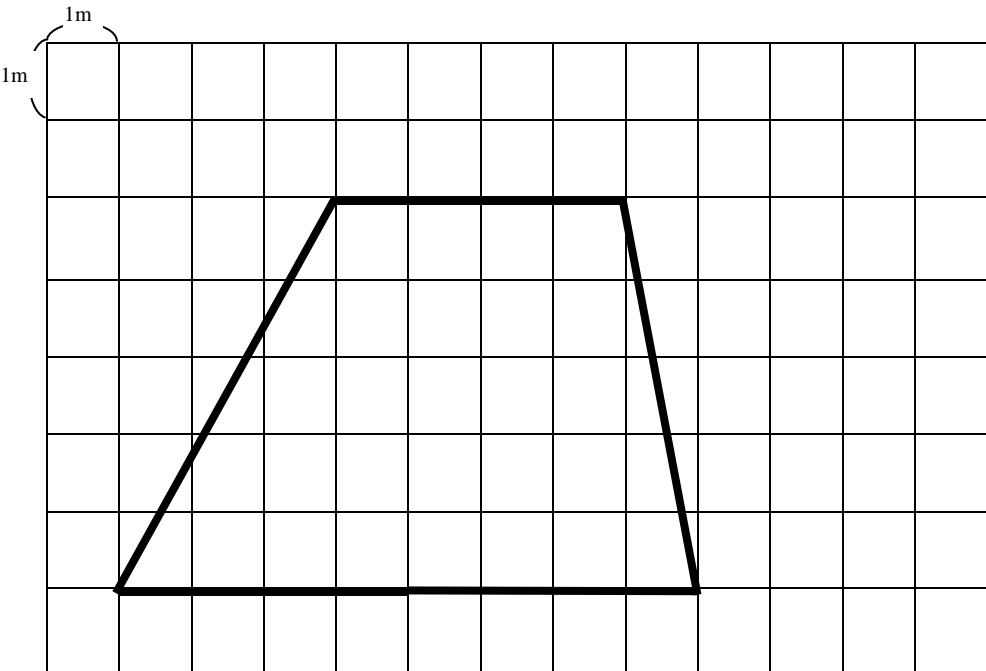










新北市 107 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

一、試題內容及評閱規準：

分年細目	5-s-05 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。	知識向度	幾何
評量內涵	能理解三角形、平行四邊形、梯形面積之底和高的關係並解決三角形面積	認知層次	解題思考
試題內容	<p>爺爺有一塊梯形的農地(如下圖)，他想平分成 3 塊面積一樣大的三角形來種花；請你幫他畫出這 3 個三角形，並說明 1 個三角形的面積是多少平方公尺。</p> 		
評閱規準	類別	評閱說明	評閱舉隅
	2A	能畫出同底等高的 3 個三角形，並直接算出 1 個三角形的面積。	 $4 \times 5 \div 2 = 10$ 三角形面積 10 平方公尺
	2B	能將梯形等分割成 3 個三角形，運用梯形面積公式算出梯形面積，再算出 1 個三角形的面積。	 $(8 + 4) \times 5 \div 2 = 30$ $30 \div 3 = 10$ 三角形面積 10 平方公尺
	2C	能將梯形等分割成 3 個三角形，以點數或切割重組的方式算出梯形面積，再算出 1 個三角形的面積。	(1)  $30 \div 3 = 10$ 三角形面積 10 平方公尺

		<p>(2)</p>  $4 \times 5 = 20 \quad 3 \times 5 \div 2 = 7.5 \quad 1 \times 5 \div 2 = 2.5$ $20 + 7.5 + 2.5 = 30 \quad 30 \div 3 = 10$ <p>三角形面積 10 平方公尺</p>
2X	能將梯形等分割成 3 個三角形並算出三角形面積，但不屬於以上所描述的類型。	
1A	不能或未將梯形等分割成 3 個三角形，但能用梯形面積公式算出 1 個三角形的面積。	$(8 + 4) \times 5 \div 2 = 30 \quad 30 \div 3 = 10$ <p>三角形面積 10 平方公尺</p>
1B	不能或未將梯形等分割成 3 個三角形，但能用點數或非梯形面積公式算出梯形面積，再算出 1 個三角形面積。	<p>(1) $30 \div 3 = 10$</p> <p>三角形面積 10 平方公尺</p> <p>(2)</p> $4 \times 5 = 20 \quad 3 \times 5 \div 2 = 7.5 \quad 1 \times 5 \div 2 = 2.5$ $20 + 7.5 + 2.5 = 30 \quad 30 \div 3 = 10$ <p>三角形面積 10 平方公尺</p>
1C	能畫出同底等高的 3 個三角形，但面積算法或答案寫錯。	 $3 \times 5 \div 2 = 7.5$ <p>三角形面積 7.5 平方公尺</p>
1D	能畫出同底等高的 3 個三角形，但未算出 1 個三角形的面積。	<p>畫出</p> 
1X	其他不屬於以上所描述的類型。	
0A	不能將梯形等分割成 3 個三角形，只算出梯形的面積。	$(8 + 4) \times 5 \div 2 = 30$ <p>30 平方公尺</p>
0B	不能或未將梯形等分割成 3 個三角形，也無法正確算出 1 個三角形的面積。	 $3 \times 5 \div 2 = 7.5$ <p>三角形面積 7.5 平方公尺</p>
0C	不能將梯形等分割成 3 個三角形，未說明也未計算 1 個三角形的面積。	
0X	其他不屬於以上所描述的錯誤類型。	
99	空白	

