

新北市國小數學輔導團
淡水區新市國小教學演示 (2018/11/02)



三年級 複習：角、正方形和長方形
五年級 擴分、約分與通分

(從擴、約分理解等值分數)

張英傑

dr.ijchang@gmail.com

退休教授

National Taipei University of Education

Department of Mathematics and Information Education



國立台北教育大學數學暨資訊教育學系

National Taipei University of Education



感謝大家的參與!

新市國小 陳佩芝 校長 行政團隊協助

新市國小 詹淑媛 老師 教學演示 (3年)

輔導團員 溫世展 老師 教學演示 (5年)

- 共同備課
- 公開說課/觀課
- 集體議課
- 記錄教學檔案
(省思成長)



我們都是共同學習者(*co-learners*)!

「自發」、「互動」、「共好」

- 學生的數學力 (*Mathematical Power*)
- 教師的教學力 (*Pedagoical Power*)
- 師培者的教育力 (*Educational Power*)

觀摩教學演示之啟示：樂教→樂學→樂教→ ...

自學與共學

- 當我在講台上, 面對自己的學生, 要教這個單元/ 這節課時... 應該怎麼教?
- 教材內容(教學活動)編排?
- 教學手法展示?
- 學生學習表現?
- 其他?
- 學生學習真的發生!
- What→Why→How?

教學目標

- 透過操作，認識角和直角並能比較其大小，進而理解正方形和長方形的構成要素。

概念運用

- 1. 運用角的直接和間接比較，辨識角的大小。
- 2. 能運用圖形構成要素關係，作合理之拼排重組，並作簡單之推論。
- 3. 核心概念：加強「拼排」和「重組」的具體操作經驗，並複習角、直角、正方形及長方形。

說課 新市國小 詹淑媛 老師 (三上複習：角、正方形和長方形)

教學紀要

- 1.分組 座位表：如附件(4~5人一組，共7組。)
- 2. 教具 :七巧板
- 3. 活動流程
- 延續加油小站1
- 【活動1】會搬家的蝴蝶——紫斑蝶
- 【活動2】紫斑蝶密碼、紫斑蝶的南北飛行路線
- 本節課進入【活動3】
- 一、回顧【活動1】及【活動2】
- 二、進行【活動3】紫斑蝶寄生的植物
- ◎找出各種紫斑蝶幼蟲寄生的植物
- 1.教師根據課本布題，可延伸介紹紫斑蝶幼蟲的寄生植物，並引導學生利用描圖紙或用三角板比較角的大小解題。
- 2.教師複習角的直接和間接比較。

■ 牛乳榕



■ 羊角藤



■ 盤龍木



■ 榕樹





1 會搬家的蝴蝶——紫斑蝶

臺灣的蝴蝶中，有四種蝴蝶會隨著季節南北移動。這四種蝴蝶分別是：

- ㄟ 端紫斑蝶：展翅寬約 85 毫米。
- ㄨ 小紫斑蝶：展翅寬約 6 公分至 8 毫米。
- ㄇ 斯氏紫斑蝶：展翅寬約 7cm5mm。
- ㄘ 圓翅紫斑蝶：展翅寬約 80mm。



紫斑蝶的翅膀顏色會隨著觀察方位及陽光照射角度而改變，上圖為端紫斑蝶。

填填看：

- 1 這四種紫斑蝶中，展翅寬度最大的是（ ）紫斑蝶，最小的是（ ）紫斑蝶。
- 2 斯氏紫斑蝶和圓翅紫斑蝶展翅寬相差（ ）毫米。

2 紫斑蝶密碼



臺灣的紫斑蝶在冬天來臨前，會陸續飛到溫暖的山谷休息，等待寒冬過去，再飛回北方生活。

紫斑蝶飛到溫暖的山谷前，會經過哪些地方？先算出下面算式的答案當作密碼，再對照 P65 中相同的密碼，填入地名，就能知道紫斑蝶經過的地方。

$$\begin{array}{r} 541 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

密碼	4869
地名	寶來

$$\begin{array}{r} 5008 \\ - 1019 \\ \hline \end{array}$$

密碼	
地名	竹南

$$\begin{array}{r} 784 \\ + 3095 \\ \hline \end{array}$$

密碼	
地名	曾文水庫

$$\begin{array}{r} 5140 \\ - 1255 \\ \hline \end{array}$$

密碼	
地名	大肚山

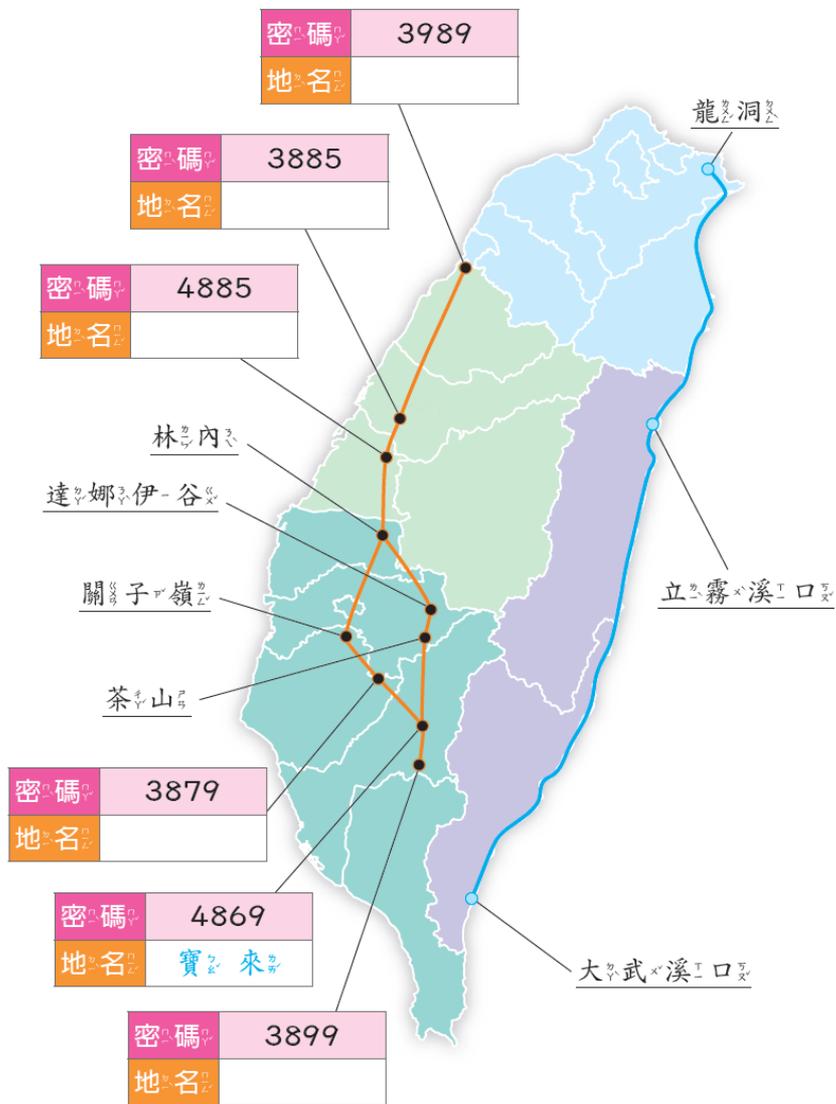
$$\begin{array}{r} 1387 \\ + 3498 \\ \hline \end{array}$$

密碼	
地名	八卦山

$$\begin{array}{r} 557 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

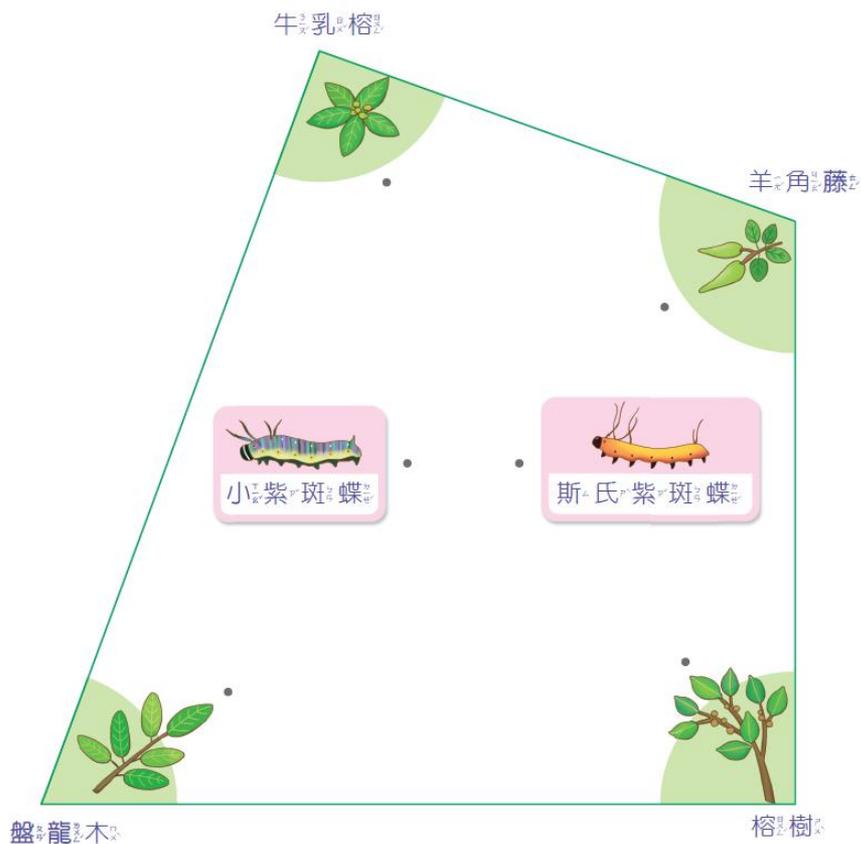
密碼	
地名	茂林

3 紫斑蝶的南北飛行路線



4 紫斑蝶寄生的植物

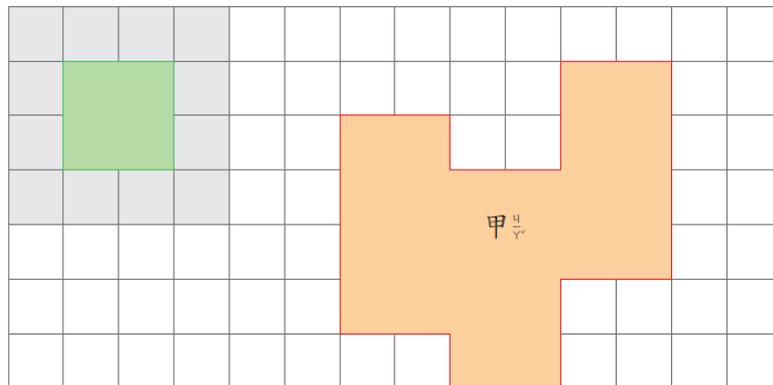
林叔叔在植物園內的四個角落，種植紫斑蝶幼蟲寄生的植物。小紫斑蝶寄生的植物種在最角落的位置，斯氏紫斑蝶寄生的植物種在最大角的位置。找出下圖紫斑蝶幼蟲寄生的植物，連連看。



