

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：圓周率與圓周長

授課年級：六年級

本節教學主題：探究圓周長與直徑長之關係

設計者：林心怡

節數：共3節，本節為第1節

社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

1. 認識圓周長及探究圓周長與直徑長之關係。
2. 實測圓周長及直徑。
3. 認識圓周率及其意義。
4. 能應用圓周率，解決關於圓周長、直徑及半徑等問題。

(二)課程綱要學習重點

| 對應的學習表現 | 對應的學習內容 |
|--|--|
| s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。 | S-6-3 圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：(1) 圓心角：360；(2) 扇形弧長：圓周長；(3) 扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用(1)求弧長或面積。 |

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

| 學生先備知識 | 學生可能的學習困難 |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none">1. 認識圓的構成要素(圓心、圓周、半徑、直徑)，以及直徑與半徑的關係。2. 比與比值的意義及表示法(比值的意義：以後項為1倍，前項為後項的幾倍)。(視版本內容參考) | <ol style="list-style-type: none">1. 測量圓周長(曲線)時，操作容易產生誤差(直接複製曲線或是以滾動複製曲線)。2. 圓無法對摺的情況下，測量直徑的方式比較困難須討論。3. 若學生尚未學過比和比值的意義，引導其以固定的倍數關係來思考圓周長及直徑的關係較為困難，只能察覺現象。 |

(二)教材研究分析

本次教學以六年級「圓周率與圓周長」單元中有關「認識圓周率」此部分進行。在九年一貫97年的綱要分年細目中提及「要由圓周長的實測活動，進而由圓周長與直徑成比率(比值)理解圓周率」，12年課綱未特別針對如何認識圓周率進行說明。學生在五年級已學習過比率的概念代表部分量與整體量的關係，但對於直徑與圓周長的關係更接近於比值的意義，代表兩量的關係。但目前各版本中在本單元前有些已安排「比與比值」的學習，而有些尚未學習「比與比值」之前即

進行圓周率的認識。所以筆者做了以下思考：

1. 學生有過學習過「比與比值」的前置經驗，是否對於「認識圓周率」能更以「當直徑為1倍時，圓周長約為3.14倍」的概念理解？
2. 學生是否學習過「比與比值」概念，對於教師描述或表徵「圓周率的意義」是否可有所調整，進行兩個概念的連結整合？

此外，在教學設計部分，若以學生的學習角度來思考，若認識圓周率的方式僅是一連串操作的執行步驟，進而發現圓周長與直徑有固定的倍數關係來定義圓周率，是否能更有意義的提問引導學生思考圓周率之需求及意義？筆者認為「圓周率」即代表圓周長與直徑之間固定的倍數關係，重點仍須回到「關係」的探究，提問應以關係為主。

所以筆者嘗試引導學生由周長與邊長關係的舊經驗出發，以關係為主的提問展開本單元學習主題的需求感，透過數學史中圓內接正六邊形與圓的關係進行提問，並讓學生可以親自探究察覺圓周長與直徑長之間關係的思考進程，並能欣賞數學家努力追求圓周率精確的過程。最後，進行生活中各種圓的圓周長與直徑長的實際測量活動，以更精確的計算出圓周長與直徑長之間的倍數關係認識圓周率(若已經學過「比與比值」的學生，筆者會以比的方式表徵圓周長及直徑的關係，並以「當直徑為1倍時，圓周長約為3.14倍」的概念理解其比值為圓周率的意義)。以上，是本單元重要教學設計的思考點。

三、各節次學習活動設計

| 節次 | 學習目標 | 活動目標 | 評量方式 |
|-------------|---|--|----------------------------|
| 一 (本次演示) | 1. 認識圓周長及探究圓周長與直徑長之關係。 | 1-1 能認識圓周長。 1-2 透過數學史初步探究圓周長與直徑長之間的關係。 1-3 能欣賞數學家求算圓周率的過程，進而感受圓周率之美。 | 觀察 上課問答 操作發表 數學日記 |
| 二 | 2. 實測生活中的圓之圓周長及直徑。 3. 認識圓周率及其意義。 | 2-1 實際測量生活中各種圓的圓周長及直徑，並探討測量策略。 (教師提供測量的圓應包含各類型的圓形，如平面圓形圖卡、由立體的面所描繪出的圓形、無法描繪用圍成的圓形:如建築的圓柱或樹圍、校園中的大圓。其中，需同時有兩組進行同一種圓的測量，才能進行誤差的討論) 3-1 能透過實際測量數據找出圓周長及直徑之倍數關係，認識圓周率。 (已學過比與比值的學生，可以用「圓周長:直徑=3.14:1」來表示兩者的關係，進而說明比值為圓周率) | 觀察 操作發表 學習單 |