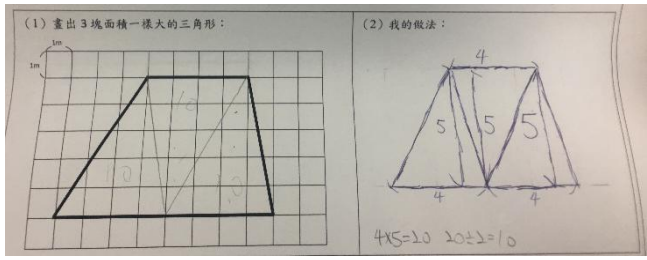
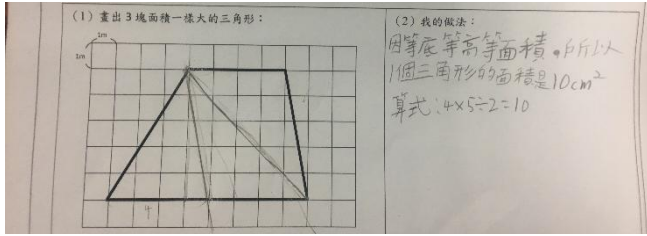
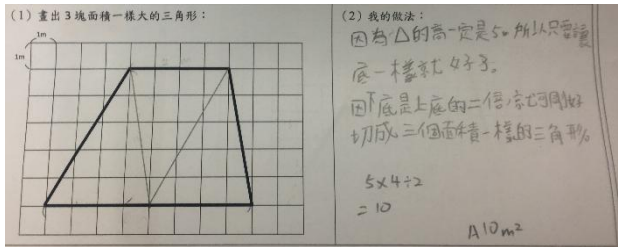
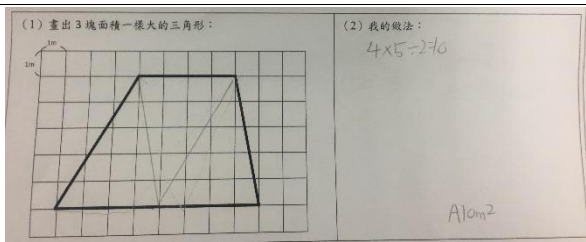
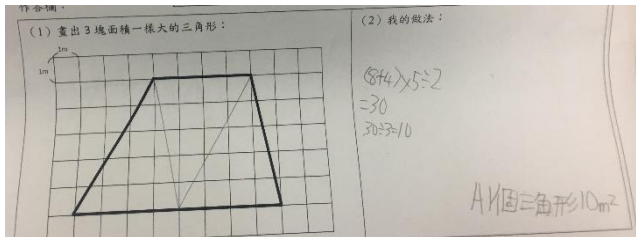
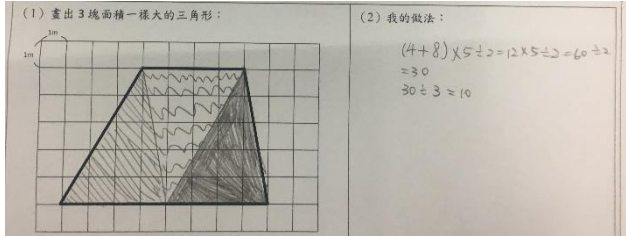
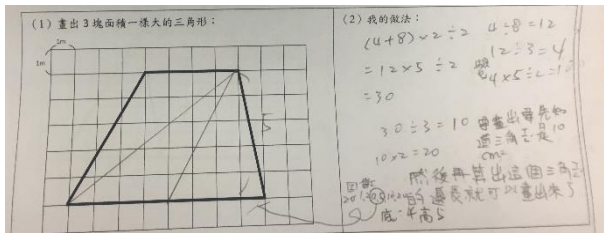
二、評閱結果：