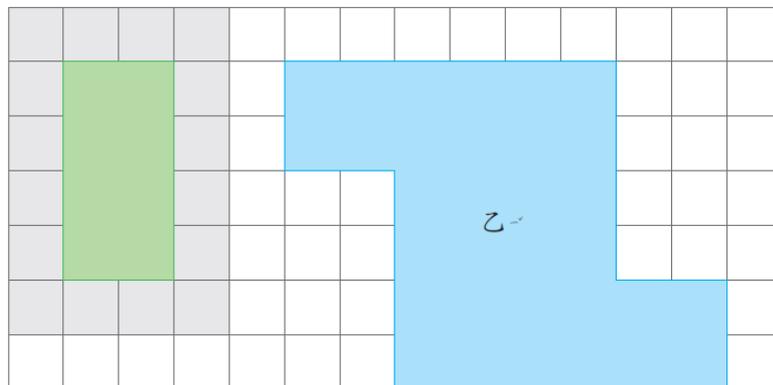
2 魔法烤箱

弗力家有個魔法烤箱，每次烤出來的美味披薩形狀都不相同，現在有兩塊剛出爐的披薩，要分成相同的正方形或長方形，請你幫弗力分分看。

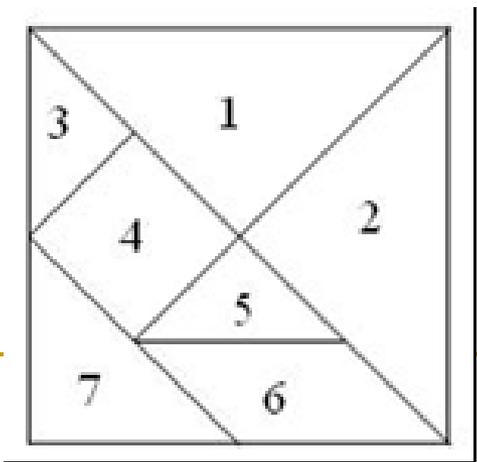
- 1 將甲披薩切割成6個像左邊綠色色的正方形。



- 2 將乙披薩切割成4個像左邊綠色色的長方形。

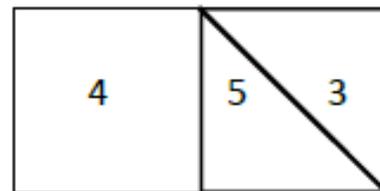
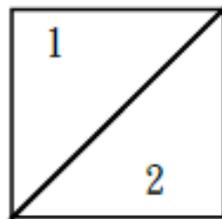


- 三、延伸活動：【七巧板大拼排】
- ◎能利用不同圖形，組合出正方形和長方形。
- 1.基本練習：發給每組 1 副七巧板，請同學將七巧板組成正方形(如下圖)，同組學生相互合作。(練習平移、旋轉、翻轉之基本操作)。

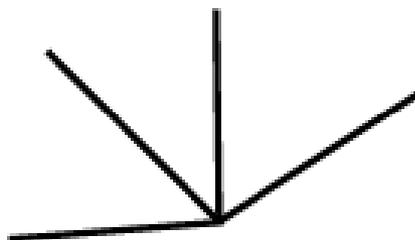


- 2.探索活動：探討七巧板上的各類圖形名稱、構成要素或要素間關係。(註：中年級學生尚未學習「梯形」及「平行四邊形」，僅作視覺直觀探討)。
- 3.請學生找出不同圖形的角與直角。(用色筆分別標出7個圖形的每個角)

- 4.想一想，畫畫看：可以如何利用七巧板的圖形，拼出正方形或長方形，將結果記錄在白板上。(請學生實際使用七巧板排排看。)



- 挑戰題：數數看，下面圖形有幾個角？



歸納：

教師再次
複習本
節課的
學習重
點。

Activity 七巧板 Tangrams

利用七巧板中的2片至7片，分別排成一個正方形/長方形/梯形/三角形。

2片：

2片：

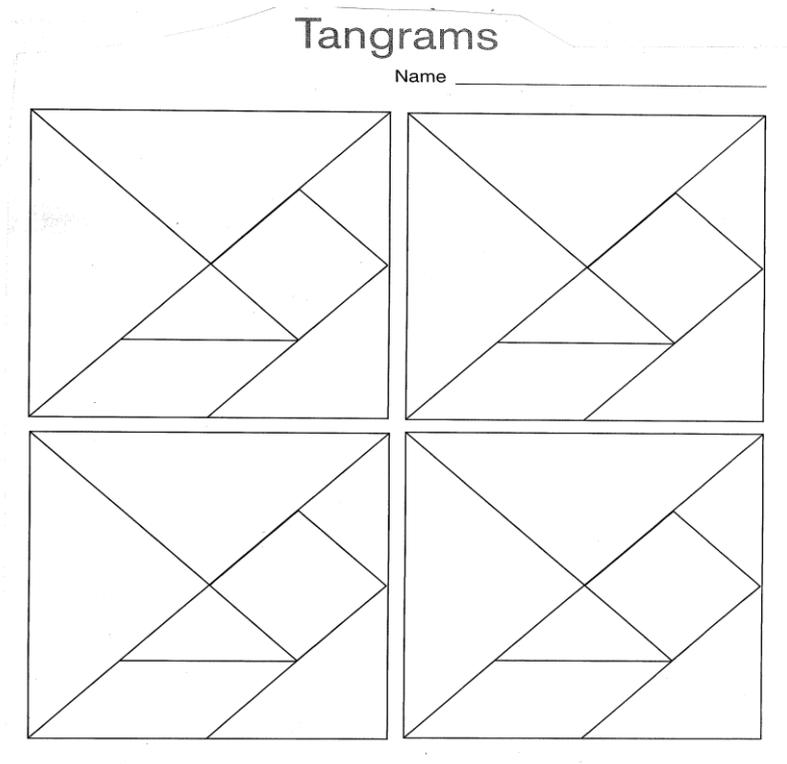
3片：

4片：

5片：

6片：

7片：



解讀領域課程綱要與剖析教科用書

課程教材設計與教學活動之實施

- **Why?**
 - 為甚麼教這些活動?
- **What?**
 - 所引入的情境/脈絡合適嗎?
- **How?**
 - 用甚麼架構/結構/內容?
 - 有何教學資源去思考教學策略?(操作/圖示/算式 ...)
- **Where?**
 - 教學活動之安排次序!
- **When?**
 - 術語／符號／算式/公式的認識、理解與熟練
- **Whom?**
 - 先備知能的檢驗以及未來發展的啟示
- **WHO?**
 - 形成性評量與總結性評量之形式及其內涵

解讀課程綱要與教科用書

比較分析三版本教科用書之設計

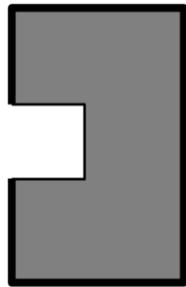
- 課本
- 習作及其附件
- 教師手冊/教學指導
- 備課用書
- 教具
- 教學資源
- ...

單元教案設計: 格式(Format)與內容(Content)

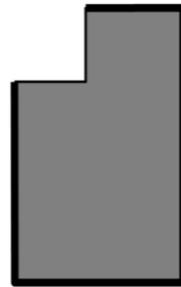
- 壹、教學說明研究部分
- 貳、教學活動流程部分
- 參、總結性評量部分
- 肆、教學省思與改進教案部分

4-s-09能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。

- 小玉在甲、乙二張大小相同的長方形紙張上，分別剪下一個一樣大的正方形，如下圖：



甲

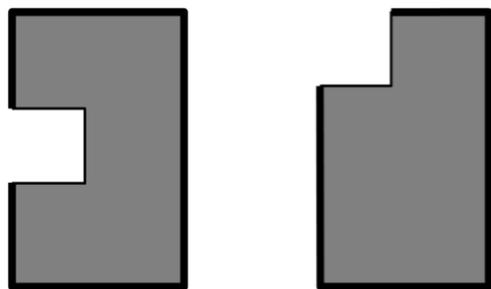


乙

- 圖形甲和乙的周長哪一個比較長？為什麼？

4-s-09能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。

- 小玉在甲、乙二張大小相同的長方形紙張上，分別剪下一個一樣大的正方形，如下圖：



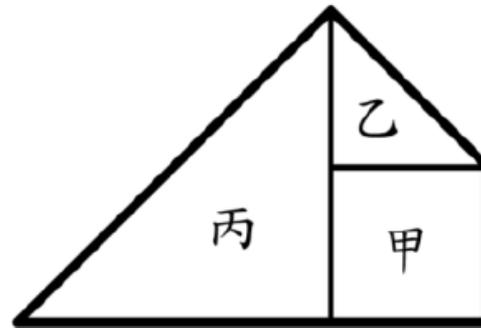
甲 乙

- 圖形甲和乙的周長哪一個比較長？為什麼？

	2分	1分	0分	
人數	279	1340	1295	2914
%	9.6	46	44.4	100

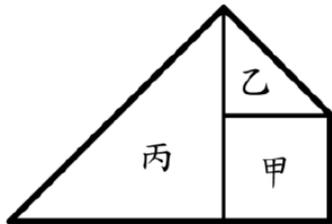
5-S-05能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。

- 學校有一個花圃，是由一個「正方形甲」和兩個「等腰直角三角形乙、丙」組成，如下圖。小華量了甲的周長是**36**公尺，那麼丙的面積是多少平方公尺？請寫出你的做法和答案。



5-S-05能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。

- 學校有一個花圃，是由一個「正方形甲」和兩個「等腰直角三角形乙、丙」組成，如下圖。小華量了甲的周長是**36**公尺，那麼丙的面積是多少平方公尺？請寫出你的做法和答案。



	2分	1分	0分	
人數	124	54	189	367
%	33.8	14.7	51.5	100

S-2-04 能透過平面圖形的組成要素，認識基本平面圖形。

- 3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。
- 3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同3-n-17)
- 3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。
- 4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
- 4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。
- 4-s-08 能利用三角板畫出直角與兩平行線段，並用來描繪平面圖形。
- 4-s-04 能認識「度」的角度單位，使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同4-n-16) (未對應到任何相關指標)

S-2-02 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

- **3-s-05** 能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。(同**3-n-18**)
- **3-s-06** 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。
- **4-s-07** 能認識平行四邊形和梯形。

S-2-05 能透過操作，認識簡單平面圖形的性質。

- **3-s-03** 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。
- **4-s-02** 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。

S-2-06 能認識平面圖形全等的意義。

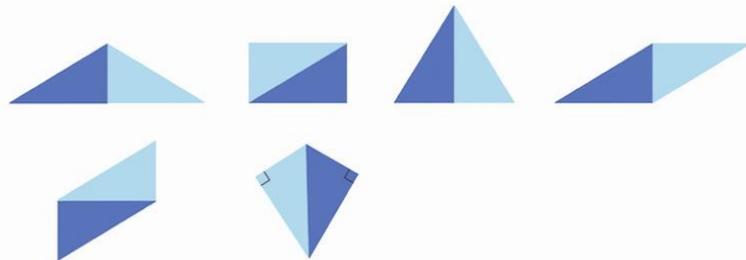
- **4-s-03** 能認識平面圖形全等的意義。

3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同3-n-17)

- 能認識角的構成要素為頂點與兩邊，學生能據此畫出一角，並能複製角。
- 透過直尺、三角板、正方形、長方形認識直角。
- 能做角的直接比較，尤其要能比較一角和直角之大小。

3-s-06能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

- 由1-s-04的前置經驗，可透過全等操作(平移、翻轉)，將已分割之平面圖形，重組為另一已知的平面圖形。本細目的差別在於，學童必須自己推敲組成的方式。
- 本細目的另一重點為練習平面圖形的簡單切割，如將一個長方形切割成兩個一樣大的三角形，可以組合成幾種圖形？
- 這可以讓學童同時學習平面的全等操作、面積的保留概念與分數。例如：■ 長方形切割成兩個三角形後，可以由兩個切割出來的三角形拼回原來的長方形。而兩個三角形的面積亦為原來長方形面積的。



3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。

- 知道四邊相等、且四角為直角的四邊形為正方形，例如：知道斜置之正方形(看起來像菱形)也是正方形。
- 知道兩對邊相等、且四角為直角的四邊形為長方形。
- 此為**4-s-01**之前置經驗。(4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。)

幾何!幾何!