| | | | |
|---|-----------------------------|--|------------------------|
| | | 3-2 認識生活中圓周率的應用。 (透過觀察生活中常見關於圓形的產品介紹，察覺生活中都是用直徑長描述圓的大小，思考圓周率的需求。)(如附件學習單) | |
| 三 | 4. 能應用圓周率，解決關於圓周長、直徑及半徑等問題。 | 4-1 能運用圓周率，由已知圓的直徑（或半徑）求出圓周長。 4-2 能運用圓周率，由已知圓周長求出直徑（或半徑）。 | 觀察 發表 課堂評量 作業 |

四、第 1 節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

| 活動目標的主要概念 | 對應的學習活動 |
|---------------------------------|--|
| 1-1 能認識圓周長。 | 1-1-1 透過三角形、正方形、正六邊形的周長與邊長關係引入圓周的長，認識圓周長。 |
| 1-2 透過數學史初步探究圓周長與直徑長之間的關係。 | 1-2-1 透過數學史引入，察覺圓內接正六邊形的周長與圓周長之間的關係。 1-2-2 探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係。 1-2-3 在已知圓周長的情況下，透過實測教師給定的圓形圖卡，確認圓周長大約是直徑的 3 倍多一點點。 |
| 1-3 能欣賞數學家求算圓周率的過程，進而感受發現圓周率之美。 | 1-3-1 能欣賞數學家求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持力。 |

(二)素養導向的課程與教學

| 素養導向教學設計要點 | | 與本節課活動內容的關聯說明 |
|------------|--|--|
| 轉 | <input type="checkbox"/> T1 情境問題轉化 <input checked="" type="checkbox"/> T2 新舊經驗銜接 <input checked="" type="checkbox"/> T3 數學概念聯結 | T2: 從學生對周長與邊長關係的舊經驗中，引入圓周的長，認識圓周長。以及透過圓的構成要素，找出圓周長與其中直徑長(半徑長)的關係。 T3: 以統計表整理各組實測數據，方便同時觀察各組結果以利討論誤差情形。 |
| 做 | <input checked="" type="checkbox"/> D1 概念操作理解 <input checked="" type="checkbox"/> D2 解題策略探究 <input type="checkbox"/> D3 數學語言溝通 | D1: 透過把圓和正六邊形疊在一起，察覺圓周長與正六邊形周長的關係。透過摺紙或是畫線探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係。透過實際測量找出圓周長是直徑的幾倍關係。 D2: 思考探究關係的策略或方法。 |

| | | |
|---|--|---|
| 得 | <p>■ G1 思考能力提升</p> <p>□ G2 解題態度培養</p> <p>■ G3 共同學習增能</p> | <p>G1: 透過探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係，聆聽各種策略及方法提升數學思考的能力。以操作經驗反思古書上記載的資訊是否正確。</p> <p>G3: 透過數學史介紹，欣賞數學家劉徽求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持力。</p> |
|---|--|---|