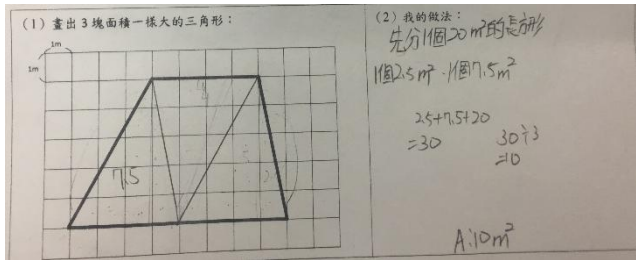
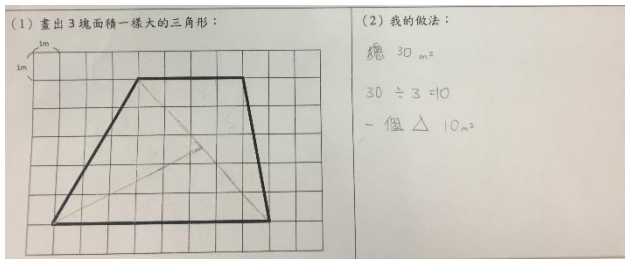
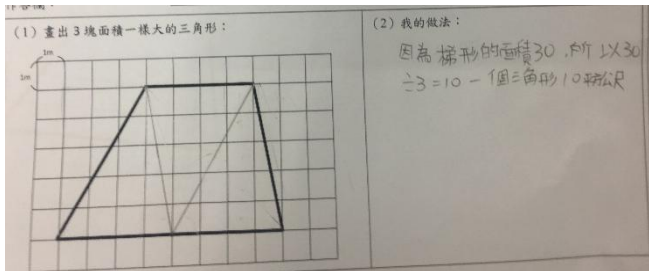
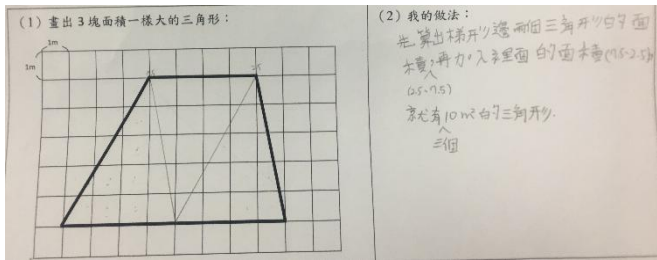
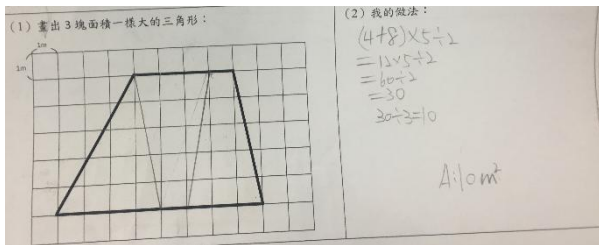
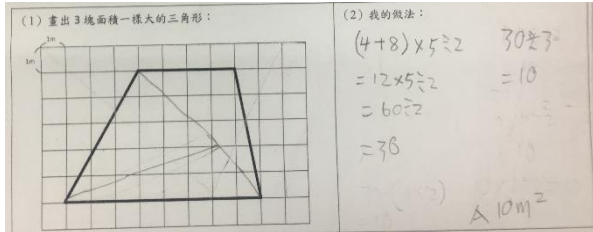
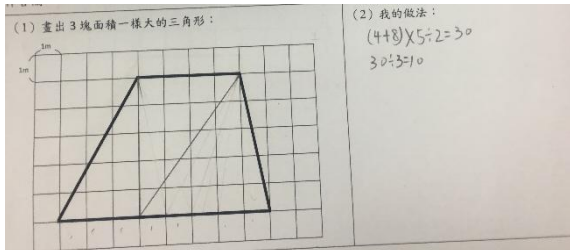
(一)本題學生作答情形

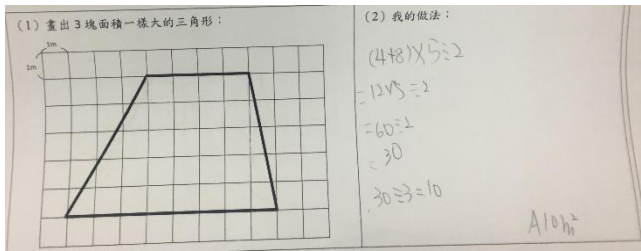
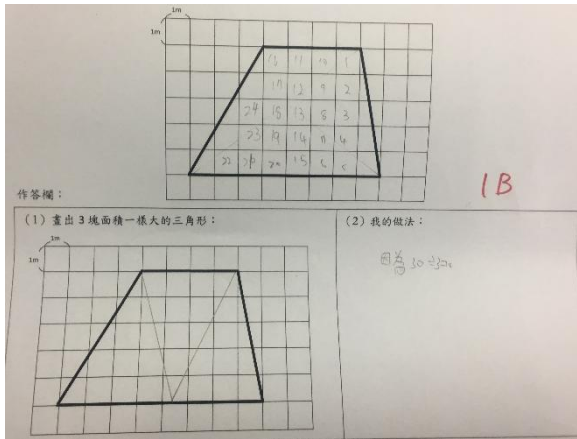
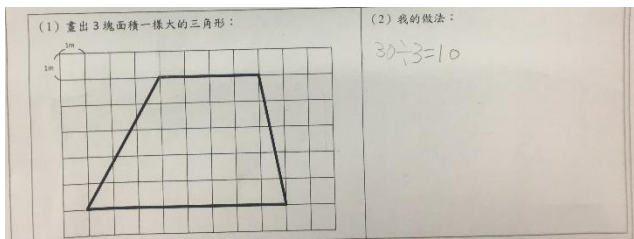
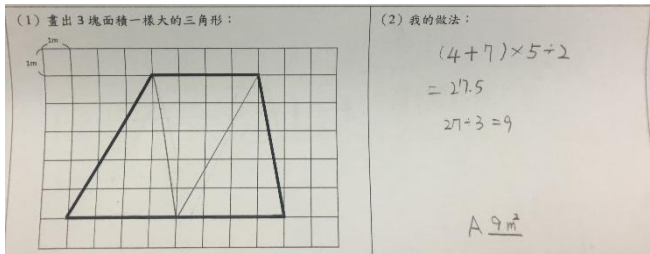
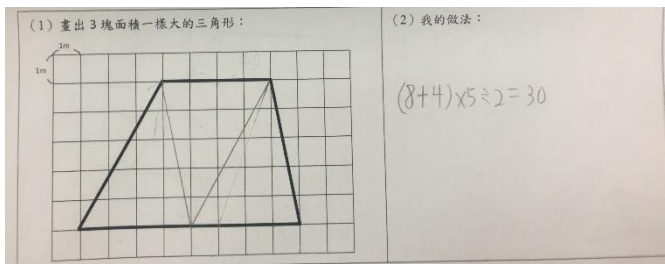
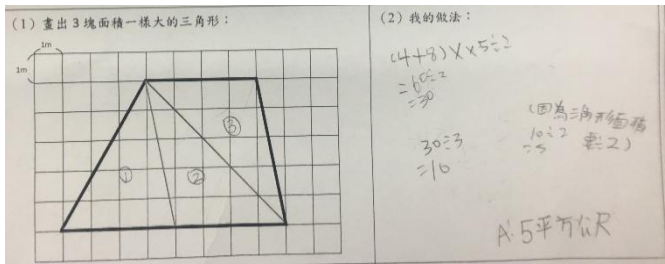
類型	2				1				0					合計
	2A	2B	2C	2X	1A	1B	1C	1D	0A	0B	0C	0X	99	395 人
人數	33	81	10	2	43	6	30	30	3	54	43	1	59	
百分比 (%)	8.4	20.5	2.5	0.5	10.9	1.5	7.6	7.6	0.8	13.7	10.9	0.2	14.9	
人數	126				109				160					
百分比 (%)	31.9				27.6				40.5					

