，從兩形體各個方向的面數量分別進行判斷。
	甲：	上	3	乙：	上	3																																	
		下	3		下	3																																	
	左	3		左	2																																		
	右	3		右	2																																		
	前	6		前	6																																		
	後	6		後	6																																		
2B	<p>(2) 我的判斷方法：</p> <p>因為把甲最上面的方塊往下移那個方塊的表面積就會少一面，方塊放的位置的表面積會少兩面，所以不一樣大。</p> <p>(2) 我的判斷方法：</p> <p>甲只有6個面連接 乙有七個面</p>	利用積木與積木間接觸面的數量進行判斷，如比較被移動的積木接觸面數量的變化，或計數積木與其他積木間相接的面之個數。																																					
2C	<p>(2) 我的判斷方法：</p> <p>甲面向右的有3個，向左3個，向上3個，向下3個，面對6個，背對6個。 $(3 \times 4) + (6 \times 2) = 12 + 12 = 24$ 乙面向右的有2個，向左2個，向上3個，向下3個，面對6個，背對6個。 $(2 \times 2) + (3 \times 2) + (6 \times 2) = 4 + 6 + 12 = 10 + 12 = 22$ $24 > 22$</p>	分別算出甲、乙二形體的表面積。																																					
1	1A	<p>(2) 我的判斷方法：</p> <p>每一個面都是1平方公分，而甲形體有21個面，乙形體有22個面，所以乙形體比較大，所以不一樣大。</p>	分別算出或點數出甲、乙二形體的表面積，但計算有誤。																																				



(2) 我的判斷方法：

甲： $3 \times 1 \times 2 = 6$ $1 \times 1 \times 6 = 6$
 $3 \times 1 \times 2 = 6$ $6 + 6 + 6 = 18$

乙： $3 \times 2 \times 2 = 12$
 $2 \times 1 \times 2 = 4$ $12 + 4 + 6 = 22$
 $3 \times 1 \times 2 = 6$ $22 > 18$
 所以乙 > 甲

(1) 表面積一樣大嗎？
 $1 \times 3 = 3$ $3 \times 2 = 6$
 $1 \times 1 \times 6 = 6$
 $6 + 6 = 12$ $3 \times 1 \times 2 = 6$
 $1 \times 2 \times 2 = 4$ $3 \times 2 \times 2 = 12$
 $6 + 4 + 12 = 22$
 $12 \text{ cm}^2 < 22 \text{ cm}^2$ 所以乙較大

(2) 我的判斷方法：
 因為甲的表面積是 12 cm^2 ，乙的表面積是 22 cm^2 ， $22 \text{ cm}^2 > 12 \text{ cm}^2$ ，所以乙的表面積較大。

