

# 新北市 107 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

## 一、試題內容及評閱規準：

分年細目	5-n-14 能認識比率及其在生活中的應用(含「百分率」、「折」)。		知識向度	數與計算						
評量內涵	能應用比率解決生活中的問題		認知層次	應用解題						
試題內容	爸爸收到來自愛心加油站的優惠訊息：									
	加油站刷卡優惠即日起至 108 年 12 月 31									
	<table><tr><td>銀行</td><td>優惠</td></tr><tr><td>甲 銀行信用卡</td><td>每公升售價降價 0.8 元</td></tr><tr><td>乙 銀行信用卡</td><td>每公升售價降價 3%</td></tr></table>				銀行	優惠	甲 銀行信用卡	每公升售價降價 0.8 元	乙 銀行信用卡	每公升售價降價 3%
	銀行	優惠								
	甲 銀行信用卡	每公升售價降價 0.8 元								
乙 銀行信用卡	每公升售價降價 3%									
爸爸想要加 40 公升的汽油，汽油每公升 32 元，他應該使用哪一家銀行的信用卡比較划算？並說明理由。										
作答欄：										
	(1)哪一家銀行比較划算？ (2)我的理由：									
評閱規準	類別	評閱說明	評閱舉隅							
	2A	計算甲乙銀行「每公升汽油的降價金額」進行比較，並能正確回答乙銀行信用卡比較優惠。	算出甲銀行每公升降價金額進行比較 $32 \times 3\% = 32 \times 0.03 = 0.96$ $0.96 > 0.8$ 乙銀行 > 甲銀行 乙銀行比較優惠							
	2B	計算甲乙銀行「降價後每公升汽油的價格」進行比較，並能正確回答乙銀行信用卡比較優惠。	算出每公升汽油價格進行比較 甲銀行 $32 - 0.8 = 31.2$ 乙銀行 $32 \times 3\% = 32 \times 0.03 = 0.96$ $32 - 0.96 = 31.04$ $31.2 > 31.04$ 乙銀行比較優惠							
	2C	計算甲乙銀行「降價後，40 公升汽油所需花費的總額」進行比較，並能正確回答乙銀行信用卡比較優惠。	算出 40 公升汽油價格總額進行比較 甲銀行 $32 - 0.8 = 31.2$ $31.2 \times 40 = 1248$ 元 乙銀行 $32 \times 3\% = 32 \times 0.03 = 0.96$ $32 - 0.96 = 31.04$							

		$40 \times 31.04 = 1241.6$ 元 $1248 \text{ 元} > 1241.6 \text{ 元}$ 乙銀行比較優惠
2D	計算甲乙銀行「每公升汽油的降價比率」進行比較，並能正確回答乙銀行信用卡比較優惠	算出降價比率進行比較 甲銀行 $0.8 \div 32 = 0.025 = 2.5\%$ 乙銀行 $3\%$ $2.5\% < 3\%$ 乙銀行比較優惠
1A	能正確列式及判斷乙銀行信用卡比較優惠，但計算錯誤。	作法都對，單純計算錯誤 $(32 - 0.8) \times 40 = 1248$ $(32 - 32 \times 3\%) \times 40 = 1242.4$ $1248 > 1242.4$
1B	能回答乙銀行信用卡比較優惠，但混淆降價 0.8 元和降價 $\frac{80}{100}$ 的意思	$25.6 \times 40 = 1024$ $0.96 \times 40 = 38.4$
1C	能回答乙銀行信用卡比較優惠，但混淆降價 3% 的意思	因為乙銀行每降價 3%，就等於降價 0.03 元，所以 $0.8 > 0.03$ ，0.03 較划算
		甲 $0.8 \times 40 = 32$ $32 \times 40 = 1280$ $1280 - 32 = 1248$ 乙 $3\% = 0.3$ $32 \times 0.3 = 9.6$ $9.6 \times 40 = 384$
		$32 \div 10 = 3.2$ $3.2 \times 7 = 21.4$ $32 - 0.8 = 31.2$ $31.2 > 21.4$
1D	能回答乙銀行信用卡比較優惠，但混淆總價與降價的意思	$32 \times 40 = 1280$ $1280 \times 0.8 = 1024$ $1280 \times 0.3 = 384$ $1024 > 384$ 乙銀行比較優惠
1X	能寫出正確的做法，但在答題時寫成甲銀行比較優惠	甲 $32 - 0.8 = 31.2$ $3\% = 0.03$ $32 \times 0.03 = 0.64$ 乙 $32 - 0.64 = 31.36$ 甲銀行比較優惠
0A	未能正確判斷乙銀行信用卡比較優惠。不理解乙銀行降價 3% 的意思	$3\% = 0.03$ 甲 $(32 - 0.8) \times 40 = 1248$ 乙 $(32 - 0.03) \times 40 = 1278.8$ $1278.8 > 1248$ 甲銀行比較優惠