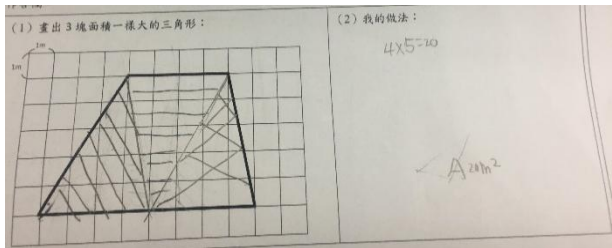
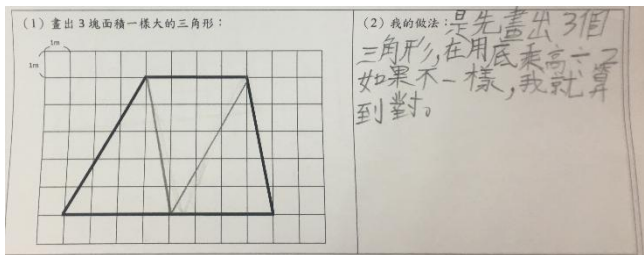
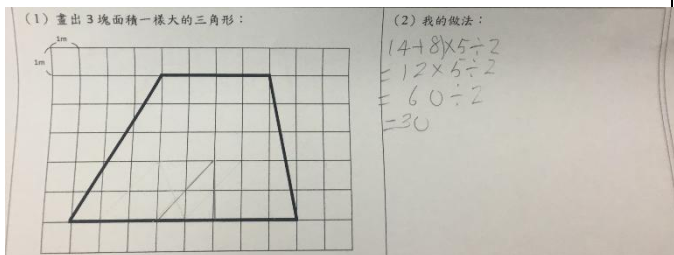
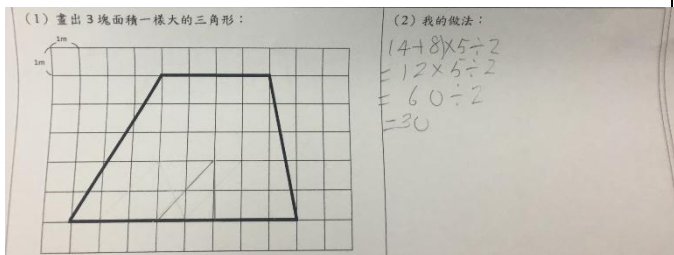
依上表可看出三成一的學生為 2 分類型，二成七的學生為 1 分類型，有四成的學生為 0 分類型。2 分類型的學生佔 31.9%，其中六成多的學生能正確將梯形分割為 3 個面積一樣大的三角形，並運用梯形面積公式算出梯形面積後再算出 1 個三角形的面積；將近二成五的學生能察覺切割梯形後的 3 個三角形同底等高，直接算出 1 個三角形的面積面；不到一成的學生在正確分割出 3 個面積一樣大的三角形，以點數或切割重組梯形的方式算出梯形面積，再算出 1 個三角形的面積。1 分類型的學生佔 27.6%，其中五成五的學生雖然能將梯形分割 3 個面積一樣大的三角形，但無法算出 1 個三角形的面積；近四成的學生能由梯形的面積算出 1 個三角形的面積，但卻無法正確將梯形分割成 3 個面積一樣大的三角形。至於 0 分類型的學生佔 40.5%，其中超過六成的學生既無法將梯形切割成 3 個面積一樣大的三角形，也不能正確算出 1 個三角形的面積；有三成五的學生沒有作答。

