

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：理解分數之「整數相除」的意涵

授課年級：五年級

本節教學主題：測量情境(包含除)中分數為整數相除
的結果~單位的關係及轉換

設計者：林心怡

社群成員：新北市數學輔導團

節數：共3節，教學設計為第2節

一、單元的期望學習結果

(一)單元學習目標

1. 在平分情境(等分除)中，理解分數之「整數相除」的意涵。
2. 在測量情境(包含除)中，理解分數之「整數相除」的意涵。
3. 察覺除法問題中，整數相除可以分數表示為商的結果。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
n-III-5 理解整數相除的分數表示的意義。	N-5-6 整數相除之分數表示：從分裝（測量）和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。 備註：本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
<ol style="list-style-type: none">1. 具有分數的單位概念，並表徵分數中整體與部分的關係。2. 單位分數內容物為多個個物的概念3. 認識測量情境(包含除)問題，並能以除法計算分裝後【商】與【餘數】的結果。4. 理解平分情境(等分除)問題中，分數表示整數相除的結果。	<ol style="list-style-type: none">1. 學生對分數中以何種單位為「1」無法判斷，故無法理解兩種單位之間的關係如何轉換。2. 學生對測量情境(包含除)問題不熟悉，對於【商】與【餘數】的單位無法確認。3. 學生對運用圖示進行分數的表徵不熟悉，無法利用圖示操作解題並說明。

(二)教材研究分析

本次教學以四年級「分數」單元中有關「分數為整數相除的結果」此部分進行，本節課將處理分數在平分情境(等分除)的意涵延伸至測量情境(包含除)的意涵。92年數學領綱中對有理數的教學意涵有如下敘述：

小學的有理數教學，必須釐清、練習並連結下述有理數的四種意涵，最後歸結成日後數學學習中，有

理數最核心的意涵—「除的意涵」：

(a) **平分的意涵**：學生在低年級認識人我分際之後，就會發展出強烈的公平感，因此從平分入手學習分數，是一條比較容易的途徑，也比較容易化解分數學習中常見的認知衝突。

(b) **測量的意涵**：長度測量是低年級就發展的數學課題，在以個別單位度量長度，為了解決剩下部分的「餘數」約定時，就能同時發展小數與分數兩種課題。由於單位的強調，測量是調和「部分/全體」的意涵與帶分數認知衝突中的重要工具。

(c) **比例的意涵**：比的原理，是一種微妙的平分方式，因此學生比較容易接受。即使學生尚未學習比例式，透過比的方式，仍然可以協助學生解題。最後再透過比值的引入，一貫地解決比例的問題。

(d) **部分/全體的意涵**：部分/全體雖然是分數的重要意義之一，但是由於概念較為抽象，而且真分數的暗示過深（全體為1），可能造成假分數或帶分數學習上的困擾，必須透過單位的強調來解決其認知衝突。

故 92 課綱將分數在平分情境及測量情境的意涵分作四年級及五年級進行學習，但在 97 課綱中已將分數在「整數相除」的意涵合併於四年級的細目中，**教學順序同樣建議是先由平分情境(等分除)再到測量情境(包含除)**。

筆者在看過教科書中關於此部分教學內容後，以下提出幾點思考：

1. 教科書對於分數在測量情境的意涵處理極少（僅一題），這對學生日後學習相關單元需理解的概念是否有影響？（整數相除為分數倍的結果、除數為分數（或小數）的除法時餘數的意義）
2. 承上，針對「一整數為另一整數的分數倍」這類問題在五年級分數倍單元中少有正式教學，但是會再往後的單元例題中經常出現，當六年級學習「基準量及比較量」時，又以基準量及比較量重新學習一次單位轉換的重要，這種單位轉換的觀念是否可以在四年級第一次出現測量情境時就應該充分經驗，而非到六年級才正式面臨單位轉換的問題？
3. 分數在平分情境(等分除)中學習的重點，主要是描述平分後的結果(單位不變)；而對於分數在測量情境(包含除)的意涵則較為強調測量單位的轉換(單位改變)。教學中如何讓學生能有充分的單位轉換經驗，強化掌握單位關係的重要性，幫助學生理解測量情境問題中以分數表示單位改變後其結果的意涵。