(三)學習活動的設計

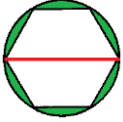
| 學習活動 | 教學流程與主要布題 | 學生可能反應 教學策略介入與評量 | 時間 | 對應素養導向教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G) |
|-------|---|--|-----|--|
| 1-1-1 | <p>導入活動—由舊經驗引入找關係的需求</p> <p>◆教師提問:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以前我們學過周長，可以說說什麼是周長嗎?(周界的長度) 2. 如果我想算三角形的周長，我需要什么知道什麼?(邊長)正方形的周長呢? 長方形的周長呢? <p>→教師小結:這些圖形的周長都可以用邊長計算出來。</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. 那圓形呢?它的周長在哪裡? <p>•教師說明:圓周的長度就是「圓周長」(板書)</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. 圓有邊長嗎?那圓周長要怎麼算呢?你們知道古時候的數學家是怎麼算的嗎? 5. 古代數學家用正六邊形來找出圓周長。我們來一起來想想看，他們是怎麼找的? | <p>老師準備正六邊形及圓形的圖卡</p> <p>此部分為複習周界與周長的舊經驗</p> <p>教師拿出圓形圖卡展示</p> <p>教師拿出正六邊形圖卡展示</p> | 3 分 | <p>T2 新舊經驗銜接：從學生對周長與邊長關係的舊經驗中，引入圓周的長，認識圓周長。</p> |
| 1-2-1 | <p>開展活動一—透過正六邊形初步探究圓周長與直徑長之間的關係</p> <p>◆教師提問:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 正六邊形的邊有什麼特性?(有六個邊，每個邊都一樣長) 2. 請你觀察一下，正六邊形的周長和圓周長有什麼關係? 你是怎麼判斷的? <p>老師追問:是長很多?還是一點點?</p> | <p>教師發下正六邊形及圓形的圖卡(兩人一份)</p> <p>教師複習正六邊形邊長特性</p> <p>學生可能回答:</p> <p>把圓和正六邊形疊在一起，發現圓周長比正六邊形的周長還</p> | 3 分 | <p>D1 概念操作理解:透過把圓和正六邊形疊在一起，察覺周長關</p> |

| | | | | |
|--------------|--|--|-------------|--|
| <p>1-2-2</p> | <p>→教師小結:所以圓周長比正六邊形的周長多一點。(板書)</p> <p>3. 數學家還發現正六邊形的「邊長」和圓內的一種長度有關。 (張貼正六邊形並標色一邊長,板書:正六邊形的邊長) 想想看,我們以前學過的圓包含哪些和哪種長度有關? (板書:直徑長、半徑長)</p> <p>4. 正六邊形的邊長和圓內的直徑長或半徑長有什麼關係呢? (學生兩人一組,進行操作探究活動)</p> <p>5. 小組發表操作探究的結果。</p> <p>→教師小結:從剛剛的探究活動中,我們發現了圓的直徑和正六邊形的兩個邊長一樣長(動態操作:重疊圓和正六邊形,複製兩邊長後移動至直徑處貼住),所以正六邊形的周長是直徑長的3倍(板書),所以可以確定「圓周長比直徑長的3倍多一點」。</p> | <p>長,因為彎曲的線比直線還要長一點點</p> <p>學生可能回答: 半徑、直徑</p> <p>教師此時可視情況提示學生可將正六邊形摺一摺或畫畫看,看看有什麼與圓內長度有關的發現</p> <p>學生可能發表:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 用尺量出正六邊形的邊長和半徑一樣長。 2. 正六邊形對摺後,摺線和圓的直徑一樣長。 3. 正六邊形可以摺出六個正三角形,邊長和半徑一樣長。 | <p>15 分</p> | <p>係。</p> <p>T2新舊經驗銜接:透過圓的構成要素,找出圓周長與其中直徑長(半徑長)的關係。</p> <p>D1概念操作理解:透過摺紙或是畫線探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係</p> <p>D2解題策略探究:思考探究關係的策略或方法。</p> <p>G1思考能力提升:聆聽各種策略及方法提升數學思考的能力。</p> |
| <p>1-3-1</p> | <p>開展活動二—引入數學史反思圓周長與直徑長的關係,進而欣賞數學家求算的過程</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 教師介紹中國數學家在《周髀算經》中「圓徑一而周三」及《九章算術》中之記載「今有圓田,周三十步,徑十步。問為田幾何?」 2. 這兩本古書中都是以圓周長是直徑 | <p>學生可能回答:</p> | <p>12 分</p> | <p>G1思考能力提升:以操作經驗反思古書上記載的資訊是否正確。</p> |