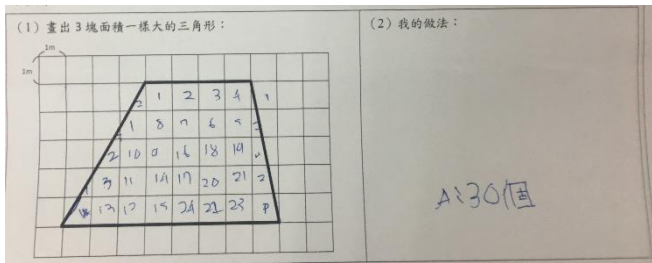
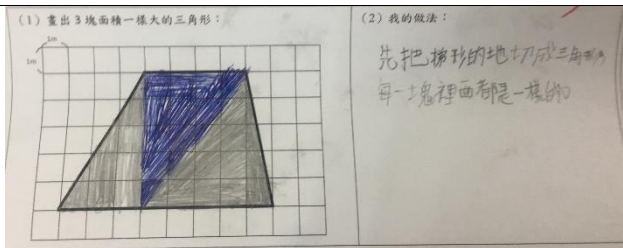
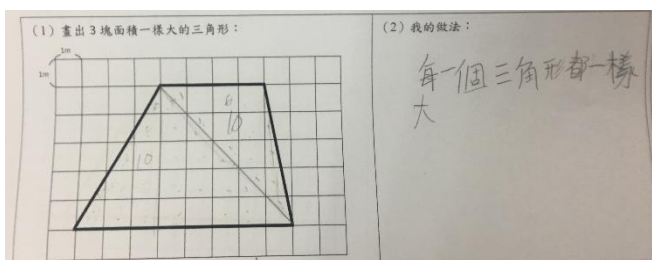
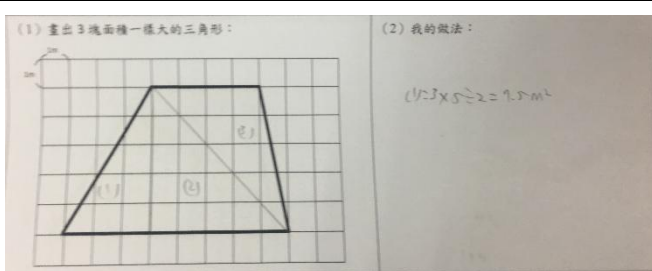
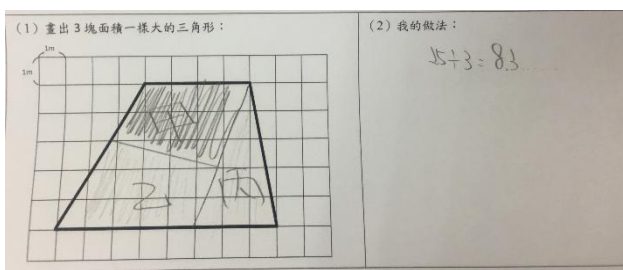
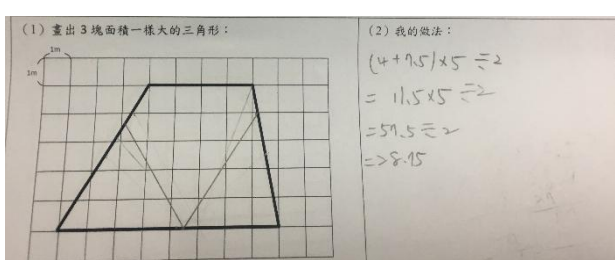
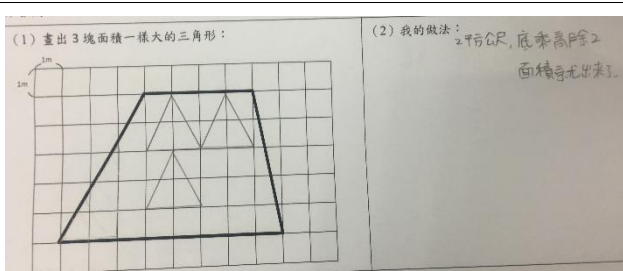
(二) 學生答題類型分析

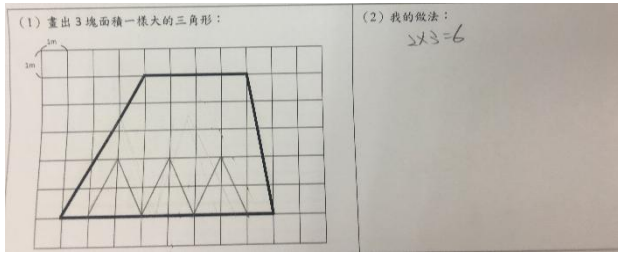
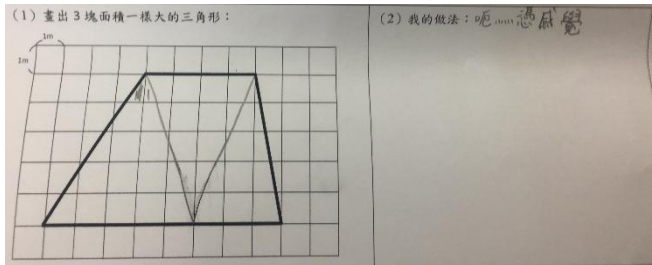
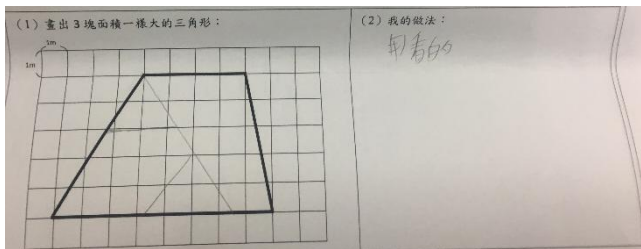
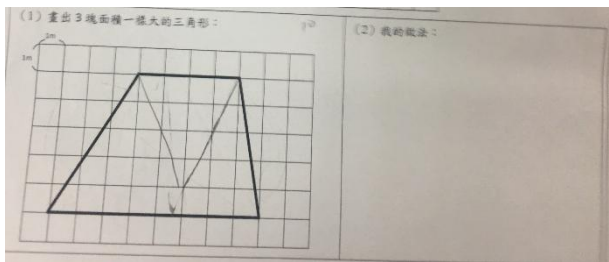
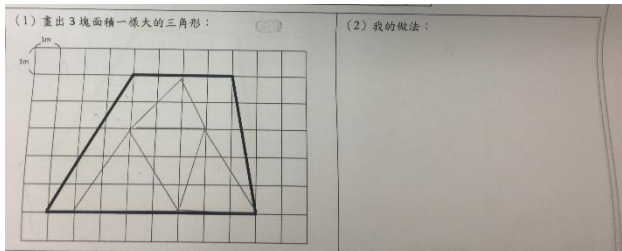
得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
2	2A		畫出同底等高的 3 個三角形，標示三角形的底為 4、高為 5，以 $4 \times 5 = 20$ $20 \div 2 = 10$ 算出 1 個三角形的面積。
			畫出同底等高的 3 個三角形，說明三角形等底等高，以 $4 \times 5 \div 2 = 10$ 算出 1 個三角形面積。
			畫出同底等高的 3 個三角形，以三角形的高一定是 5，梯形的下底是上底的 2 倍，剛好可以切成三個面積一樣的三角形來說明，並以 $5 \times 4 \div 2 = 10$ 算出 1 個三角形面積。
			畫出同底等高的 3 個三角形，以 $4 \times 5 \div 2 = 10$ 算出 1 個三角形面積。
	2B		將梯形等分割成 3 個三角形，以 $(4+8) \times 5 \div 2 = 12 \times 5 \div 2 = 30$ 算出梯形面積，再以 $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形的面積。
			
