

新北市 106 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

一、試題內容及評閱規準：

分年細目	5-n-11 能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。	知識向度	程序
評量內涵	能用直式處理被乘數及乘數是小數的計算	認知層次	應用
試題內容	老師出了一個數學問題「一條彩帶長 3.5 公尺，姊姊佈置教室用了 2.7 條，姊姊共用掉多少公尺的彩帶？」 小平先寫了算式「 $3.5 \times 2.7 =$ 」，再用直式計算出結果如下：		
	<div><div><div><div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></</div></div></div></div></div>		

		式再算一次求出正確答案	
	2 E	正確回答直式有誤，利用長度單位轉換的方式回答	將 3.5 公尺換算成 350 公分，再乘以 2.7 是 945 公分，也等於 9.45 公尺
	1A	正確回答直式做法錯誤，但說明的理由錯誤。	認為題目的語意是用掉 2.7 條，所以要用減法
	1B	正確回答直式做法錯誤，但說明理由不完整。	只回答直式的小數點錯誤，並沒有清楚說明小數點的後面有兩位，或是二位小數。
	1X	其他錯誤類型，但不屬於上述 AB 類型	
	0A	回答直式做法正確，且理由錯誤。	認為做法正確，因為乘法直式算則中的小數點有對齊好
	0B	回答直式做法正確，且理由錯誤。	認為如果是減法，二個單位必須相同，本題的單位不同，所以用乘法計算是正確的
	0X	其他錯誤類型，但不屬於上述 ABCD 類型	
	99	空白	

二、評閱結果：

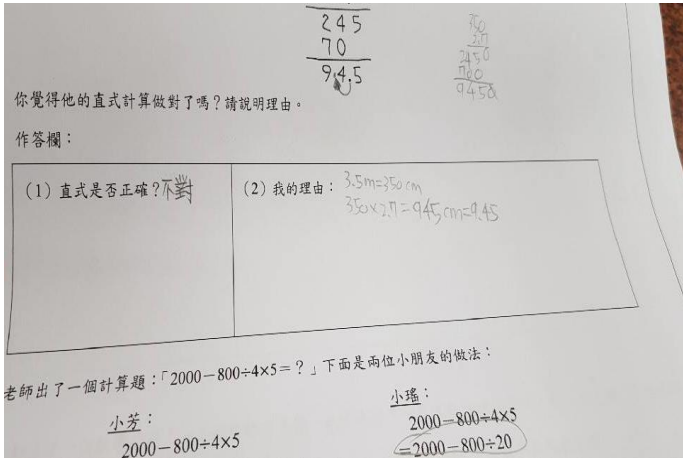
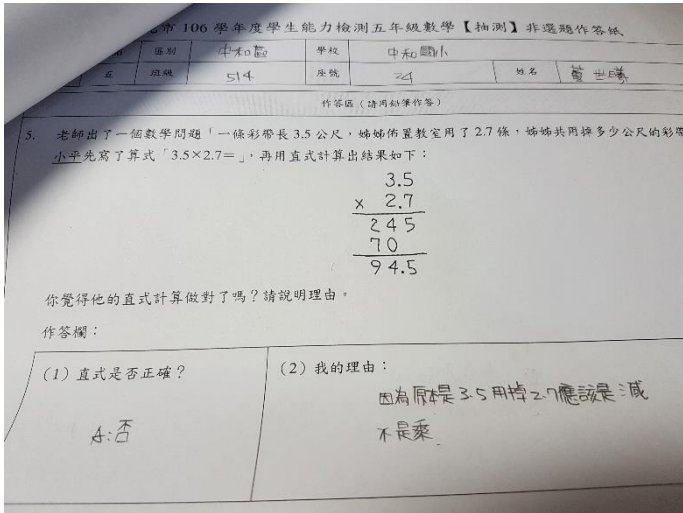
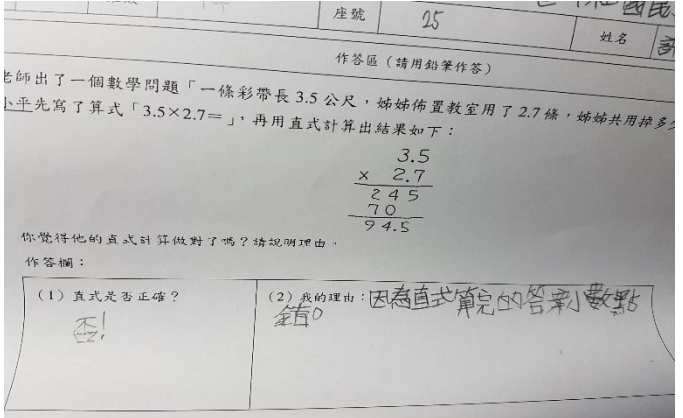
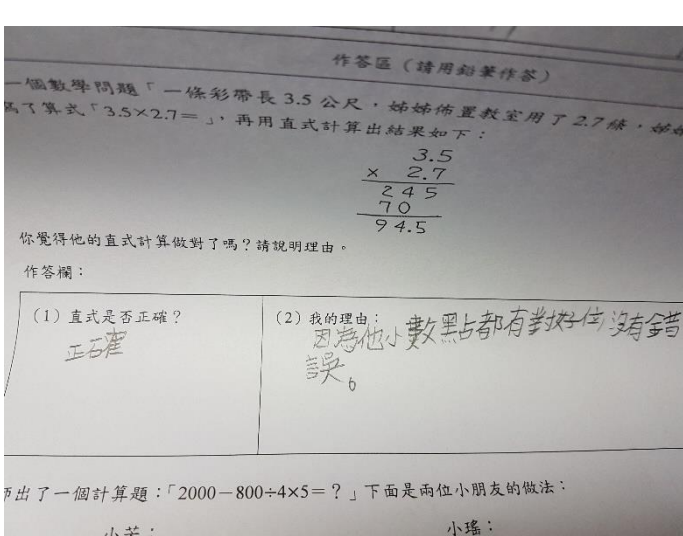
(一)本題學生作答情形