學了幾何，又幾何？

- Q1 圖形與空間 → 空間與圖形 → 幾何
→ 空間與形狀

Geometry : Space and Shape

- Q2 van Hiele的幾何思維層次的發展
- Q3 造型活動：圖形的合成分解
- Q4 圖形的分類示例(文氏圖)
- Q5 圖形的性質
- Q6 周長 VS.面積
- Q7 表面積VS.體積

- 在平面幾何方面，各年級分別學習直觀幾何（直觀、辨識與描述）、測量幾何、推理幾何
- van Hiele的幾何思維層次
第0層次：視覺化階段（visualization）
第1層次：分析階段（analysis）
第2層次：非形式演繹階段（informal deduction）
第3層次：演繹階段（deduction）
第4層次：嚴密性階段（rigor）

幾何思考與幾何概念

van Hiele 的幾何思考

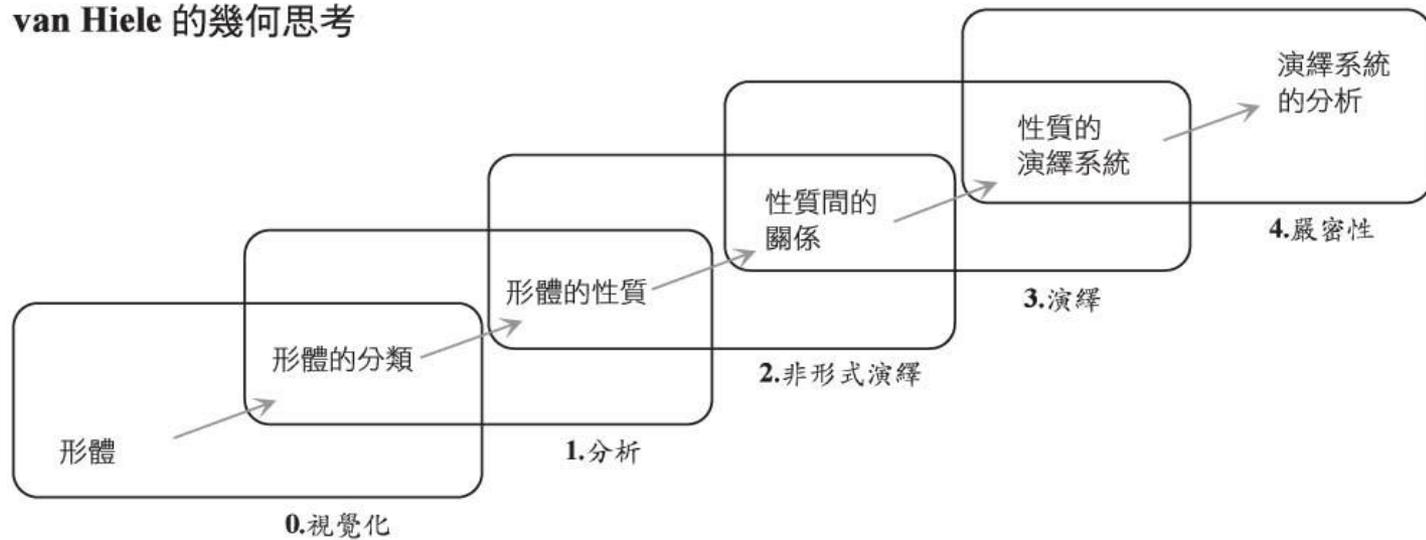


圖 17.3 每一個階段的幾何思考創造出來的想法，會成為下個層級的焦點或是概念

單元教案設計: 格式(Format)與內容(Content)

- 壹、教學說明研究部分
- 貳、教學活動流程部分
- 參、總結性評量部分
- 肆、教學省思與改進教案部分

105年協助縣市辦理學生學習能力檢測

數學五年級施測結果報告



測驗及評量研究中心

中華民國 105 年 9 月

105年協助縣市辦理學生學習能力檢測

數學三年級施測結果報告



測驗及評量研究中心

中華民國 105 年 9 月

105年協助縣市辦理學生學習能力檢測

數學二年級施測結果報告



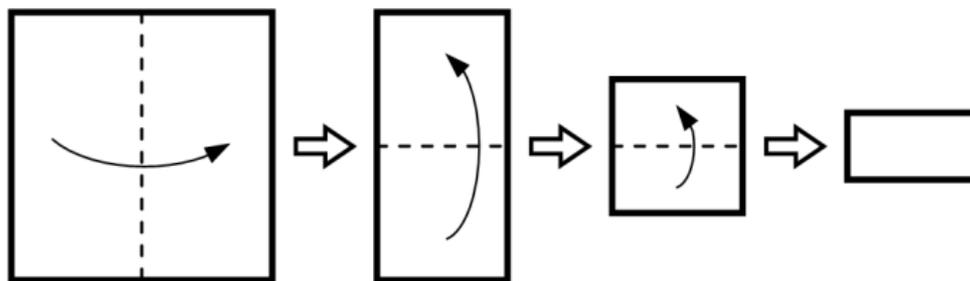
測驗及評量研究中心

中華民國 105 年 9 月

國教院104學年度國小三年級數學能力檢測

第(3-12)題:

姐姐先將一張正方形色紙【圖一】對摺3次（對摺的方法如下），摺成小長方形【圖二】，1個小長方形是正方形色紙的幾分之幾？



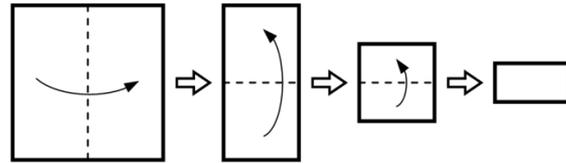
【圖一】

【圖二】

- ① $1/3$ ② $1/4$ ③ $1/7$ ④ $1/8$

第(3-12)題:

姐姐先將一張正方形色紙【圖一】對摺3次（對摺的方法如下），摺成小長方形【圖二】，1個小長方形是正方形色紙的幾分之幾？



【圖一】

【圖二】

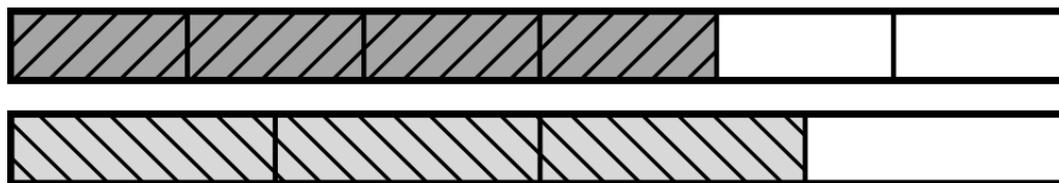
- ① $1/3$ ② $1/4$ ③ $1/7$ ④ $1/8$

選 項	1	2	3	4	其他	答案：4
選項率	.32	.21	.12	.34	.01	難易度： 0.40
高分組	.14	.10	.06	.69	.00	鑑別度： 0.59
低分組	.43	.28	.17	.11	.01	

國教院104學年度國小五年級數學能力檢測

第(5-08)題:

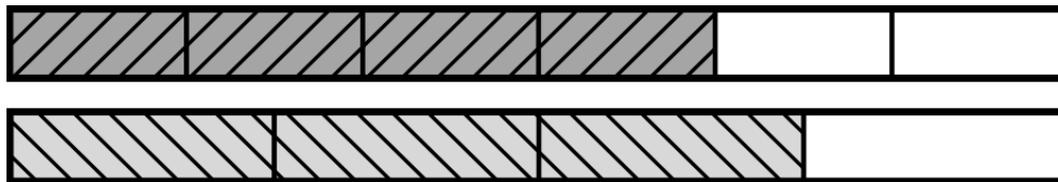
- 姐姐將2條一樣長的紙帶，各自等分後塗上顏色（如下圖），兩條紙帶塗上顏色部分的長度相差多少？



- ① $\frac{1}{2}$ 條 ② $\frac{1}{4}$ 條 ③ $\frac{1}{8}$ 條 ④ $\frac{1}{12}$ 條

第(5-08)題:

姐姐將2條一樣長的紙帶，各自等分後塗上顏色（如下圖），兩條紙帶塗上顏色部分的長度相差多少？



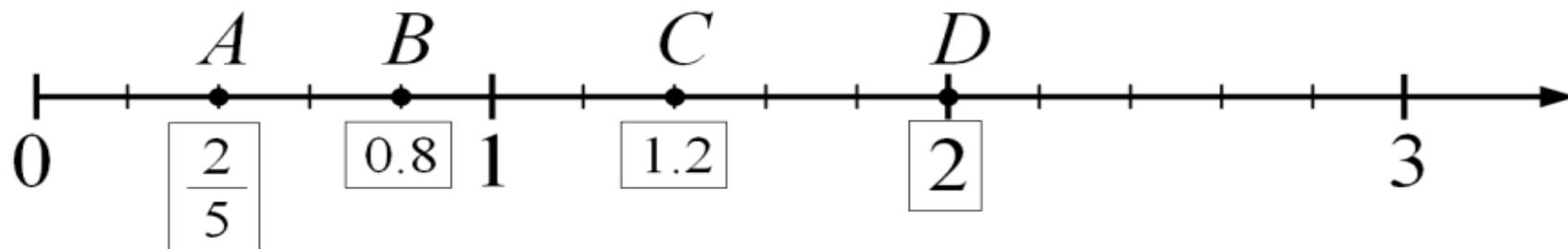
- ① $\frac{1}{2}$ 條 ② $\frac{1}{4}$ 條 ③ $\frac{1}{8}$ 條 ④ $\frac{1}{12}$ 條

選 項	1	2	3	4	其他	答案：4
選項率	.20	.12	.07	.60	.01	難易度： 0.57
高分組	.04	.02	.02	.92	.00	鑑別度： 0.69
低分組	.38	.26	.12	.23	.01	

國教院104學年度國小五年級數學能力檢測

第(5-12)題:

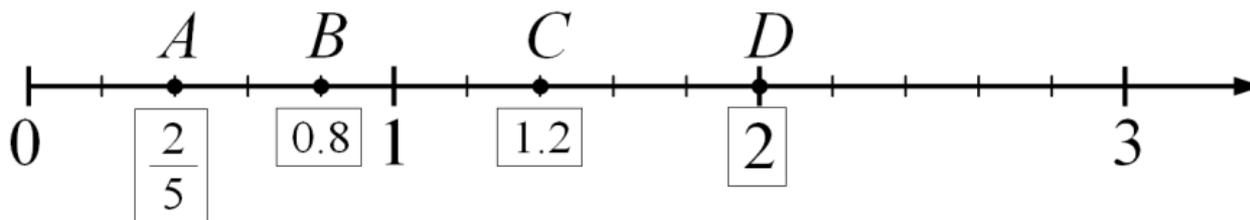
- 12. 數線上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，哪一點的數值標示錯誤？



- ① A ② B ③ C ④ D

第(5- 12)題:

12. 數線上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，哪一點的數值標示錯誤？



- ① A ② B ③ C ④ D

選 項	1	2	3	4	其他	答案：3
選項率	.14	.29	.53	.04	.01	難易度： 0.53
高分組	.02	.07	.89	.01	.00	鑑別度： 0.72
低分組	.36	.42	.13	.09	.01	

國教院104學年度國小五年級數學能力檢測

第(5-20)題:

- 20. 下列哪一個選項的數值，是由「 $1 \frac{2}{3}$ 」擴分而成？
- ① $\frac{5}{3}$
- ② $2 \frac{2}{3}$
- ③ $1 \frac{4}{6}$
- ④ $2 \frac{4}{6}$

第(5-20)題:

20. 下列哪一個選項的數值，是由「 $1 \frac{2}{3}$ 」擴分而成？

- ① $5/3$ ② $2 \frac{2}{3}$
③ $1 \frac{4}{6}$ ④ $2 \frac{4}{6}$

選 項	1	2	3	4	其他	答案： 3
選項率	.25	.04	.52	.19	.01	難易度： 0.52
高分組	.02	.00	.82	.11	.00	鑑別度： 0.59
低分組	.47	.10	.23	.20	.01	

擴分、約分與通分

- Why?
- What?
- How?