			以 $(4+8) \times 5 \div 2 = 12 \times 5 \div 2 = 60 \div 2 = 30$ $30 \div 3 = 10$ 先算出三角形面積，以 $4+8=12$ $12 \div 3 = 4$ 算出三角形的底 4 高 5，再將梯形等分割成 3 個三角形。

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
2	2C		將梯形等分割成 3 個三角形，算出梯形中的長方形為 20，左右三角形為 7.5、2.5， $20 + 7.5 + 2.5 = 30$ ，再以 $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形的面積。
			將梯形等分割成 3 個三角形，知道梯形面積為 30 m^2 ，再以 $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形的面積。
			
	2X		將梯形等分割成 3 個三角形，以三角形是 2 個長方形的一半 2.5 及 7.5，算出 1 個三角形面積。
1	1A		不能把梯形等分割成 3 個三角形，但以 $(4+8) \times 5 \div 2 = 12 \times 5 \div 2 = 60 \div 2 = 30$ $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形的面積。
			
			

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
1	1A		未把梯形等分割成 3 個三角形，但以 $(4+8) \times 5 \div 2 = 12 \times 5 \div 2 = 60 \div 2 = 30$ $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形的面積。
	1B		不能將梯形等分割成 3 個三角形，以點數出梯形面積為 30，再 $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形面積。
			未將梯形等分割成 3 個三角形，以 $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形面積。
			畫出同底等高的 3 個三角形，但以 $(4+7) \times 5 \div 2 = 27.5$ 誤算梯形面積，再以 $27.5 \div 3 = 9$ 算錯 1 個三角形的面積。
	1C		畫出同底等高的 3 個三角形，但以 $(8+4) \times 5 \div 2 = 30$ 只算出梯形面積。
			畫出同底等高的 3 個三角形，以 $(8+4) \times 5 \div 2 = 60 \div 2 = 30$ $30 \div 3 = 10$ 算出 1 個三角形的面積後，認為三角形面積要 $\div 2$ ，再以 $10 \div 2 = 5$ ，回答三角形面積為 5 平方公尺。

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
1	1C		畫出同底等高的3個三角形，只以 $4 \times 5 = 20$ 認為三角形面積是 20 平方公尺。
	1D		畫出同底等高的3個三角形，但只說明畫法或算法但未算出1個三角形的面積。
	0A		畫出同底等高的3個三角形，但未算出1個三角形的面積。
0	0A		不能將梯形等分割成3個三角形，以 $(4+8) \times 5 \div 2 = 12 \times 5 \div 2 = 60 \div 2 = 30$ 或點數的方式算出梯形的面積。

			
得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
0	0B		不能將梯形等分割成 3 個三角形，只說明三個三角形一樣大，未計算 1 個三角形的面積。
			
			不能將梯形等分割成 3 個三角形，算錯 1 個三角形的面積。
			
			
			在梯形中畫 3 個三角形，無法正確算出 1 個三角形的面積。

			
0	0C	   	不能梯形等分割成3個三角形，未計算1個三角形的面積。

1. 學生正確的多元解題策略：

學生的2分類型中，有兩種解題策略：

(1) 大多數學生能利用梯形面積算出1個三角形的面積，並將梯形正確分割為3個面積一樣大的三角形。

(2) 部分學生能察覺梯形切割後3個三角形是同底等高，直接以三角形面積公式算出1個三角形的面積。

如果學生能由梯形的上底與下底的長度觀察到梯形被分割後的3個三角形是同底等高，則在計算三角形面積時，就能直接找出三角形的底和高，並運用三角形面積公式「 $\text{底} \times \text{高} \div 2$ 」算出1個三角形的面積，當學生不能察覺3個三角形是同底等高，便會