| | | | | |
|-------|---|--|-----|---|
| 1-2-3 | <p>的 3 倍來描述，你同意嗎？</p> <p>3. 教師介紹<u>劉徽</u>利用圓內接正六邊形反駁《周髀算經》及《九章算術》中所寫的圓周長是直徑的 3 倍是錯誤的。並利用「割圓術」逼近精準的數據。</p> <p>→教師小結:引導學生欣賞數學家追求完美且堅持不懈的精神，並感受數學之美。</p> <p>開展活動三—實測教師給定圓周長的圓形圖卡，計算圓周長與直徑的倍數關係</p> <p>◆教師提問:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 從剛剛的活動中我們知道圓周長比直徑的 3 倍多一點，那我們來實際算算看到底是多多少呢？ 2. 老師發下每組一張圓形圖卡，這個圓形的圓周長是 47 公分，你們量量看，它的直徑是幾公分?(測量約為 15 公分) 3. 用電腦算算看，圓周長是直徑的幾倍？ <p>→教師小結:經由測量後實際計算結果，發現圓周長的確是直徑的 3 倍多一點點，大約是 3.1 多，我們下一節課繼續來研究生活中看到的各種圓，它們的圓周長是不是也都是直徑的 3.1 多倍呢？</p> | <p>應該是 3 倍多一點點，不會剛好 3 倍</p> <p>此時教師用 PPT 動態展示圓內接正多邊形，讓學生察覺正多邊形的周長逐漸逼近圓周長的過程</p> <p>學生剛剛操作的圓形圖卡(兩人一張)</p> <p>此活動僅讓學生自行找出直徑並測量，各組雖然是同樣大小的圓，但是測量直徑仍有可能會造成誤差，教師應依情況討論</p> <p>教師將各組量出的直徑長輸入 Excel 表格中，用程式計算結果</p> | 5 分 | <p>G3共同學習增能: 透過數學史介紹，欣賞數學家<u>劉徽</u>求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持力。</p> <p>D1概念操作理解: 透過實際測量找出圓周長是直徑的幾倍關係。</p> <p>T3數學概念聯結: 以統計表整理各組實測數據，方便同時觀察各組結果以利討論誤差情形。</p> |
| 總結 | <p>教師總結：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 圓的周長稱為「圓周長」。 2. 圓的周長沒有邊，可以利用正六邊形兩個邊長和直徑一樣長，來推算出「圓周長比直徑的 3 倍還要多一點點」。 3. 古代數學家<u>劉徽</u>並利用割圓術將正 | <p>此部分教師可利用板書的上課例進行總結</p> | 2 分 | <p>總結統整本節課學習重點</p> |

| | | | | |
|--|---|--|--|--|
| | 多邊形的周長逐漸逼近圓周長。 4. 透過實測數據發現圓周長是直徑的 3.1 多倍。 | | | |
|--|---|--|--|--|

(板書)



圓周長 比 正六邊形的周長 多一點

直徑長的 3 倍

半徑長

↕ ?

正六邊形的邊長

附件一(第二節課內容)

一、 下面是生活中常見有關於圓形的產品：

(一)自行車

| 童車 | 輪徑尺寸 | 年齡(歲) | 適合身高(cm) |
|---|------|-------|-------------|
|  | 12" | 2-4 | 90-115(+2) |
|  | 12" | 2-4 | 90-115(+2) |
|  | 16" | 4-6 | 100-120(+2) |
|  | 20" | 5-8 | 115-135(+2) |
|  | 24" | 8-12 | 130-150(+2) |

(二)風箏線卷軸



(三)蛋糕

• 每組有4個盤叉，食用人數會依造型不同而不同，人數僅供參考，以實際蛋糕大小為準。

| 蛋糕尺寸 | 6吋 | 8吋 | 10吋 | 12吋 | 14吋 | 16吋 | 18吋 | 20吋 |
|------|------|------|-------|--------|--------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 蛋糕直徑 | 15公分 | 20公分 | 25公分 | 30公分 | 36公分 | 40公分 | 46公分 | 50公分 |
| 食用人數 | 2~4人 | 4~8人 | 8~12人 | 12~18人 | 18~24人 | 約24~30人 (小型聚會) | 約30~36人 (中型聚會) | 約36~42人 (大型聚會) |
| 附贈盤叉 | 2組 | 2組 | 3組 | 5組 | 6組 | 8組 | 9組 | 11組 |

(四)碗盤

● 花草世界深湯盤三件組



● 花草世界飯麵碗三件組



★觀察一下，想想看，這些圓的尺寸大小都用何種長度來描述？

二、 你認為為什麼不用圓周長描述圓的大小？

三、 想想看，或問問看，生活中有沒有利用「圓周長」來測量或紀錄長度的例子呢？