- Where?
- When?

- Whom?
- WHO?

一、單元的期望的學習結果

- (一) 單元學習目標
- (二) 課程綱要學習重點(學習表現與學習內容)

二、學生先備知識與可能的學習困難

三、教材分析與教學策略

四、各節次學習活動設計

(3節課，本節課為第1節;從擴、約分理解等值分數)

五、本節課（第一節）的學習活動

- (一) 學習的主要概念與活動
- (二) 素養導向的課程與教學
- (三) 學習活動的設計
 - 活動名稱/
 - 教學流程與主要布題/
 - 學生可能的反應/教學策略介入與評量
 - 時間/
 - 對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)

六、參考資料(各版本本單元分析/文獻)

一、單元的期望的學習結果

(一) 單元學習目標

- 運用擴分和約分，進行等值分數的換算。
- 運用擴分和約分，理解通分的意義。
- 運用通分的方法，解決異分母分數的大小比較。

■ (二)課程綱要學習重點 對應的學習表現

n-III-4：理解約分、擴分、通分的意義，並應用於異分母分數的加減。

對應的學習內容

N-5-4：用約分、擴分處理等值分數並作比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。

■ 二、學生先備經驗與可能的學習困難

學生先備知識

- 理解等值分數的意義，並透過等值分數進行簡單異分母分數的大小比較。
- 認識因數、倍數、公因數和公倍數。

學生可能的學習困難

- 學生未確實瞭解等值分數的意義，因此無法瞭解為什麼用擴、約分的算則，就能找到符合題意的分數。
- 受到自然數的學習經驗，而以分子的大小比較、或分母的大小比較、或同時比較分子的大小及分母的大小來解分數大小比較問題。

N-2-09 能在具體情境中，初步認識分數。

N-2-10 能認識真分數、假分數與帶分數，做同分母分數的比較、加減與整數倍計算，並解決生活中的問題。

■ **3-n-11** 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。

■ **4-n-08** 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

N-2-11 能理解分數之「整數相除」的意涵。

■ **4-n-07** 能理解分數之「整數相除」的意涵。

N-2-12 能認識等值分數，並做簡單的應用。

■ **4-n-09** 能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。(N-2-12、N-2-16)

N-3-03 能理解因數、倍數、公因數與公倍數。

N-3-04 能認識質數、合數，並能用短除法做質因數分解。

N-3-05 能認識最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義，並用來將分數化成最簡分數。

N-3-06能理解等值分數、約分、擴分的意義。

■ **5-n-06** 能用約分、擴分處理等值分數的換算。

N-3-07 能理解通分的意義，並用來解決異分母分數的比較與加減問題。

■ **5-n-07**能用通分做簡單異分母分數的比較與加減。

■ 三、教材分析與教學策略

■ (一)等值分數教材的重要性

- 在國小階段，學生理解等值分數的概念，有益於後續進行分數的大小比較、異分母分數的合成、分解問題及分數倍數問題，比、比例、百分率等等內容的學習。

- 然而Behr, Lesh, Post, & Silver (1983) 針對英國11歲兒童的訪談結果分析，發現許多學生不認為 $2/6 = 1/3$ 。

- 呂玉琴(1991)的研究亦指出，在我國小五、六年級的學童身上，也發現有許多的學生即使接受過等值分數的教學，仍然不認為 $1/2 = 2/4$ 。

- 張英傑、周菊美(2005)指出，當學生以「要得到一個等值分數用相同的非零的數乘(或除)上方數和下方數」規則，找到已知分數的等值分數，學生可以容易的學習並使用規則，但對所找到分數的關聯沒有任何想法，只成為一種乘法的練習。

- 根據上述，教學者希望能夠透過此單元的教學，在進行約分、擴分的教學過程中，引導學生將擴、約分的學習，連結到等值分數概念的學習，以促進學生對於等值分數概念的理解。

(二)三個版本的五年級「擴分、約分和通分」教材之概要分析

一、K版

- 第三單元：擴分、約分和通分--擴分、約分、通分、分數比較大小、分數數線。

二、H版

- 第六單元：擴分、約分和通分-擴分和等值分數、約分和等值分數、通分和分數的大小比較。

三、N版

- 第四單元：擴分、約分和通分-擴分、約分、通分、異分母分數比較大小、繪製分數的數線。

- 教學者認為三個版本在教學內容順序的安排上，均先依序帶入擴分、約分和通分的教學內容，再引入分數的大小比較的教學內容。

- 此外，教學者根據三個版本的課本內容發現，在擴分、約分教材的情境安排上，各版本在連續量與離散量情境出現的次數差異不大。

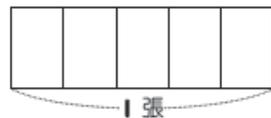
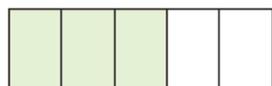
- 在解題策略方面，各版本相近，均在連續量情境下採「計數分割份數多寡」策略(連續量離散化)(李源順，2018)，透過再分割或重組產生更小的單位分數來比較其部分量的大小；

- 以及在離散量情境下，採取「計數內容物數量」策略，透過合併或重組，了解子集合與集合的比例不變。

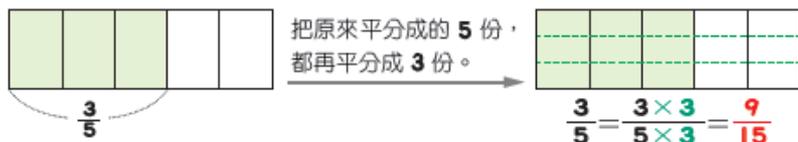
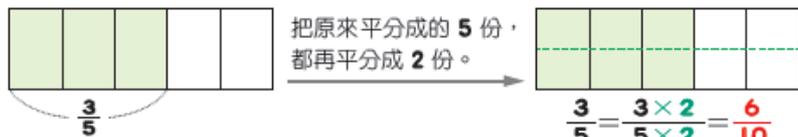
活動 1 擴分

1 一張紙平分成 5 份。

下圖中塗色部分表示多少張紙？

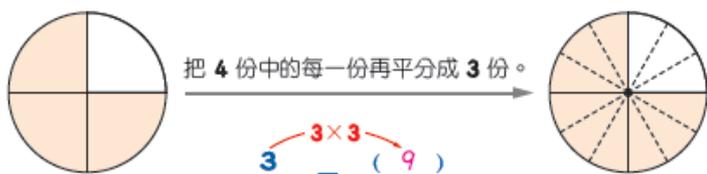


「 $\frac{3}{5}$ 」會和哪些分母比 5 大的分數相等？



像上面這樣，把一個分數的分子和分母同乘以一個比 1 大的整數，得到一個和原來分數等值的分數，這種方法叫作擴分。

2 國良吃了 $\frac{3}{4}$ 個披薩。「 $\frac{3}{4}$ 」也可以和哪些分數相等？



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

(本題答案僅供參考)
 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{9}{12}$ 、 $\frac{12}{16}$...等

3 一盒有 24 個果凍，分成 3 份。澤文拿走 2 份，是拿走幾盒果凍？



$\frac{2}{3}$ 盒果凍和「十二分之幾」盒果凍一樣多？



$$\frac{2}{3} = \frac{(\quad)}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{(8)}{12}$$

答： $\frac{8}{12}$ 盒

4 用擴分的方法分別寫出 3 個一樣大的分數。

1 $\frac{12}{11}$

$$\frac{12}{11} = \frac{12 \times 2}{11 \times 2} = \frac{24}{22}$$

$$\frac{12}{11} = \frac{12 \times 3}{11 \times 3} = \frac{(36)}{(33)}$$

$$\frac{12}{11} = \frac{12 \times (4)}{11 \times (4)} = \frac{(48)}{(44)}$$

(本小題答案僅供參考)

2 $\frac{5}{6}$

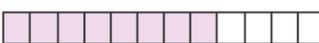
$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{15}{18}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{(20)}{(24)}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times (5)}{6 \times (5)} = \frac{(25)}{(30)}$$

(本小題答案僅供參考)

活動2 約分

①  這是一條紙帶，塗色部分是 $\frac{8}{12}$ 條。

把 2 個 $\frac{1}{12}$ 條當成一份時， $\frac{8}{12}$ 條可以怎麼說？

拿出附件做做看。(附件 5)

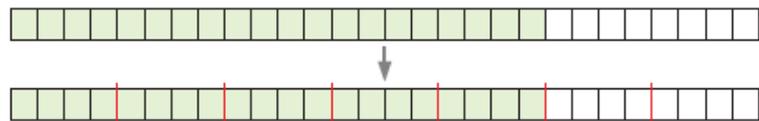
 $\frac{8}{12} = \frac{8 \div 2}{12 \div 2} = \frac{4}{6}$ 答： $\frac{4}{6}$ 條

把 4 個 $\frac{1}{12}$ 條當成一份時， $\frac{8}{12}$ 條可以怎麼說？

 $\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$ 答： $\frac{2}{3}$ 條

像上面這樣，把分數的分子和分母同除以一個比 1 大的公因數，得到和原來分數等值的分數，這種方法叫作約分。

② 一條彩帶長 28 公尺。美勞課用去 $\frac{20}{28}$ 條，也可以說是用去「七分之幾」條彩帶？



一條彩帶原來平分成 28 段，要改為平分成 7 份， $28 \div 7 = 4$ ，每 4 段合成一份。

$$\frac{20}{28} = \frac{20 \div 4}{28 \div 4} = \frac{(5)}{7}$$

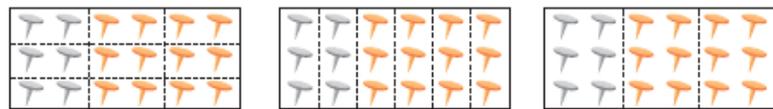
答： $\frac{5}{7}$ 條

做做看

(1) $\frac{18}{20} = \frac{18 \div (2)}{20 \div 2} = \frac{(9)}{10}$

(2) $\frac{21}{49} = \frac{3}{(7)}$

③ 一盒圖釘有 18 個，布置教室用掉了 $\frac{6}{18}$ 盒圖釘。用約分的方法找找看，和 $\frac{6}{18}$ 盒一樣大的分數有哪些？



$$\frac{6}{18} = \frac{6 \div 2}{18 \div 2} = \frac{3}{9} \quad \frac{6}{18} = \frac{6 \div 3}{18 \div 3} = \frac{2}{6} \quad \frac{6}{18} = \frac{6 \div 6}{18 \div 6} = \frac{1}{3}$$