以題目提供的訊息，先算梯形面積再算出 1 個三角形的面積。

部分 2 分類型的學生在進行解題時，可能不知如何將梯形切割為 3 個面積一樣大的三角形，於是先計算出 1 個三角形的面積後，再嘗試將梯形切割為 3 個面積一樣大的三角形，最後成功將梯形成功分割成 3 個面積一樣大的三角形，然而在一分類型中，有些學生同樣能算出 1 個三角形的面積，卻無法將梯形正確分割成 3 個面積一樣大的三角形。

2. 學生常見的錯誤解題想法：

學生的 1 分類型中，有兩種解題想法：

(1) 部分學生雖然能將梯形分割為 3 個面積一樣大的三角形，但卻無法正確算出 1 個三角形的面積。

(2) 部分的學能運用梯形面積公式、分割或點數的方式算出 1 個三角形的面積，卻無法將梯形等分割成 3 個面積一樣大的三角形。

由 1 分類型學生的解題想法，可以知道這些學生有的能算出三角形的面積，有的能將梯形正確分割為 3 個面積一樣大的三角形，卻無法將分割圖形與計算圖形面積之間，進行有意義的連結。

學生的 0 分類型中，有三種解題想法：

(1) 許多學生無法正確將梯形分割為 3 個面積一樣大的三角形，也無法正確算出 1 個三角形的面積。

(2) 部分學生無法正確將梯形分割為 3 個面積一樣大的三角形，並且未計算。

(3) 少部分學生僅算出梯形面積卻未算出 1 個三角形面積，也無法正確將梯形分割為 3 個面積一樣大的三角形。

可見 0 分類型的學生未正確學習或不理解三角形面積和梯形面積計算方法，也缺乏分割圖形的實作經驗，除此之外，有許多學生有可能因為不理解題意而作答欄空白。

三、評量內涵及本題的教學建議：

當學生由梯形下底的長度是上底的 2 倍，察覺 1 個三角形底邊的長度和梯形上底的長度一樣長，而梯形下底的長度可分割為 2 個三角形的底邊，再由三角形同底等高面積相等的概念，便正確將梯形分割為 3 個一樣大的三角形並計算出三角形的面積。本題之教學建議如下：

1. 引導學生掌握本題梯形的條件，並分析梯形與三角形底、高的關係

以本題而言，學生較少有將梯形等分割為 3 個同底等高三角形的經驗，我們可以透過操作活動讓學生察覺梯形與三角形的關係。

(1) 察覺梯形的上、下底和三角形的底之間的關係

學生可由梯形面積的公式「 $(上底 + 下底) \times 高 \div 2$ 」和三角形面積公式「 $底 \times 高 \div 2$ 」，及題目中梯形下底長度是上底 2 倍的圖示，先思考如果三角形的高和梯形的高相同時，則梯形的上底與下底的和必須是三角形底的 3 倍，在進一步觀察圖示中的下底為上底 2 倍，便可以三角形同底等高的思維，將梯形下底平分為 2 份，這樣就能將梯形分割成 3 個面積一樣大的三角形。

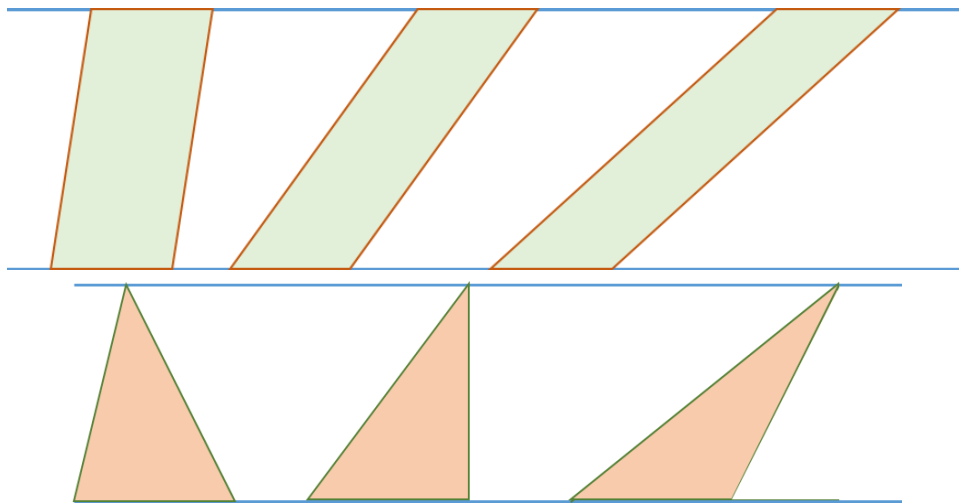
(2) 梯形可分割為同底等高的平行四邊形和三角形

學生也可先嘗試分割梯形，進行將梯形分為 1 個平行四邊形和 1 個三角形時，思考分割的平行四邊形和三角形有相同的底和高，分割出的平行四邊形有相同的底，則平行四邊形可再分割成 2 個全等的三角形，2 個全等的三角形自然面積一樣大，進而能成功將梯形分割成 3 個面積一樣大的三角形。

在課堂中，可增加學生切割拼湊圖形的活動，讓學生理解平行四邊形、三角形和梯形面積公式的意義，並由分割活動適當連結至這些圖形的面積，或由計算圖形面積連結至分割活動，並探討這些圖形之間面積的關連，進而讓學生更能掌握圖形與面積之間的關係。