所以筆者設計本節課的重點將提供學生充分的【單位轉換】經驗，先透過自然的測量結果引導學生察覺用兩個不同單位之間的關係，引入測量情境(包含除)問題時能使用分數表示分裝後用新單位描述的結果。以下為整節課教學設計脈絡及目的：

1. 透過測量情境中兩種不同單位的描述結果，讓學生利用表徵詮釋意涵，並解釋其結果，理解兩種不同單位之間的關係。
2. 透過測量情境(包含除)有餘數的文字應用題，讓學生透過表徵理解除法算式中的商和餘數兩種單位之間的關係，並解釋其商可以為分數的結果。
3. 透過挑戰題提供學生運用單位轉換的概念進行解題，並做為下一節課銜接的準備。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一	1. 在平分情境(等分除)中，理解分數之「整數	1-1 在平分情境中，能列出除法算式	觀察 上課問答

	相除」的意涵	表示問題。 1-2 能透過具體表徵的操作，理解餘數為整數時可再繼續平分為分數結果(帶分數表示分完的結果)。 1-3 同上一個活動的情境，能透過具體表徵的操作，理解每一個單位「1」都能進行平分為最後分數的結果(假分數表示分完的結果)。	操作發表 課堂評量-任務(學習單) 作業(數學日記)
二 (本節演示)	2. 在測量情境(包含除)中，理解分數之「整數相除」的意涵	2-1 透過測量情境中兩種不同單位之間的關係，理解單位轉換的概念。 2-2 透過測量情境(包含除)有餘數的文字應用題，理解除法算式中的商和餘數兩種單位之間的關係，並解釋其商可以為分數的結果。	觀察 操作發表 上課問答 課堂評量-任務(學習單) 作業(數學日記或學習單)
三	3. 察覺除法問題中，整數相除可以分數表示為商的結果，並進行綜合應用及練習	3-1 察覺平分情境及測量情境的除法問題中，整數相除後用分數表示結果時，程序運算形式上相同。 (「被除數÷除數」可以寫成 $\frac{\text{被除數}}{\text{除數}}$ 的分數形式為結果) 3-2 能利用整數相除後用分數表示商的結果，解決除法應用問題，並能理解除完後商的單位。 3-3 綜合應用練習。	觀察 發表 上課問答 課堂評量 作業(學習單)

四、本節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念	對應的學習活動
2-1 透過測量情境中兩種不同單位之間的關係，理解單位轉換的概念。	2-1-1 透過教室內黑板(或白板)的測量活動，引入測量單位的需求。 2-1-2 利用數學史中身體尺的測量活動，理解兩種不同單位之間的關係。 2-1-3 透過數學史補充資料(埃及的腕尺及掌尺)，欣賞古代記錄測量結果的單位使用方式。
2-2 透過測量情境(包含除)有餘數的文字應用題，理解除法算式中的商和餘	2-2-1 在離散量的測量情境中，理解除法算式中商和餘數之間的單位關係，並將餘數轉換為商的單位。

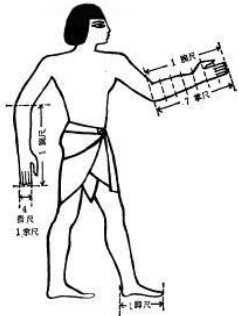
數兩種單位之間的關係，並解釋其商可以為分數的結果。	<p>2-2-2 利用分數表示商的結果轉化成假分數，初步察覺整數相除後用分數表示結果時，記錄程序運算的形式</p> $(\text{「被除數} \div \text{除數} \text{」} = \frac{\text{被除數}}{\text{除數}})$ <p>2-2-3 透過挑戰題運用單位轉換的概念進行解題，綜整本節課的學習內容。</p>
---------------------------	--