像 2、3、6 能把分子和分母同時整除的數，都是分子和分母的公因數。



④ 用約分的方法分別寫出 2 個一樣大的分數。

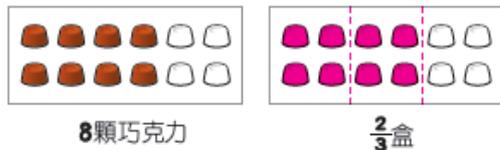
① $\frac{32}{24}$
 $\frac{32}{24}$ 用 2 約分，
 可以寫成 $\frac{32^{\cancel{16}}}{24^{\cancel{12}}} = \frac{16}{12}$
 $\frac{32}{24} = \frac{32^{\cancel{8}}}{24^{\cancel{6}}} = \frac{8}{6}$
 或 $\frac{32^{\cancel{4}}}{24^{\cancel{3}}} = \frac{4}{3}$

② $\frac{27}{45}$
 $\frac{27}{45}$ 用 3 約分，
 可以寫成 $\frac{27^{\cancel{9}}}{45^{\cancel{15}}} = \frac{9}{15}$
 $\frac{27}{45} = \frac{27^{\cancel{3}}}{45^{\cancel{5}}} = \frac{3}{5}$

動動腦

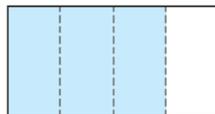
(本題畫法僅供參考)

一盒巧克力有 12 顆，8 顆巧克力和 $\frac{2}{3}$ 盒一樣多嗎？畫圖做做看。
 一樣多



4-1 擴分

- ① 把一張紙平分成 4 份，塗色的部分是 $\frac{3}{4}$ 張，如右圖。「 $\frac{3}{4}$ 」會和哪些分數相等？



- ① 把 4 份中的每份再平分成 2 小份。



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

- ② 把 4 份中的每份再平分成 3 小份。



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

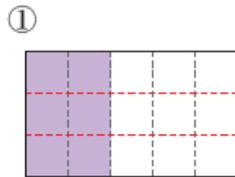
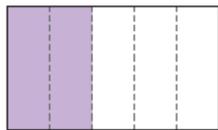
從上面的結果，「 $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ 」和「 $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ 」中，你發現了什麼？

把分子和分母同乘以一個比 1 大的整數，會得到一個和原分數相等的分數，這種方法叫作**擴分**。



試試看

用擴分找出 $\frac{2}{5}$ 的等值分數：

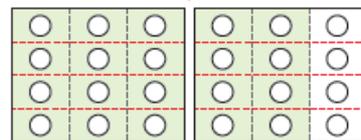
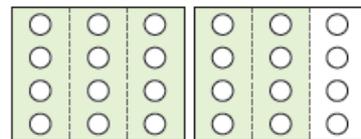


$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{\square}$$

- ② 一箱飲料有 12 瓶， $\frac{5}{3}$ 箱飲料和十二分之幾箱飲料一樣多？說說看，你是怎麼知道的？



將圖中的 3 份再平分成 12 小份，也就是 $3 \times 4 = 12$ ，分子和分母同乘以 4。

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{20}{12}$$

答：十二分之二十箱

- ③ $1\frac{4}{5} = 1\frac{(\quad)}{20}$ ，() 裡的數是多少？

$$1\frac{4}{5} = 1\frac{20}{\quad}$$

×5 (above the fraction)
×5 (below the fraction)

$20 \div 4 = 5$ ，分子 4 擴分成 20 須乘以 5，因此分母也乘以 5。



答：_____

試試看

填填看：

① $\frac{7}{3} = \frac{7 \times (\quad)}{3 \times 2}$
= $\frac{(\quad)}{6}$

② $\frac{3}{4} = \frac{(\quad)}{16}$

③ $2\frac{6}{7} = 2\frac{18}{(\quad)}$

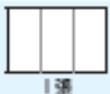
④ $\frac{5}{6} = \frac{(\quad)}{24} = \frac{25}{(\quad)}$

6-1 擴分和等值分數

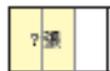
本節配合習作第58~59頁

1 分子分母同乘一個整數就擴分

一張紙平分成3份。



1 下圖中塗色部分表示多少張紙？



$\frac{2}{3}$ 張



2 用等分的方法找出 $\frac{2}{3}$ 的等值分數。

等分成2份。

$$2 \times 2 = 4$$



$$3 \times 2 = 6$$

$$\frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

等分成3份。

$$2 \times 3 = 6$$



$$3 \times 3 = 9$$

$$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

等分成4份。

$$2 \times 4 = 8$$



$$3 \times 4 = 12$$

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

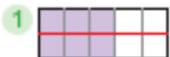
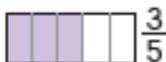
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$



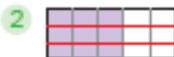
將分子和分母同乘一個比1大的整數，得到的分數和原來的分數相等。像這樣把分數化成等值分數的方法，稱為**擴分**。

隨堂練習

依照圖示用擴分找出 $\frac{3}{5}$ 的等值分數。



$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{\square}$$



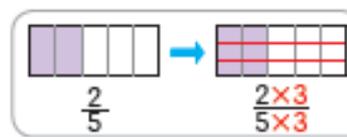
$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times \square}{5 \times \square} = \frac{\square}{\square}$$

2 用乘法擴分求等值分數(分母未知)

$\frac{2}{5} = \frac{6}{\square}$ ，用擴分寫出 \square 裡的數是多少？

解析 $\frac{2}{5} = \frac{6}{\square}$ ，分子部分，6是2的3倍；所以分母部分， \square 是5的3倍。

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{\square} \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{\square}$$



答：

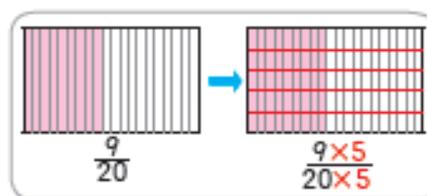
3 用除法求要乘以多少擴分(分子未知)

一盒巧克力有100顆，哥哥吃了 $\frac{9}{20}$ 盒，弟弟要吃百分之幾盒，兩人才會吃的一樣多？

解析 $\frac{9}{20} = \frac{\square}{100}$ ， $20 \times (\) = 100$ ，可以用除法來做。

$$\frac{9}{20} = \frac{9 \times 5}{20 \times 5} = \frac{\square}{100}$$

$100 \div 20 = 5$ ，
20乘以5是100，
分子9也要乘以5。



答：

隨堂練習

填填看。

$$1 \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times \square}{4 \times \square} = \frac{9}{\square}$$

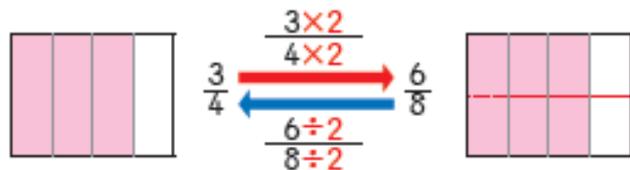
$$2 \quad \frac{7}{5} = \frac{\square}{20}$$

$$3 \quad \frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$$

6-2 約分和等值分數

本節配合習作第60~61頁

擴分是用乘法來求等值分數，如下圖。反過來，也可以利用除法來求等值分數。



2是6和8的公因數，將 $\frac{6}{8}$ 的分子分母同時除以2得到 $\frac{3}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{6}{8}$ 是等值分數。



將分子和分母同除以它們的公因數，得到的分數和原來的分數相等。像這樣把分數化成等值分數的方法，稱為約分。

1

用約分求等值分數(分子未知)

一盒巧克力有18顆，桌上有 $\frac{12}{18}$ 盒，也可以說是九分之幾盒？

解析 (1) $\frac{12}{18} = \frac{\square}{9}$ ，可以用約分來做，約分時分子和分母要同時除以它們的公因數。

(2) $18 \div (\quad) = 9$ ，可以用 $18 \div 9 = 2$ 來做，因此分子是 $12 \div 2$ 。

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{\square}{9}$$



每2顆當成1份，18顆共9份，
12顆是□份，所以12顆是 $\frac{\square}{9}$ 盒。

分子和分母用2來約分。



答：

2

用約分求等值分數(分母未知)

$\frac{56}{42} = \frac{8}{\square}$ ，□裡的數是多少？

解析 $56 \div (\quad) = 8$ ，可以用 $56 \div 8 = 7$ 來做。

$$\frac{56}{42} = \frac{56 \div 7}{42 \div 7} = \frac{8}{\square}$$

分子和分母用7來約分。



答：

約分時，經常用下面的方法來算，以①、②為例：

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3} \leftarrow \text{用3約分。}$$

$$\frac{56}{42} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \leftarrow \text{先用7約分，再用2約分。}$$

$$\text{也可以記成 } \frac{56}{42} = \frac{4}{3}$$

我們注意到②的答案 $\frac{8}{6}$ 還可以約成 $\frac{4}{3}$ ，而 $\frac{4}{3}$ 不能再約分了。

動動腦

$\frac{56}{42}$ 先用2約分，再用7約分，結果仍然是 $\frac{4}{3}$ 嗎？

隨堂練習

約分做做看。

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{45}{24} &= \frac{45 \div \square}{24 \div \square} \\ &= \frac{\square}{8} \end{aligned}$$

$$2 \quad \frac{35}{20} = \frac{7}{\square}$$

$$3 \quad 3\frac{12}{16} = 3\frac{\square}{4}$$

(三)預定教學策略

- 鍾靜(2010)指出，對於分數的發展，教學重點在於先進入單位分數，要和學生強調平分的概念，後續可用透明分數板(圓形分數板)讓學生理解等值分數的概念，再帶入約分與擴分的概念。
- 呂玉琴、李源順、劉曼麗、吳毓瑩(2009)亦表示，圓形的好處是部份量的弧度讓學生比較容易看到部份量和整個圓的關係；他們並指出，約分和擴分都是等值分數的呈現，約分是將很多份視為一大份的等值分數的表現，而擴分正好相反，是將一份細分成很多小份的等值分數的表現。教師在教約分、擴分時，可以連結學生的等值分數概念，而不是只是同除以一數或同乘以一數的數字運算而已。
- 李源順(2018)指出，在約分和擴分的過程中，會在原來的兩個單位量中，再出現另一個單位量，亦即單位轉換，這是學生很容易弄錯的地方。
- 教學者本次教學方式為小組討論教學，
- 根據上述內容，教學者本次進行擴、約分的教學時，將會充分運用圓形分數板，並提供各組多達七種單位分數(1/3、1/4、1/5、1/6、1/8、1/9、1/12)的圓形分數板，以提供學生多元思考各種解題策略的機會，
- 並在學生產出多樣答案的過程中，引導學生觀察這些等值分數的分子和分子、分母和分母之間有何關係，促進學生對於擴、約分概念的理解。
- 並於教學過程中，適時提醒學生注意擴、約分後都要轉換為另一個單位。