2. 幫助學生從同底等高的三角形面積計算中，提升至視覺的判斷

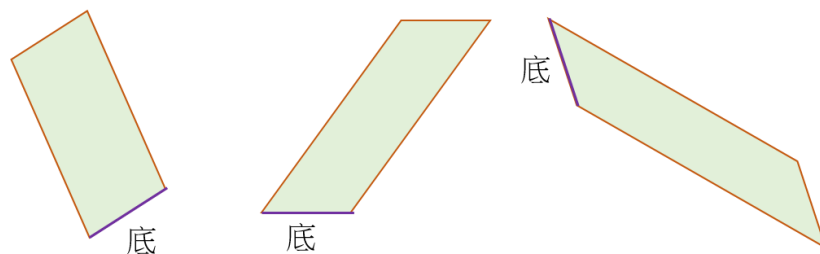
在一般教學中，會以數個平行四邊形的底在同一直線上，探討平行四邊形同底等高時面積相等，三角形同底等高則面積相等的較學活動，亦是如此。



然而，這些平行四邊形和三角形在視覺上有很大的差異，當平行四邊形、三角形的底不在同一直線上時，學生就無法判斷這些平行四邊形、三角形是否面積相等，所以應透過操作活動，讓學生了解同底等高的平行四邊形、三角形雖然看起來不太一樣，但面積是相等的。

(1) 透過畫高及計算平行四邊形面積，了解同底等高的平行四邊形面積相等

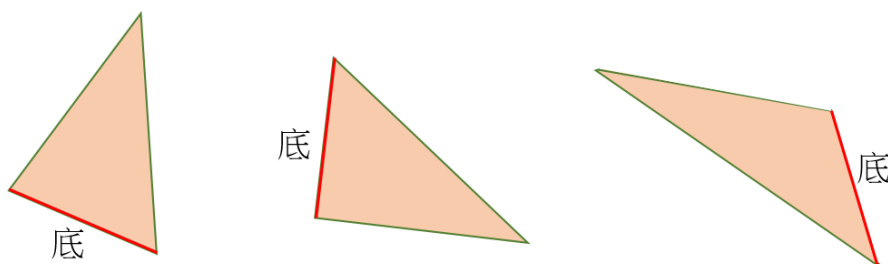
以數個同底等高的平行四邊形，先指定平行四邊形的底，引導學生畫出這些平行四邊形的高。



再以平行四邊形面積公式算出平行四邊形的面積，讓學生發現這些平行四邊形面積都一樣大，最後將這些平行四邊形的底排在一條直線上，穩固學生對於平行四邊形同底等高面積一樣大的概念。

(2) 透過畫高及計算三角形面積，了解同底等高的三角形面積相等

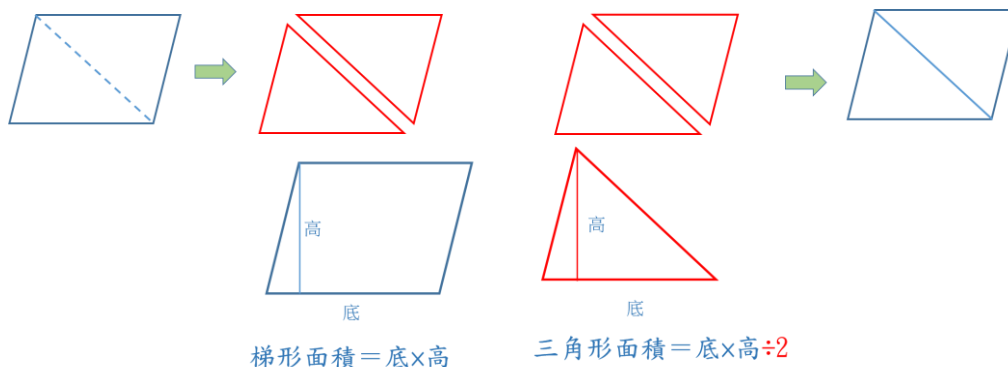
以數個同底等高的三角形，先指定三角形的底，引導學生畫出這些三角形的高。



再以三角形面積公式算出三角形的面積，讓學生發現這些三角形面積都一樣大，最後將這些三角形的底排在一條直線上，穩固學生對於三角形同底等高面積一樣大的概念。

3. 三角形和梯形面積公式教學時，應由操作活動提升至抽象思考

當學生不理解三角形公式時，便會以「底 \times 高 $\div 2$ 」口訣的方式進行計算，應配合分割平行四邊形成2個全等三角形的活動，讓學生了解三角形的底就是平行四邊形的底，三角形的高就是平行四邊形的高，平行四邊形的面積可由底乘以高算出，而三角形的面積是平行四邊形的一半，所以，可用「底 \times 高 $\div 2$ 」算出三角形的面積。



要促使學生在計算時，在心中能連結分割平行四邊形成2個全等三角形，或是二個三角形能拼成一個平行四邊形的操作活動。

同樣的，關於梯形面積的計算也要透過二個梯形可以拼出一個平行四邊形，平行四邊形底的長度是梯形的上底和下底，平行四邊形的高是梯形的高，進而了解梯形面

積計算「 $(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2$ 」的意義，同時一樣要促使學生在計算時心中能連結操作活動的歷程。

若學生不理解平行四邊形面積計算的意義，同樣要透過操作活動，讓學生由長方形面積計算連結至平行四邊形。