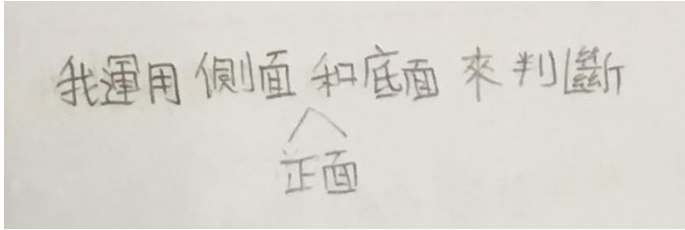
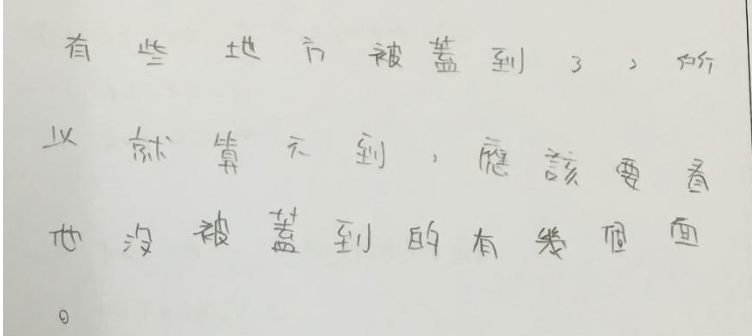
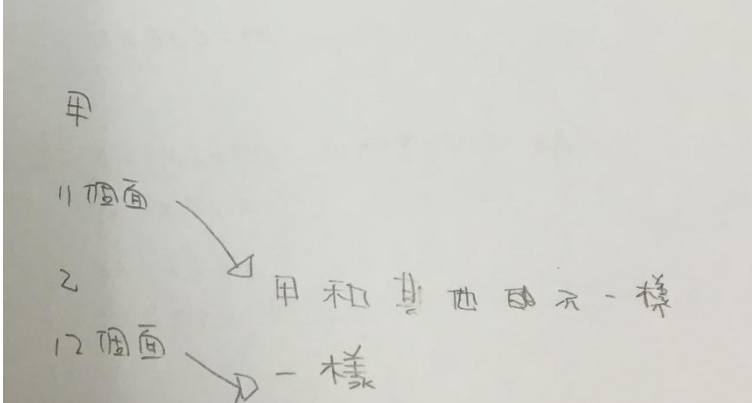
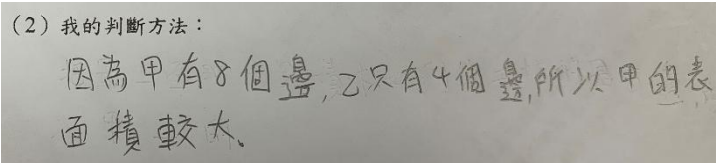
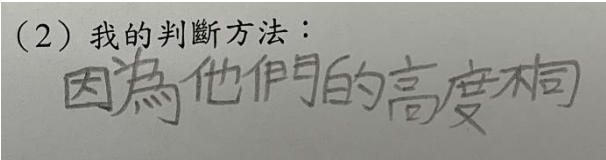
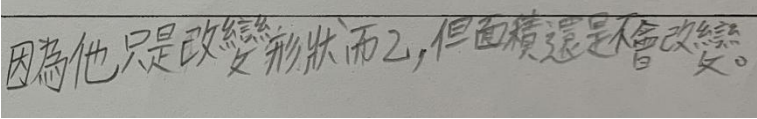
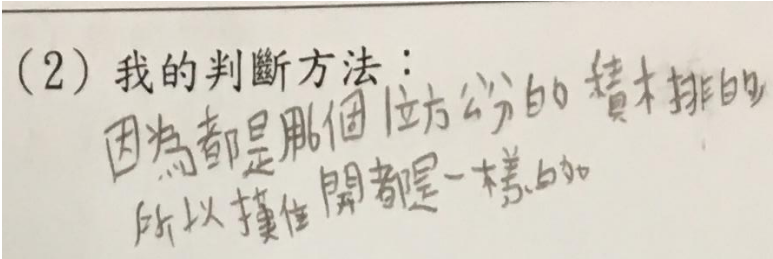
1B

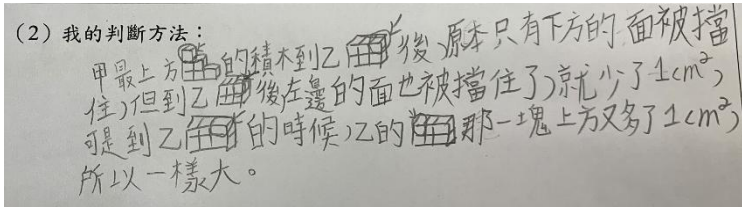
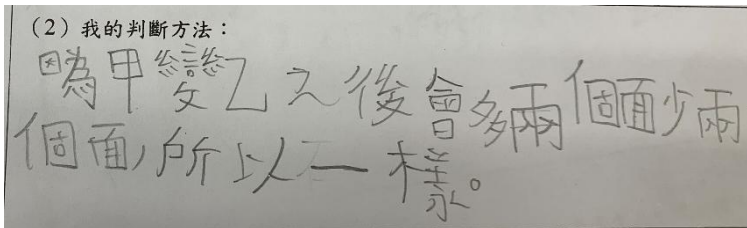
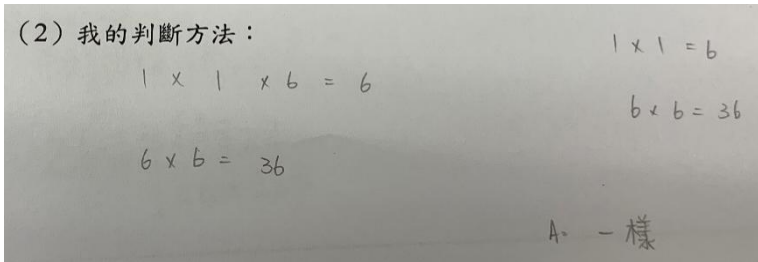
(2) 我的判斷方法：