說課 新北市數學輔導團 溫世展老師 (五年級:擴分、約分與通分)

■ 教學活動設計呈現的教學問題依序為：「小明的媽媽每個禮拜四都會固定加班到晚上9:00，下班後都會買一個大披薩給全家人當作是禮拜五回家時的備用點心。因為小明都是第一個回到家的人，所以星期五下午放學後，小明通常都會是家裡第一個吃披薩的人。」

■ 這禮拜五剛好期中考結束，小明邀請同學一起到家裡玩，這時候大家都肚子餓了，小明突然想到冰箱裡有媽媽前一天買的大披薩，就趕緊打開冰箱想要將披薩微波，可是小明打開冰箱後，竟然發現大披薩被吃掉了一部份，只剩下 $\frac{2}{3}$ 個披薩。小明心想：還好剩下的披薩夠吃，否則就糗大了，所以他很想知道，到底是誰先吃掉了一部份的披薩。

- 目前只知道有兩個線索：
- 1.小明的家人有爸爸、媽媽。
- 2.吃掉的披薩，可能被切成桌上各種圓形分數板的樣子。
- 請各組同學幫小明想想看，到底是誰吃掉了披薩？吃掉了多少披薩呢？盡量找出所有可能的答案，並說說看你是怎麼想的，說明的越詳細越好。」，
- 以及「小玲的媽媽買了一個披薩，小玲下課回到家先吃了其中一部份披薩，最後剩下 $\frac{3}{5}$ 個披薩，請問小玲吃了多少盒披薩？請用各組桌上所有的圓形分數板，找出所有可能的答案。」，
- 最後再提問「誰吃了比較多的披薩？」。

數字設計為 $3/5$ 、 $2/3$ 的原因如下：

- 由於學生學過自然數的大小比較，因此解分數大小比較問題時，部分學生會受到自然數的學習經驗，而以分子的大小比較、或分母的大小比較、或同時比較分子的大小及分母的大小來解題。
- 例如部分學生會以分子 $3 > 2$ 而認為 $3/5 > 2/3$ ；也有學生會以分母 $5 > 3$ ，而認為 $3/5 > 2/3$ ；另外還有學生會使用分子 $3 > 2$ 且分母 $5 > 3$ ，而認為 $3/5 > 2/3$ 。以本次教學者提出的問題來說，無論採用哪一種解法，都將獲得錯誤的答案。
- 學生在探究答案的過程中，會使用數塊不同的單位分數填滿，教學者將引導學生透過多樣不同答案(等值分數)的產出與比較，以及觀察這些等值分數的分子和分子、分母和分母之間有何關係，發現擴、約分的數學意義與算則。

說課 新北市數學輔導團 溫世展老師 (五年級:擴分、約分與通分)

- 各節次學習活動設計 (實際操作/討論發表/解題紀錄)

第一節(本節演示)1.擴分、約分(一)。

- 1-1檢驗學生是否具有單位分數與等分概念。
- 1-2理解擴、約分的意義。

第二節2.擴分、約分(二)。

- 2-1發展擴分的算則。
- 2-2發展約分的算則。

第三節3.通分和異分母分數的大小比較。

- 3-1通分：利用擴分和約分的算則，把不同分母的分數化成相同分母的分數。
- 3-2找到兩個分母的最小公倍數，將兩個分母擴分成最小公倍數的分母，再比較。
- 3-3將兩個分母約分成相同的分母的分數，再比較。

說課 新北市數學輔導團 溫世展老師 (五年級:擴分、約分與通分)

五、第1節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念

- 1-1 檢測學生的單位分數與等分概念。
- 1-2 理解擴、約分的意義。

對應的學習活動

- 1-1-1 先透過分數概念問題，檢驗學生是否具有單位分數與等分概念。
- 1-2-1 教師布題，讓學生分組討論產出各種解題策略。
- 1-2-2 學生呈現並發表解題策略，教師引導學生比較與觀察這些解題策略(不同等值分數)的分子和分子、分母和分母之間有何關係，進而發現擴、約分的意義。
- 1-2-3 教師總結。

說課 新北市數學輔導團 溫世展老師 (五年級:擴分、約分與通分)

第 1 節課的學習活動 (二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點

轉

- T1情境問題轉化
- T2新舊經驗銜接
- T3數學概念聯結

做

- D1概念操作理解
- D2解題策略探究
- D3數學語言溝通

得

- G1思考能力提升
- G2解題態度培養
- G3共同學習增能

與本節課活動內容的關聯說明

T1: 透過生活情境問題，思考運用單位分數、等分概念、等值分數表達想法的需求。

T2: 從學生單位分數、等分概念的舊經驗，引入運用各種單位分數的組合，透過擴、約分深入理解等值分數的意義。

T3: 透過等值分數的分子和分子、分母和分母之間的關係，促進學生對於擴、約分概念的理解。

D1: 透過不同單位分數的圓形分數板，表徵、觀察與說明擴、約分與等值分數的連結。

D2: 利用七種單位分數的圓形分數板，探究多元解題策略。

D3: 利用圓形分數板，說明與發表所找到解題策略的依據。

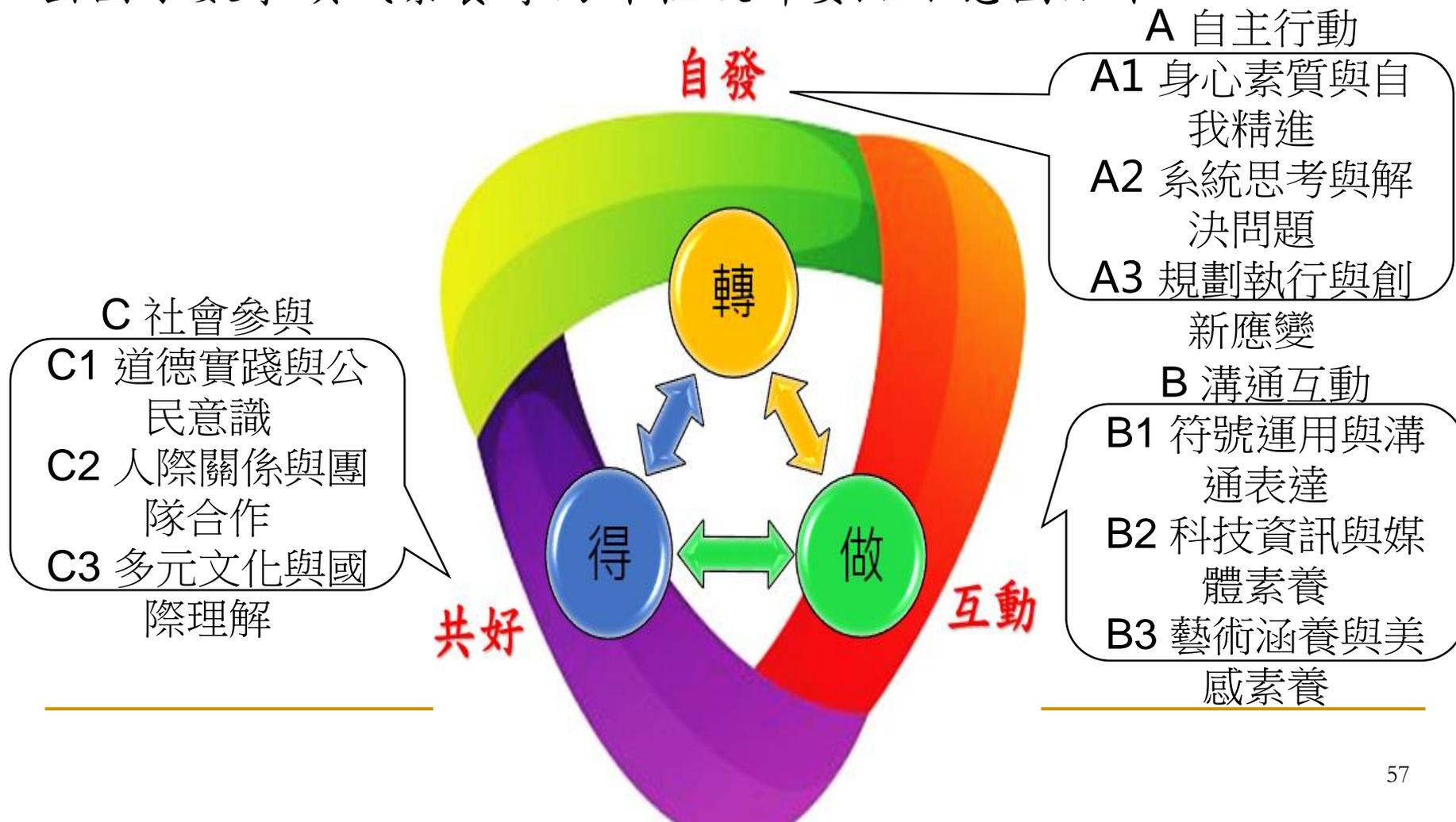
G1: 透過不斷重組不同單位分數的過程，提升學生數學思考的能力。

G2: 體驗與願意嘗試窮盡所有可能解題策略。

G3: 透過小組共同討論、探究與發表各種不同解題策略，讓學生能欣賞並分享各種不同解題策略，以及感受獨特解題策略之數學創造力表現。

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

本團依十二年國教數學素養課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程設計要點示意圖如下：



新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

轉

數學素養導向 課程與教學設計要點

1. 情境問題轉化-

察覺生活情境脈絡(含跨領域)中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。

2. 新舊經驗銜接-

連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。

3. 數學概念連結-

將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

數-E-A2

具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

B 溝通互動

數-E-B1

具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。

數-E-B2

具備報讀、製作基本統計圖表之能力。

C 社會參與

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

做

數學素養導向 課程與教學設計要點	對應數學領綱核心素養		
	A 自主行動	B 溝通互動	C 社會參與
<p>1.概念操作理解- 透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。</p> <p>2.解題策略探究- 熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。</p> <p>3.數學語言溝通- 解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。</p>	<p>數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。</p>		<p>數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。</p> <p>數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。</p>

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

數學素養導向 課程與教學設計要點

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

B 溝通互動

C 社會參與

1. 思考能力提升-

由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性，並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。

2. 解題態度培養-

培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。

3. 共同學習增能-

尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題的想法，進而感受數學之美。

數-E-A1

具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

數-E-B3

具備感受藝術作品中的數學形體或式樣的素養。

數-E-C1

具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

數-E-C2

樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

數-E-C3

具備理解與關心多元文化或語言的數學表徵的素養，並與自己的語言文化比較。

得

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

三大要素

數學素養導向課程設計要點

轉

(Transfer)

轉化

1. **情境問題轉化**-察覺生活情境脈絡中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。
2. **新舊經驗銜接**-連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。
3. **數學概念連結**-將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

奠基

連結

做

(Do)

操作

1. **概念操作理解**-透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。
2. **解題策略探究**-熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。
3. **數學語言溝通**-解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。

探究、操作

得

(Gain)