(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	<input checked="" type="checkbox"/> T1 情境問題轉化 <input checked="" type="checkbox"/> T2 新舊經驗銜接 <input type="checkbox"/> T3 數學概念聯結	<p>T1:透過教室內黑板(或白板)的實際測量活動，引出單位紀錄的需求及討論。</p> <p>T2:透過兩個單位之間的關係，銜接分數的舊經驗做為紀錄單位轉換的方式。</p>
做	<input checked="" type="checkbox"/> D1 概念操作理解 <input type="checkbox"/> D2 解題策略探究 <input checked="" type="checkbox"/> D3 數學語言溝通	<p>D1:利用數學史中身體尺的測量活動，理解兩種不同單位之間的關係；以及透過文字應用題讓學生利用半具體操作畫圖表徵，進而討論餘數的單位紀錄方式。</p> <p>D3:能和同學說明並溝通用不同單位紀錄黑板(或白板)的測量結果，以及文字應用題中餘數的單位紀錄代表的意義。</p>
得	<input checked="" type="checkbox"/> G1 思考能力提升 <input checked="" type="checkbox"/> G2 解題態度培養 <input checked="" type="checkbox"/> G3 共同學習增能	<p>G1:透過挑戰題運用單位轉換的概念進行解題，思考如何應用本節學習的單位轉換概念解決問題。</p> <p>G2:透過實際的測量活動以及分享畫圖表徵餘數的意義，享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣。</p> <p>G3:透過數學史補充資料(埃及的腕尺及掌尺)，欣賞古代記錄測量結果的單位使用方式，提升多元與創新的思考角度。</p>

(三)學習活動的設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向 教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G)
2-1-1	<p>【活動一】白板有多長？ (此目的為測量單位紀錄需求感的引入活動)</p> <p>教師問話：</p> <ol style="list-style-type: none"> 老師想量一量教室內的白板有多長，要怎麼量呢？ 但是現在這些工具老師都沒有帶，要怎麼辦呢？ 	<p>學生可能回答： 用直尺、捲尺...等工具。</p> <p>學生可能回答：</p>	3 分	<p>T1 情境問題轉化：透過教室內白板的實際測量活動，引出單位紀錄的</p>

<p>2-1-3</p>	<p>尺</p>  <p>在埃及，主要的長度單位是腕尺，它是自肘到中指尖的長度。小一些的單位有：掌尺，它等於$\frac{1}{7}$腕尺；指尺，它等於$\frac{1}{4}$掌尺。因為那時</p>	<p>調整)</p> <p>補充數學史讓學生了解歷史上用不同單位記錄的實用性</p> <p>古埃及人的腕尺及掌尺的關係跟我們不同，可能身體結構不同，可以藉此提及公制單位的需求</p>	<p>G3 共同學習增能：透過數學史補充，欣賞古代記錄測量結果的單位使用方式，提升多元與創新的思考角度</p>
<p>1-2-3</p>	<p>候的埃及人理解分數的意義非常費勁，所以這些小單位很有用。石碑上記載以前尼羅河洪水的水位為「5 腕尺+1 掌尺」。</p> <p>→小結：描述測量結果可以用兩個不同的單位，也可以用一個單位，只要掌握單位之間的關係就可以進行單位的轉換。</p> <p>【活動三】包含除文字應用題(有餘數)-在離散量的測量情境問題中，理解除法算式中商和餘數之間的單位關係，並將餘數轉換為商的單位，使用分數表示商的結果</p> <p>題目： 「老師有 17 顆糖果，每 5 顆裝 1 包，可以裝幾包？還剩幾顆？」 請學生列出算式做做看。(個人解題) 教師問話： 17 顆一包一包分裝完的結果是「3 包餘 2 顆」。</p>	<p>此部分在連結除法算式中商與餘數兩個不同單位表示分裝後的結果，運用前面單位轉換的經驗，進而理解商以分數表示的單位意涵</p> <p>學生列式： $17 \div 5 = 3(\text{包}) \cdots 2(\text{顆})$</p> <p>因為 1 包是 5 顆， 所以 2 顆是$\frac{2}{5}$包。</p> <p>「$17 \div 5 = 3(\text{包}) \cdots 2(\text{顆})$」 也可以記成「$17 \div 5 = 3\frac{2}{5}(\text{包})$」</p>	<p>12 分</p> <p>D1 概念操作理解：透過文字應用題讓學生利用半具體操作畫圖表徵，進而討論餘數的單位紀錄方式</p>
<p>2-2-1</p>	<p>結果，那麼剩下的這 2「顆」可以換成多少「包」呢？ 2. 「$17 \div 5 = 3(\text{包}) \cdots 2(\text{顆})$」也可以記成「$17 \div 5 = ?(\text{包})$」 (個人思考作答，兩人一組分享想法) (1) 可以提示學生畫圖想想看。 (2) 引導學生察覺兩種單位之間的關</p>	<p></p>	<p>D3 數學語言溝通：能和同學說明並溝通文字應用題中餘數的單位紀錄代表的意義</p>