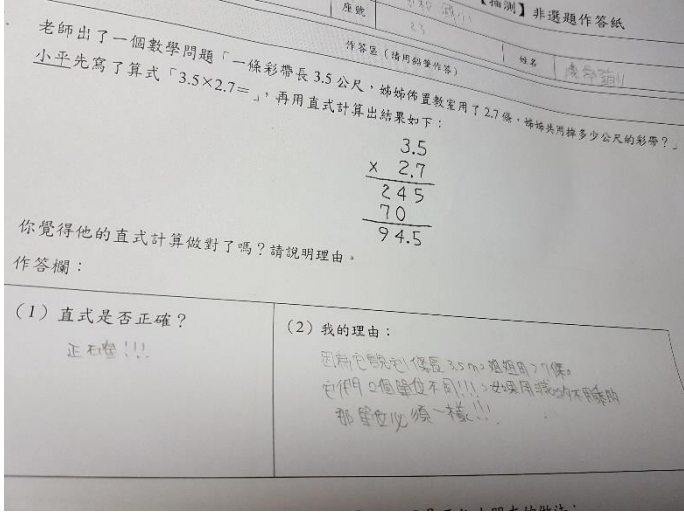
類型	2					1			0				合計
	2A	2B	2C	2D	2E	1A	1B	1X	0A	0B	0X	99	367 人
人數	0	0	98	55	12	32	98	15	25	5	22	5	
百分比(%)	0	0	27	15	3	9	27	4.5	7	1	5.5	1	
人數	165					145			57				
百分比(%)	45%					40.5%			14.5%				

依上表可看出約 45%的學生得分為 2 分，顯示這些學生對於用直式處理乘數是小數的計算問題已經掌握；約 40.5%的學生得 1 分，這些學生能指出小數的乘法直式錯誤，但無法清楚說明乘出來積的小數位數為二位或說明不夠完整；另有 14.5%的學生得 0 分，這些學生中大多受小數加法運算的影響認為小數點有對齊，所以答案是正確。

(二) 學生答題類型分析

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
2	2A	(未有此作答範例)	說明 0.1×0.1 是 0.01， 3.5 是 35 個 0.1， 2.7 是 27 個 0.1， 35 的 27 倍是 945， 945 個 0.01 是 9.45
	2B	(未有此作答範例)	回答做法錯誤，說明用估算的方式將 3.5 視為 3 或 4，將 2.7 視為 2 或 3，所以答案乘出來的結果大約 6~12，而不是 94.5
	2C		回答直式做法錯誤，並認為一位小數乘以一位小數的積就是二位小數或(小數點後面有二位)。
	2D		回答直式做法錯誤，並將正確的直式算則重新算一次，答案為 9.45。

	2 E	 <p>你覺得他的直式計算做對了嗎？請說明理由。</p> <p>作答欄：</p> <p>(1) 直式是否正確？不對</p> <p>(2) 我的理由：$3.5\text{m}=350\text{cm}$ $350 \times 2.7 = 945\text{cm} = 9.45$</p> <p>老師出了一個計算題：「$2000 - 800 \div 4 \times 5 = ?$」下面是兩位小朋友的做法：</p> <p>小芳：$2000 - 800 \div 4 \times 5$</p> <p>小瑤：$2000 - 800 \div 4 \times 5 = 2000 - 800 \div 20$</p>	回答直式做法錯誤，利用單位轉換的方式將 3.5 公尺換算成 350 公分，再乘以 2.7 是 945 公分，也等於 9.45 公尺。
1	1A	 <p>老師出了一個數學問題：「一條彩帶長 3.5 公尺，姊姊佈置教室用了 2.7 條，姊姊共用掉多少公尺的彩帶？」</p> <p>小平先寫了算式「$3.5 \times 2.7 =$」，再用直式計算出結果如下：</p> <p>你覺得他的直式計算做對了嗎？請說明理由。</p> <p>作答欄：</p> <p>(1) 直式是否正確？A:否</p> <p>(2) 我的理由：因為原式是 3.5 用掉 2.7 應該是減不是乘</p>	回答直式做法錯誤，但說明的理由認為题目的語意是用掉 2.7 條，所以要用減法。
	1B	 <p>老師出了一個數學問題：「一條彩帶長 3.5 公尺，姊姊佈置教室用了 2.7 條，姊姊共用掉多少公尺的彩帶？」</p> <p>小平先寫了算式「$3.5 \times 2.7 =$」，再用直式計算出結果如下：</p> <p>你覺得他的直式計算做對了嗎？請說明理由。</p> <p>作答欄：</p> <p>(1) 直式是否正確？否</p> <p>(2) 我的理由：因為直式算完的答案小數點錯</p>	正確回答直式做法錯誤，但理由不完整。
0	0A	 <p>老師出了一個數學問題：「一條彩帶長 3.5 公尺，姊姊佈置教室用了 2.7 條，姊姊共用掉多少公尺的彩帶？」</p> <p>小平先寫了算式「$3.5 \times 2.7 =$」，再用直式計算出結果如下：</p> <p>你覺得他的直式計算做對了嗎？請說明理由。</p> <p>作答欄：</p> <p>(1) 直式是否正確？正確</p> <p>(2) 我的理由：因為他小數點占都有對好位沒有錯</p> <p>老師出了一個計算題：「$2000 - 800 \div 4 \times 5 = ?$」下面是兩位小朋友的做法：</p> <p>小芳：</p> <p>小瑤：</p>	回答直式做法正確，認為乘法直式算則中的小數點有對齊好