獲得

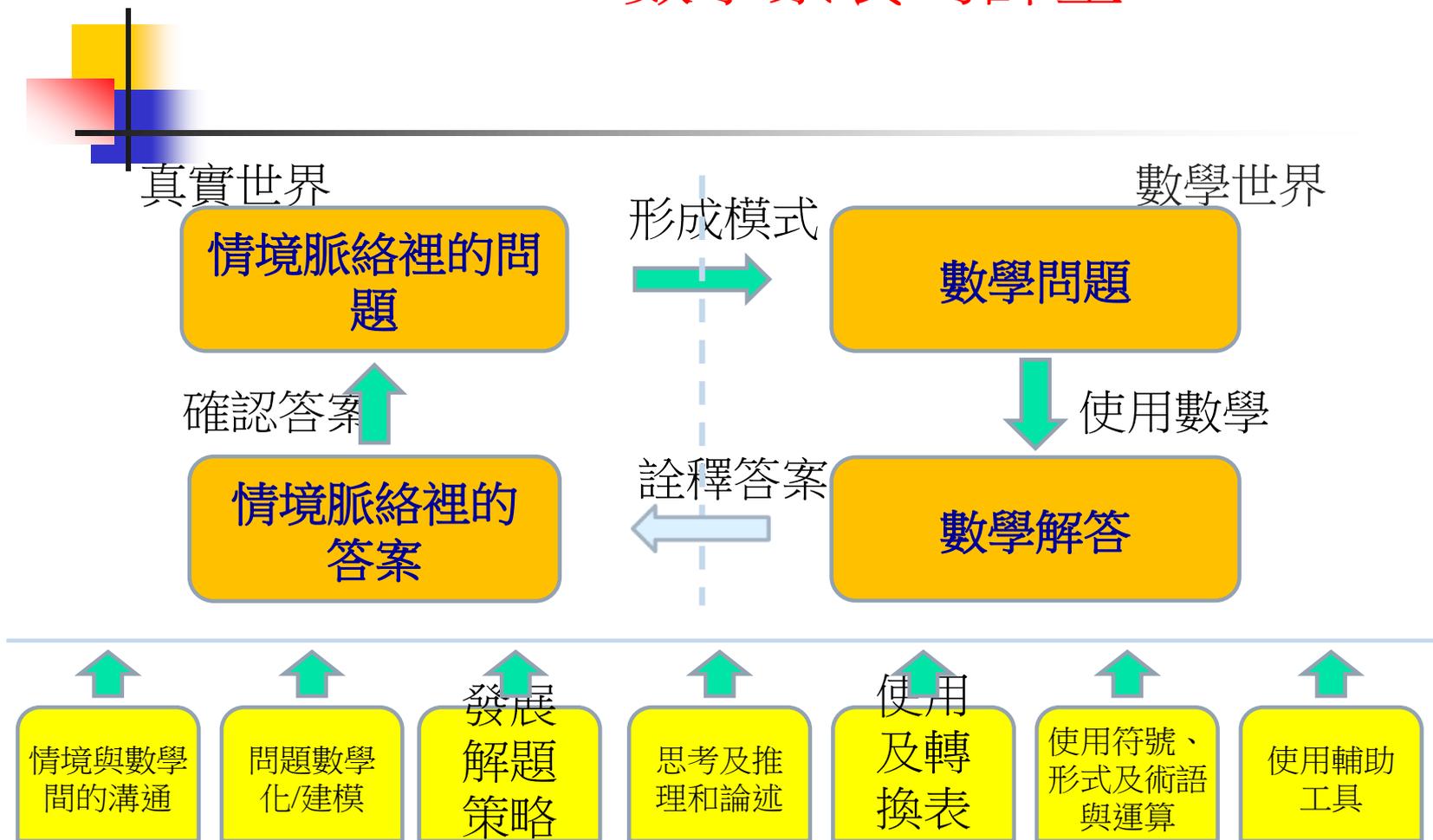
1. **思考能力提升**-由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性，並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。
2. **解題態度培養**-培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。
3. **共同學習增能**-⁶¹尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題

合作、互動、發表、溝通

學生能力國際評量計畫 (PISA)

1

PISA數學素養的評量



數學力/數學能力 (mathematical competencies)) 32 32

說課 新北市數學輔導團 溫世展老師 (五年級:擴分、約分與通分)

(三)學習活動的設計 <學習活動/教學流程與主要布題/學生可能反應教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

故事(15')

■ 小明的媽媽每個禮拜四都會固定加班到晚上9:00，下班後都會買一個大披薩給全家人當作是禮拜五回家時的備用點心。因為小明都是第一個回到家的人，所以星期五下午放學後，小明通常都會是家裡第一個吃披薩的人。

■ 這禮拜五剛好期中考結束，小明邀請同學一起到家裡玩，這時候大家都肚子餓了，小明突然想到冰箱裡有媽媽前一天買的大披薩，就趕緊打開冰箱想要將披薩微波，可是小明打開冰箱後，竟然發現大披薩被吃掉了一部份，只剩下 $\frac{2}{3}$ 個披薩。

■ 小明心想：還好剩下的披薩夠吃，否則就糗大了，所以他很想知道，到底是誰先吃掉了一部份的披薩。

目前只知道有兩個線索：

- 1.小明的家人有爸爸、媽媽。
- 2.吃掉的披薩，可能被切成桌上七種圓形分數板的樣子。

請各組同學幫小明想想看，

Q1到底是誰吃掉了披薩？

Q2吃掉了多少披薩呢？

- 盡量找出所有可能的答案，並說說看你如何找到答案，說明的越詳細越好。
- 教師提供各組七種單位分數($\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{1}{12}$)的圓形分數板進行解題探究。學生能夠產出各種解題策略。

說課 新北市數學輔導團 溫世展老師 (五年級:擴分、約分與通分)

(三)學習活動的設計 <學習活動/教學流程與主要布題/學生可能反應教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

- 學生可能產生三種解題路徑，教學者分別舉例說明可能的教學過程如下(20')

<教師提問以引導學生發現兩個等值分數之間的關係>

- 解題路徑I的過程

$$1/3 = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = 2/6。$$

- 解題路徑II的過程

$$3/9 = 3 \div 3 / 9 \div 3 = 1/3$$

- 解題路徑III的過程

$$4/12 = 4 \div 4 / 12 \div 4 = 1/3$$

- 學生依序產出1/3個等多元答案。

- 「1/6+1/6」個(=2/6個)、

- 「(1/6+1/12)+1/12」個、

- 「1/4+1/12」個、

- 「1/9+2/9」個(=3/9個)、

- 「1/12+3/12」個(=4/12個)

- 「1/6+2/12」個

- 「2/12+2/12」個

- ...

說課 新北市數學輔導團 溫世展老師 (五年級:擴分、約分與通分)

(三)學習活動的設計 <學習活動/教學流程與主要布題/學生可能反應教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

教師總結(5')

- 擴分是將一份細分成很多小份的等值分數的表現
- 約分是將很多份視為一大份的等值分數的表現

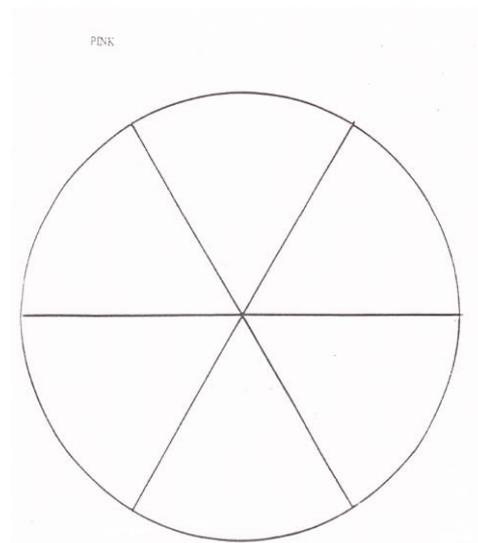
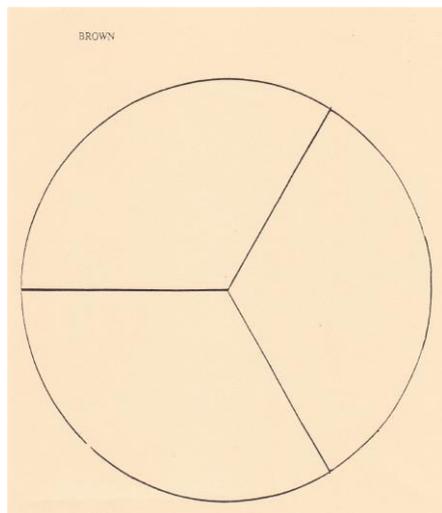
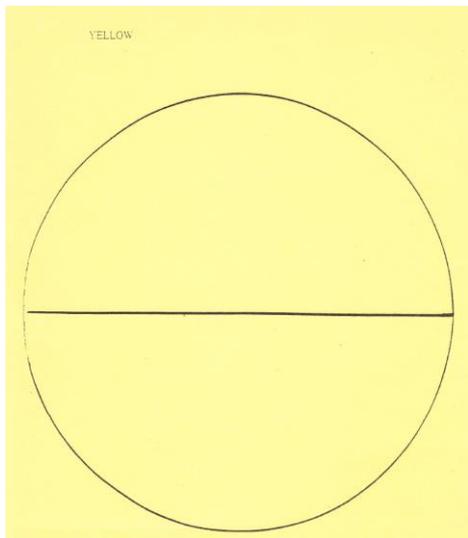
- 此時教師的話語，需連結學生的等值分數概念，不應只是要求學生進行「同除以一數」或「同乘以一數」的數字運算而已。

再思考「備課」

教學活動設計(教案)

- 格式 (format)
- 內涵 (content)
 - 壹、教學說明研究部分
 - 貳、教學活動流程部分
 - 參、總結性評量部分
 - 肆、教學省思與改進教案部分

圓形分數板



1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{12}$

Mathematics is the science of patterns and order.

數學是一門樣式和秩序的科學



CNN評選世界12處

最美夕陽 之一。

關山夕照美冠全球！



發展式的數學教學 (張英傑, 2005)

- 教師應以「**概念理解奠基、熟悉程序歷練**」為經，「**配合情境經驗、具體操作輔助**」為緯去編織課程，採取「**解題導向**」導引深入的**奠基探究**之溝通教學模式；
- 讓學生能**經驗、察覺、瞭解**數學概念，而能加以組織內蘊化為**認知基模Schema**；再給予充足的時間和空間，能**自動化**運用所習得的數學知識。
- **知識 → 見識 → 賞識 數學之美與利**

理念（理想與信念）

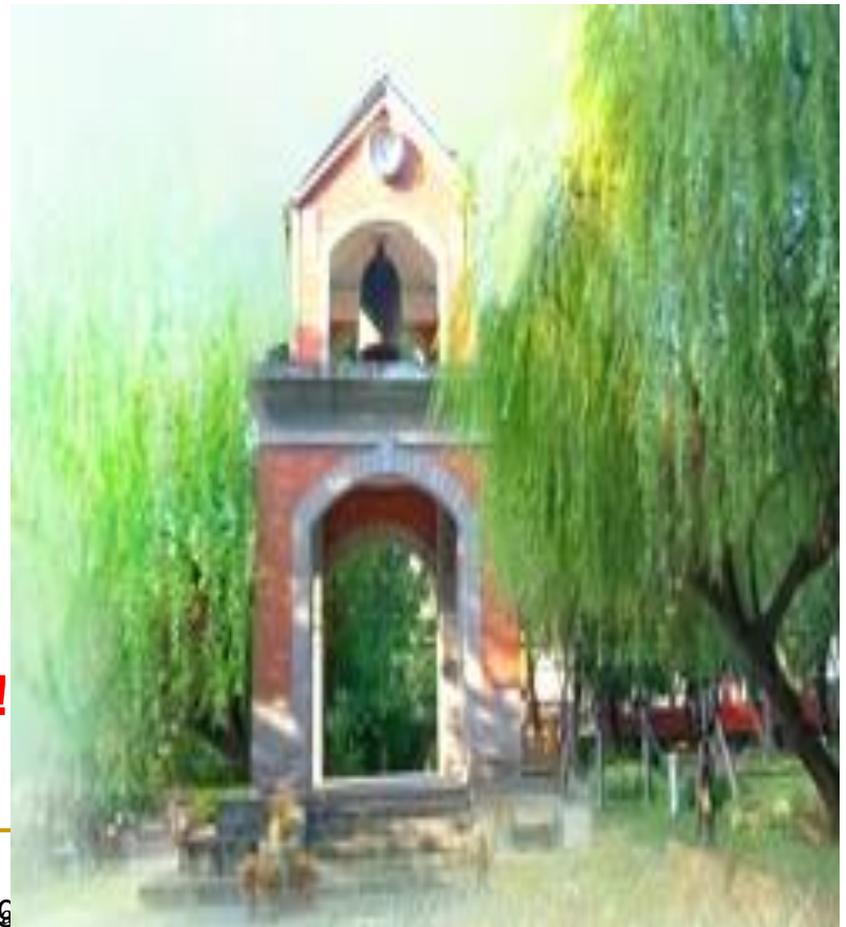
數學是有用的!數學無所不在!