			$(32-0.8) \times 40 = 1248$ $(32+32 \times 0.3) \times 40 = 1664$ $1664 > 1248$ 甲銀行比較優惠
	0B	未能正確判斷乙銀行信用卡比較優惠。不理解甲銀行降價 0.8 元的意思	$32 \times 0.8 = 25.6$ $32 \times 0.03 = 0.96$ $32 - 0.96 = 31.04$ $25.6 < 31.04$ 甲銀行比較划算
	0C	未能正確判斷乙銀行信用卡比較優惠。不理解降價 0.8 元的意思。也不理解降價 3% 是指百分之 3	$32 \times 0.8 = 25.6$ $32 - 25.6 = 6.4$ $40 \times 6.4 = 256$ $32 \times 0.3 = 9.6$ $32 - 9.6 = 22.4$ $40 \times 22.4 = 896$ $256 < 896$
	99	空白	

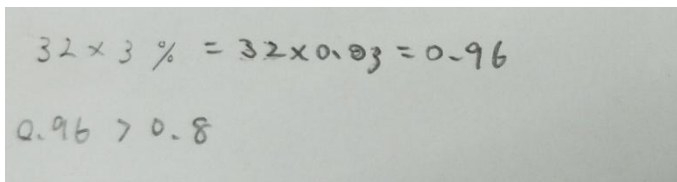
## 二、評閱結果：

### (一)本題學生作答情形

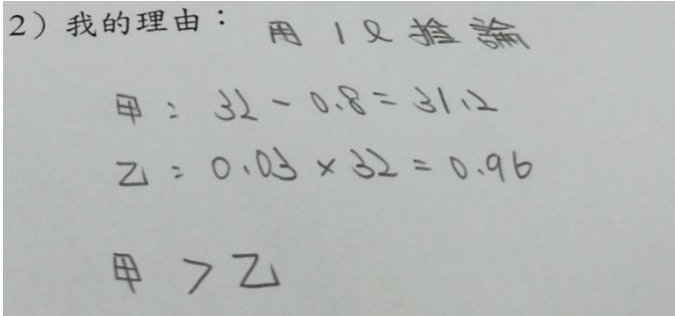
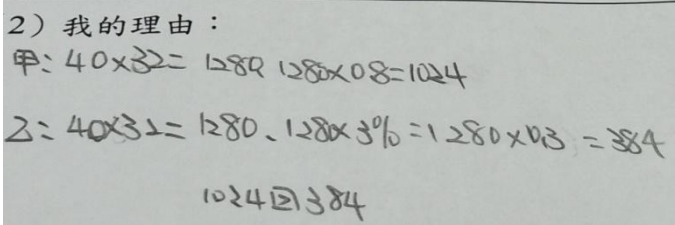
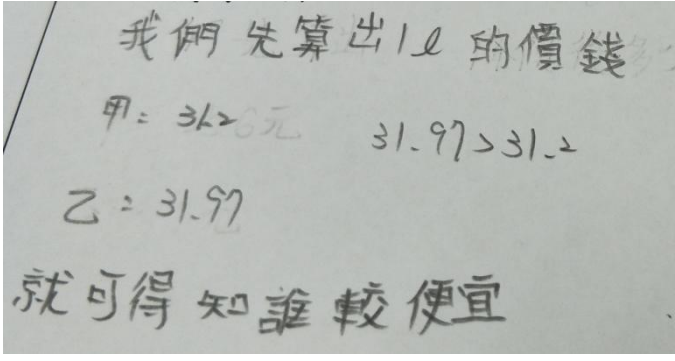
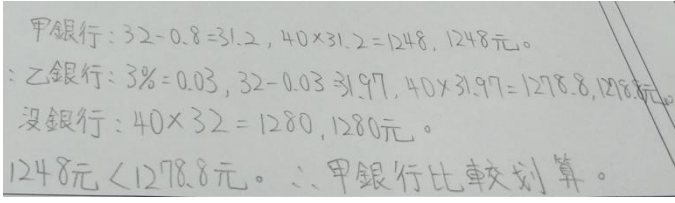