0 B		回答直式做法正確，認為如果是減法，二個單位必須相同，本題的單位不同，所以用乘法計算是正確的
99	空白	

1. 學生多元解題類型：

從學生獲得 2 分的作答類型中，可以發現這些學生都能判斷直式算則是錯誤的，而說明的理由大致分為二類：其中以回答積是二位小數或小數點後面有二位占多數，另一類則是將直式再算一次求出正確答案，顯示這些學生對於程序性的計算雖然熟悉，但對於小數倍的乘法意涵卻並非真正的理解。

2. 學生常見錯誤類型：

在學生獲得 1 分的作答類型中，可以看到大部分學生能判斷直式有錯誤，但敘寫理由不完整或理由錯誤，錯誤的類型大致分為下列二種：

- (1) 只說明直式答案的小數點有錯誤，並未指出積應為二位小數或是小數點後面有二位，另有少部分學生則回答小數點有二個。
- (2) 判斷的理由受題目「用掉」一詞的干擾，認為本題是小數的減法問題而非乘法問題，顯示這些學生無法理解小數倍的文字應用題。

至於獲得 0 分的作答類型中，最多的錯誤類型認為直式是正確的，且判斷的理由認為直式中積的小數點有對齊被乘數和乘數，這些學生很明顯受小數加、減直式算則的影響，與小數的乘法混用。

三、評量內涵及本題的教學建議：

學生學習小數的小數倍時遇到的困難大致上可分為：計算時數字該如何對齊以及計算後積的小數點該如何處理二種情形。本題評量的重點是學生能用直式處理被乘數及乘數是小數的計算問題，因此如何處理積的小數點的問題將是核心重點。本題之教學建議如下：

(一)透過分數倍語言的連結，建立小數倍的意涵：

學生已具有 $\frac{1}{10}$ 倍、 $\frac{1}{100}$ 倍、 $\frac{1}{1000}$ 倍的認知，也知道 $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ ，因此可透過分數的分數倍的學習經驗連結「0.1 的 0.1 倍是 0.01」，也就「 $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$ 」的過程，而能夠知道「 $0.1 \times 0.1 = 0.01$ 」，理解一位小數乘以一位小數是二位小數，引導學生建立小數倍的概念。

(二) 利用單位轉換，幫助學生了解積的小數點位置：

以本題「 3.5×2.7 」為例，將 3.5 轉換為「35 個 0.1」，2.7 轉換為「27 個 0.1」，0.1 的 0.1 倍是 0.01，而 $35 \times 27 = 945$ ，945 個 0.01 是 9.45，學生透過幾個 0.1、0.01、0.001……的單位轉換與計算，察覺積的小數點變化，進而知道被乘數與乘數都是小數時，積的小數位數即是被乘數與乘數的小數位數和。除此之外，老師應帶領學生探討其他例外的情形；例如「二位小數乘以一位小數，積是二位小數」的情況，以「 $1.25 \times 1.8 = 2.25$ 」為例，1.25 是「125 個 0.01」，1.8 是「18 個 0.1」，0.01 的 0.1 倍是 0.001， $125 \times 18 = 2250$ ，2250 個 0.001 是 2.25，避免有 0 出現在積時，學生將小數點的位置錯置。

(三) 加強小數乘法估算能力判斷答案的合理性：

進行小數的乘法教學時，應引導學生用估算的方式判斷答案的正確性，例如 3.5×2.7 的答案會比「 $3 \times 2 = 6$ 」大，也會比「 $4 \times 3 = 12$ 」小；或是 3.5 的 2 倍是 7，3.5 的 3 倍大概是 10，所以答案應該介於 7~10 之間。學生透過估算判斷，一方面可檢驗答案的合理性，另一方面亦可增進數感的建立。