<p>2-2-2</p>	<p>係。</p> <p>3. 「$17 \div 5 = 3\frac{2}{5}$ (包) = $\frac{17}{5}$ (包)」</p> <p>想想看，請你從圖中說明$\frac{17}{5}$ (包)【17個$\frac{1}{5}$ (包)】在哪裡？是什麼意思？</p>  <p>→小結： 除法的結果當有餘數的時候，利用分數也可以將餘數的單位轉換，用同一個單位表示除完的結果。</p> <p>【活動四】挑戰活動-運用單位轉換的概念進行解題，並做為下一節課銜接的準備</p> <p>◆挑戰題：</p> <p>2-2-3 哥哥把 14 公升的水，用水桶分裝，裝了 $4\frac{2}{3}$ 桶。想想看：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 幾公升可以裝「1 桶」呢？ 2. 「$4\frac{2}{3}$ 桶」是「幾桶又幾公升」呢？ <p>(兩人一組討論，視情況進四人一組討論)</p> <p>教師總結： (利用板書的上課例進行總結)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 古人用身體尺測量長度有不同的單位可以記錄，如果只要用一種單位描述，我們需要單位之間的關係，才能進行轉換。(比如腕尺和掌尺的描述) 2. 在除法問題中，分裝後的結果有餘數時，我們可以利用商與餘數單位 	<p>學生能從圖示中理解「顆」和「包」兩個不同單位之間的關係及轉換，每 1 顆都是$\frac{1}{5}$ 包，「17 顆」可以轉換為「17 個$\frac{1}{5}$ 包」，也就是「$\frac{17}{5}$ 包」</p> <p>引導學生由帶分數換成假分數，更清楚的看出兩個不同單位之間的關係及轉換：「1 顆是$\frac{1}{5}$ 包」，做為下節課的準備概念</p> <p>本題為挑戰題，目的非要求全體學生皆能正確解題成功，而是透過思考本挑戰題，進而提供單位間轉換的思考練習</p> <p>本挑戰題因為單位間的關係未提供，學生需要自行由題目給定的描述中找出單位間的關係，學生可能未察覺將 $4\frac{2}{3}$ 換成$\frac{14}{3}$較容易看出關係</p> <p>教師總結統整本節課學習重點</p>	<p>8 分</p>	<p>G2 解題態度培養：透過分享畫圖表徵餘數的意義，享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣</p> <p>G1 思考能力提升：透過挑戰題運用單位轉換的概念進行解題，思考如何應用本節學習的單位轉換概念解決問題</p>
			2 分	

	之間的關係進行轉換，最後可將商 (分完的結果)用分數以一種單位表示。			
--	---------------------------------------	--	--	--

(板書)

白板有多長？

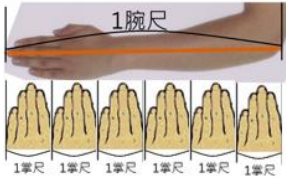
單位：腕尺、掌尺

白板 = 5 個腕尺 + 4 個掌尺

= $5\frac{4}{6}$ 腕尺

1 個腕尺是 6 個掌尺

1 個掌尺是？個腕尺



單位關係 → 轉換單位

除法問題

老師有 17 顆糖果，每 5 顆裝 1 包，可以裝幾包？還剩幾顆？


$17 \div 5 = 3(\text{包}) \cdots 2(\text{顆})$

$17 \div 5 = 3\frac{2}{5} \text{ 包}$

$= \frac{17}{5} \text{ 包}$

(17 個 $\frac{1}{5} \text{ 包}$)

兩個單位的關係



哥哥把 14 公升的水，用水桶分裝，裝了 $4\frac{2}{3}$ 桶。想想看：

1. 幾公升可以裝「1 桶」呢？

2. 「 $4\frac{2}{3}$ 桶」是「幾桶又幾公升」呢？