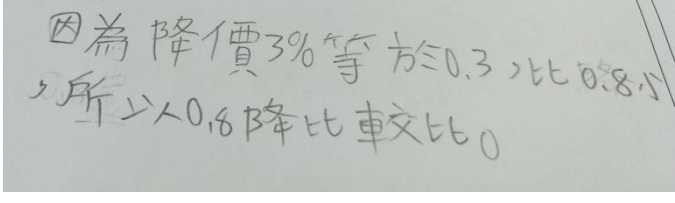
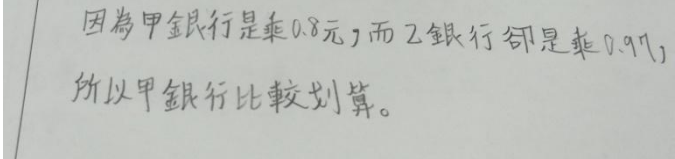
類 型	2				1					0				合 計
	2A	2B	2C	2D	1A	1B	1C	1D	1X	0A	0B	0C	99	
人 數	14	15	18	3	14	36	48	59	36	49	32	59	15	398 人
百 分 比 (%)	3.5	3.8	4.5	0.8	3.5	9.0	12.1	14.8	9.0	12.4	8	14.8	3.8	
人 數	50				193					155				
百 分 比 (%)	12.6				48.4					39.0				

依上表可看出有一成二的學生得分為 2 分，約五成的學生得 1 分，約四成的學生得 0 分。得分 2 分的學生佔 12.6%，其中有六成四的學生以「每公升」為單位計算出降價金額、降價後售價或降價比率再進行比較而得出答案；有三成六的學生算出「總價」後再分別進行判斷。得 1 分的學生佔 48.5%，其中將近二成六的學生雖然列式做法正確，但部分計算錯誤，或者是將答案寫成甲銀行；約四成三的學生不理解降價 0.8 元或降價 3% 的意思；另有三成一的學生完全不理解降價 0.8 元及降價 3% 的意思。至於得 0 分的學生佔 39%，其中近五成的學生完全不理解降價 0.8 元及降價 3% 的意思，另外五成的學生不理解降價 0.8 元或降價 3% 的意思。