積木排成不一樣的時候，
 表面積就不一樣了

因為露出比較多代
 表表面積比較大。

認為形狀不一樣的形體，表面積就會不一樣大。

	1C	  	理由不完整或未說明理由。
	1D	 	理由錯誤，或計算過程中混淆公式
0	0A	 	認為體積一樣，則表面積也會相同

	OB	  	理由不完整或有誤
--	----	--	----------

1. 學生正確的多元解題策略：

從學生的 2 分類型中，發現以下三種解題策略：

- (1) 大部分的學生仍利用計算兩形體的表面積，再進行比較而得出答案；
- (2) 只有少部分的學生能利用積木與積木間接觸面的數量進行判斷；
- (3) 另有極少數的學生能有策略的從兩形體各個方向的面之數量進行判斷。

大部分的學生仍習慣看到題目後，尋找題目中的數字，利用計算得出答案。用計算方式固然能解決表面積問題，但此題僅移動一顆積木，在其他條件皆未改變之情況下，應該可以只針對有改變的情況進行分析，判斷該顆積木移動前後的表面積變化；或應用對立體形體「面」之認識，了解形體可分為上下、左右、前後，再比較二形體的面之數量變化，不必透過繁複的計算，也可以得出答案。

2. 學生常見的錯誤解題想法：

從學生的 1 分類型中，發現：

- (1) 近四成的學生雖然能知道甲的表面積比乙大，但卻無法正確說明理由；
- (2) 仍有約二成五的學生對於表面積概念不理解，用邊的數量或高度進行比較，或是在計算的過程中混淆體積公式及面積公式。
- (3) 而有一成的學生僅從形體直觀判斷，認為形狀不同，則表面積也會不同。

值得注意的是，有部分的學生利用面積公式計算形體的表面積，如某一面有 3 個

積木排成一行，學生在圖上標示 1 公分及 3 公分，其計算的公式為「 $1 \times 3 = 3$ 」，或是用「 $1 \times 1 \times 6$ 」計算一顆積木的表面積，而這些用面積公式來計算表面積的學生中，常在計數過程中只將視圖中看得見的面加總，忽略看不見的面而計數錯誤；至於得 0 分的學生作答類型裡，約八成的學生認為體積一樣，則表面積也會一樣。

三、評量內涵及本題的教學建議：

本題評量重點為了解表面積的概念，進行等積異形形體的表面積大小比較。學生在已知兩形體之體積相等的條件下，能否判斷表面積之大小是本題的評量重點。本題之教學建議如下：

1. 透過操作澄清表面積概念：

表面積是「所有面的面積總和」，教學時需讓學生清楚指出形體的「面」指的是什麼、形體的「面」在哪裡、有多少個面。學生在說明面在哪裡時，常常只用一根手指靜態的擺放在面的中間，這樣的表徵不能完整表示面的概念，教師需指導學生用手像擦玻璃般，完整的觸摸到整個面，方能讓學生更加確認「面」的概念；確定學了解面的概念後，在進行表面積教學時，教師亦需提供實體教具，讓學生清楚指出該形體有幾個面、表面積要算的是哪裡，透過實體教具及動態表徵，方能強化學生對於表面積概念之理解。當學生充分進行實體教具的操作後，進一步提供視圖，要求學生透過視圖進行計數表面積的活動，並提醒學生在計數時應注意順序，發展計數的策略。

2. 提昇學生對表面積比較的推理思考能力：

學生了解計數表面積的方法後，教師可進一步利用如本題的「等積異形」題目，讓求得表面積的方式不僅止於停留在測量，而培養學生抽象思考的能力。初步引導時可利用數據的提供（如積木的數量或個別積木之邊長、體積……），讓學生經由實際操作驗證其想法，再將一顆積木移動到不同的位置，引導學生進行分析，並歸納在體積不變的情形下，積木移動的位置對於表面積大小之影響。

但教學不應只停留在有數據的階段，應該再次重新布題讓學生深入思考：在沒有提供邊長或體積等相關數據的情況下，結果仍然會一樣嗎？帶領學生運用不同的方式進行討論，如比較不同方向的面（如得分 2A 之學生的作答），或透過比對兩形體相異處，計算接觸面的數量（如得分 2B 之學生的作答），幫助學生從由計算進入到統整性的抽象思考，並能更加確認表面積之概念。但若當學生對於僅有圖象之布題產生困難時，教師仍應適時提供實體積木教具。