「動『手』用『腦』『玩』數學!

人本數學!

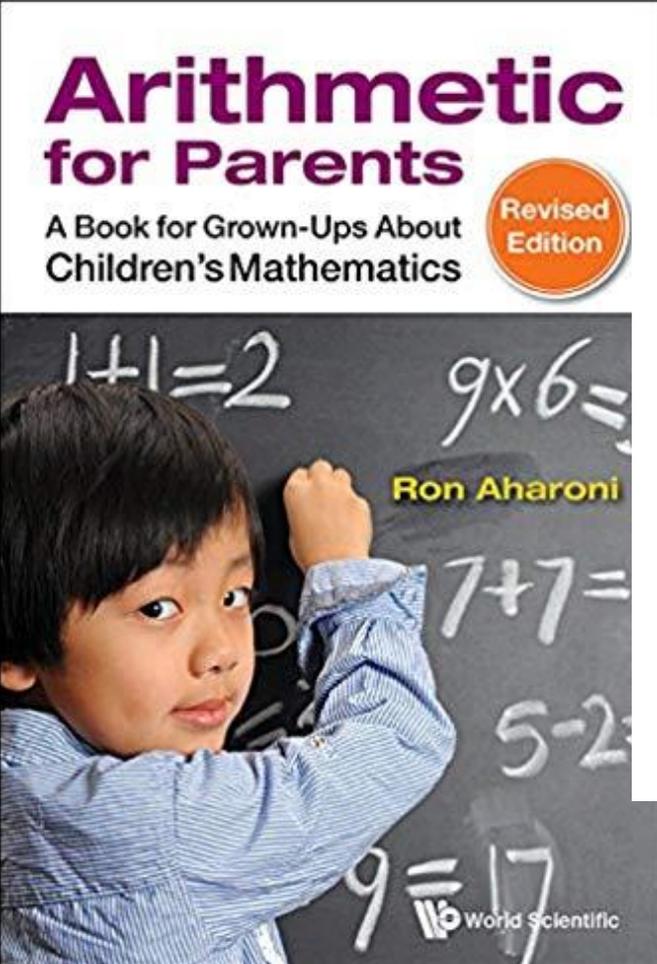
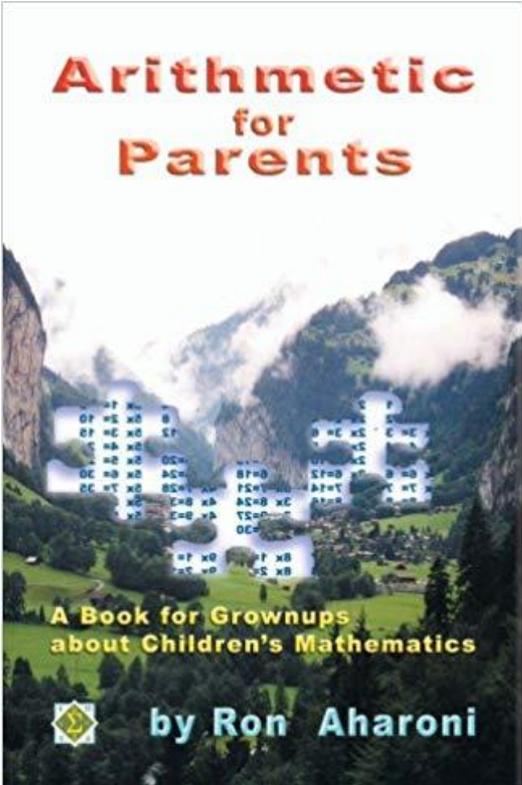
『台灣數學』 M.I.T.
(Mathematics In Taiwan)

- 教得有感覺
- 學得有意義
- **To Learn Math with the Kids!**
如何與孩子一起學習數學?



Arithmetic for Parents: A Book for Grown-Ups About Children's Mathematics (2015) by Ron Aharoni

小學算術教什麼，怎麼教：家長須知，也是教師指南
(2018) 作者：阿哈羅尼 譯者：李國偉 出版社：天下文化



學校數學課程目標：

(Goals & Objectives)

為什麼學校有數學課程？

- 數學素養 (Mathematical Literacy)
(**Numeracy**)
- 數學功力 (Mathematical Power)
- 數學能力/數學力 (Mathematical Competence)
- 數學精熟 (Proficiency in Mathematics)

數學素養 / 五股能力

(Kilpatrick et al. ,NRC, 2001)

- 概念理解(C)
Conceptual understanding
- 程序流暢(P)
Procedural fluency
- 策略應用(S)
Strategic competence
- 適性推理(A)
Adaptive reasoning
- 建設性傾向(D)
Productive disposition

國際學生能力評量計畫

Programme for International Student Assessment (PISA)

數學素養::

- **Mathematical literacy** is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts.
- It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena.
- It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and
- to make the well-founded judgments and decisions needed by
- **constructive, engaged and reflective citizens.**

數學素養的教學

<從學以致用體會素養>

(施皓耀,2018-10-20)

*學生

- 認知(直覺簡單) →
- 形成(概念連結) →
- 使用(解決問題)

*教師

- 設計學習單(清楚的教學脈絡)→
- 課堂對話(有質感的教與學) →
- 學習成效(自在的知識理解)

- <數學教學創新及品質提升>(林福來,2018-9-18,2018-10-19)

- 發展態度優先的教學信念 →

- 經驗有感學習的學習觀 →

- 實作師生共建的教學觀 →

- 有感 →

- 能體現(realization) →

- 會用

TIMSS

成就	2003	2007	2011	2015
四年級	4	3	4	4
八年級	4	1	3	3

不喜歡 學數學	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	38%VS 19%	56%VS 38%
學數學沒 有自信	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	46%VS 23%	60%VS 43%
認為數 學無用		八 年級
台灣VS 國際平均		41%VS 13%

MATH-PLC (Professional Learning Community)

數學領域專業學習社群 共同學習 \leftrightarrow 樂於教學
Learning Together, Enjoying Teaching

- 數學知識
- 教學知識
- 學生知識
- 數學教學知識
- 數學教學
- 專業論辯能力
- 太魯閣砂卡噹步道. 榮膺全球十大必遊景點



<http://forestlife.info/Onair/096.ht>

人為什麼工作?

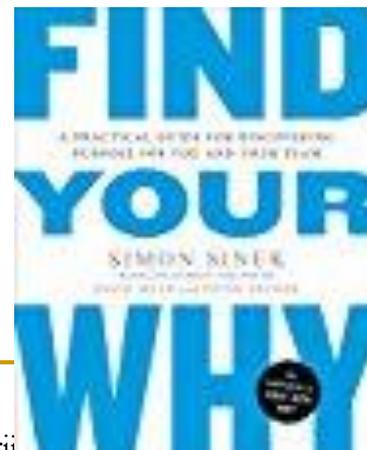
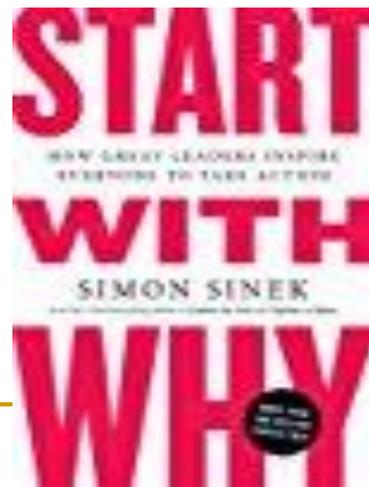
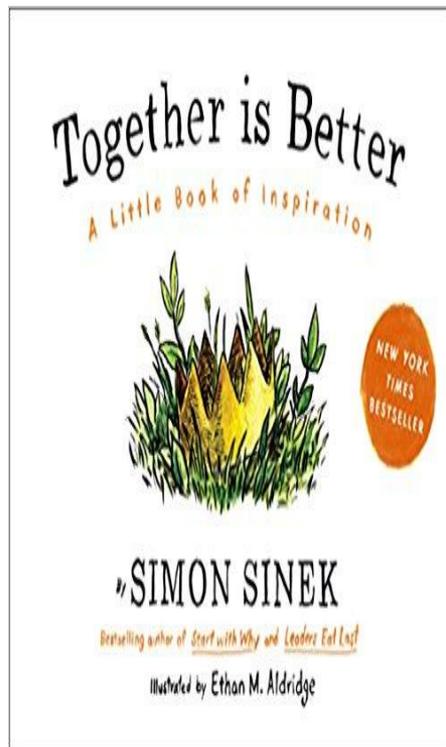
- 《哈佛商業評論》
- 人們不得不工作
- 工作是為了賺錢
- 《經營中的人性》(MIT道格拉斯·麥格雷戈教授)
- **使命感比金錢和懲罰更有效**
- 《超越表現:機構如何樹立競爭優勢》
- (賓夕法尼亞大學斯科特·凱嘯教授&科林·普林斯教授)
- 向員工啟發**使命感**找到**工作意義**之所在
- 《哈佛商業評論》
- **平凡的工作也有意義**

Together Is Better: A Little Book of Inspiration

Leaders Eat Last: Why Some Teams Pull Together and Others Don't

Start with Why: How Great Leaders Inspire Everyone to Take Action

Find Your Why: A Practical Guide for Discovering Purpose for You and Your Team



Find your WHY

Share The Golden Circle:

■ Simon Sinek's WHY

To inspire people to do the things that inspire them **so that**, together, we can change our world.

我想激勵別人去做感召他(她)們的事，這樣一來，我們就會改變這個尸`ㄥ一せ`。

■ My WHY

把握當下，珍惜這裡，做自他貴人!

Be valued as well as valuable!

慈悲喜捨 / 平安喜樂

做就對了！

Just do it !

有 心

+

用 心

+

耐 心

>>>

信 心
NITUE drijchang



謝意與敬意

得緣惜緣

有情有意

盡心盡力



大家一起為台灣數學教育打拼

dr.ijchang@gmail.com