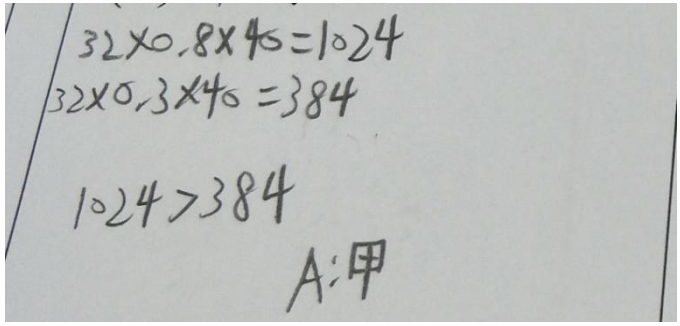
### (二) 學生答題類型分析

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
2	2A		以「每公升汽油的降價金額」進行比較

	2B	<p>的理由：</p> $32 - 0.8 = 31.2 > 48$ $32 \times 3\% = 0.96 \quad 32 - 0.96 = 31.04$ $31.2 > 31.04 \text{ 所以乙銀行信用卡較划算}$	以「降價後每公升汽油的價格」，進行比較
	2C	$(32 - 0.8) \times 40 = 1248$ $32 \times 0.03 = 0.96$ $(32 - 0.96) \times 40 = 1241.6$ $1248 \text{ 元} > 1241.6 \text{ 元}$ $A: 2$	以「降價後，40 公升汽油所需總額」，進行比較
	2D	$0.8 \div 32 = 0.025 = 2.5\%$ $3\% > 2.5\%$	以「每公升汽油的降價比率」，進行比較
1	1A	<p>甲：<math>(32 - 0.8 = 31.2) \times 40 = 1248</math></p> <p>乙：<math>32 \times \frac{3}{100} = 0.96</math> <math>(32 - 0.96 = 31.04) \times 40 = 1241.6</math></p>	能正確列式，但計算錯誤
	1B	$25.6 \times 40 = 1024$ $0.96 \times 40 = 38.4$	不理解降價 0.8 元的意思 認為售價乘以 0.8 是降價後的價格
	1C	<p>(2) 我的理由：</p> <p>甲：<math>40 \times 0.8 = 32</math>  <math>32 \times 40 = 1280</math>  <math>1280 - 32 = 1248</math></p> <p>乙：<math>40 \times 32 = 1280</math>  <math>1280 \times 0.3 = 384</math></p>	不理解降價 3% 的意思 認為售價乘以 3% 即是降價後的價格

			
	1D		混淆降價 0.8 元和降價 3% 的意思。認為 3%=0.3。
	1X	(無)	雖列式正確,但最後判斷錯誤
0	0A		誤認降價 3% 是降價 0.03 元或 0.3 元
			
			
	0B		誤認降價 0.8 元是售價乘以 0.8



	0C		對於降價 0.8 元和降價 3% 的意思模糊不清
--	----	---	--------------------------

## 1. 學生正確的多元解題策略：

從學生的 2 分類型中，發現學生的作答類型可分為兩大類：

### (1) 學生能掌握「每公升」的降價金額、降價後售價或降價比率

本題中甲乙銀行信用卡雖都提供了降價活動，但降價的方式不同，甲銀行每公升降價 0.8 元，乙銀行每公升降價 3%，在此 2 分類型的學生中均能掌握以「每公升」為單位進行比較，其中又可細分為三部分：第一部分的學生以「降價金額」作為比較，計算出乙銀行降價 0.96 元，再與甲銀行降價 0.8 元作比較；第二部份的學生以「降價後售價」進行比較，分別算出甲銀行降價後售價 31.2 元，乙銀行降價後售價為 31.04 元；第三部分的學生以「降價比率」進行比較，算出甲銀行的降價比率為 2.5%，再與乙銀行的降價比率 3% 做比較。由上，可知此 2 分類型的學生清楚「每公升」的汽油不管是降價金額、降價後售價或降價比率均直接影響總價！

### (2) 學生計算 40 公升總價後再進行比較

此類型學生雖拿到 2 分，但是以求得總價的方式進行，分別求出甲乙兩銀行降價活動中 40 公升汽油所需花費的總價，甲銀行須花費 1248 元，乙銀行須花費 1241.6 元，過程較為繁瑣且計算時需更加細心。

由以上學生的 2 分類型中，可看出學生多元的解題思維。學生能充分理解每公升的「降價金額」、「降價後售價」、「降價比率」或由「總價」來進行判斷，其中能以「每公升」為考量的解法，因為學生能明白單價與總價的關係，不需要計算繁瑣的總價，所以又優於以「總價」求解的解法。

## 2. 學生常見錯誤想法

從學生的 1 分類型及 0 分類型中，可歸納出學生常見的錯誤想法如下：

### (1) 無法區辨「降價金額」和「降價比率」的異同

學生無法區辨降價 0.8 元和降價 3% 是不同的。部份的學生直接以原價減掉 0.8 和原價減掉 0.03，或是直接以原價乘以 0.8 和原價乘以 0.03，以上類型都呈現學生無法理解「降價金額」和「降價比率」的不同。

## (2) 混淆「降價比率」和「打折」的概念

學生不理解何謂降價 3%，可見到學生直接將定價乘以降價比率乘以公升數為總價，進行比較，與打幾折的觀念混淆。

## (3) 無法掌握百分率和小數互換

常見的錯誤中，學生將 3% 換算成 0.3，僅轉換成小數，而非以分母為一百的小數，因此造成常見錯誤。學生不理解「%」符號所代表的意義，因此不懂 3% 是百分之三，換算成小數應是 0.03。

## (4) 計算錯誤：

當小數減法和小數乘法同時出現時，學生易產生混淆。進行小數加減計算時，小數點需對齊，進行小數乘除計算時，小數點卻不一定對齊，從學生的錯誤中可知學生不清楚同單位才能相加減、小數乘除計算時須透過換單位的方式處理。

## 三、評量內涵及本題的教學建議：

本題評量重點在於學生能否掌握「比率」概念，進而解決生活問題。學生在已知兩家銀行的降價活動中，是否能理解「降價幾元」和「降價幾%」的意涵，是本題的評量重點。本題之教學建議如下：

### 1. 要能幫助學生從「比率」反推題目中的整體量與部分量

比率是分數學習的延伸應用，學生在學習比率概念時，須能清楚的掌握「整體量」與「部分量」，而「部分量」在「整體量」中所佔的多寡，即是比率。教師在教學時，宜提供多樣化的情境，讓學生能充分理解兩量間的關係，避免太早進入公式，讓學生能以分數的表現方式呈現兩量間的關係，於此，對於部分量與整體量有確切的掌握，才能穩固比率的初始概念。此外，教師在進行此概念教學時，宜提供多元情境，讓學生能在比率、部分量、整體量三者中進行互推，如：已知比率、部分量求整體量，或已知比率、整體量求部分量…等。

### 2. 透過 30%、3% 及 0.3% 換成小數，強化管理「百分率」意義

待學生能清楚掌握比率即部份量在整體量中所佔的多寡時，除了能用分數表示，亦能用小數表示。而其中 1% 即表示一百分之一，100% 即為 1，也就是全部。百分率是最常用的比率表示方法，學生應理解其意義及用法。

此外，教師在教學時應留意學生在百分率和小數的互換中，常忽略「%」是表示分母為 100 的分數，3% 是分子為 3，分母為 100 的分數，因此換算成小數時應是 0.03，而非 0.3。教師不妨利用 30%、3%、0.3% 三者並列，要求學生同時換算成小數，造成學生的認知衝突，以釐清  $\frac{30}{100}$ 、 $\frac{3}{100}$ 、 $\frac{0.3}{100}$  三者之不同，強化 % 的意義及用法。



3. 先理解「降價、折扣、%off、成數」等常見生活用語，再釐清成本、定價、售價、應付總額之關係

生活中常見「打八折」、「買一送一」、「第二件半價」、「30%off」、「現金降 1.5 元」、「加一成服務費」……等與百分率相關的生活用語，學生是否都能理解其意涵。如「現金降 1.5 元」是以「元」為單位，須由定價減去降價才是售價。而「打八折」是定價乘以折數才是售價。至於「30%off」是表示移開定價的 30%，即定價乘以 70%才是售價。「加一成服務費」則是在原本的售價中再加上 10%才是應付價錢，其中「成數」還與成本和定價有關。本題中「降價 3%」，是指定價的百分之三是降價的金額，或者是定價乘以 97%是為售價。教師教學時應能適時的融入情境，讓學生能理解「降價、折扣、%off、成數」等意義，再釐清「成本、定價、售價、應付總額」的關係，幫助學生靈活地運用比率概念，解決生活中常見問題。