

新北市107學年度第1學期國小數學領域輔導小組
專任輔導員市級公開授課
新店區中正國小教學演示 (2018/10/26)



六年級 圓周率與圓周長

張英傑

dr.ijchang@gmail.com

退休教授

National Taipei University of Education

Department of Mathematics and Information Education



國立台北教育大學數學暨資訊教育學系

National Taipei University of Education



感謝大家的參與!

新店區 中正國小 許德田 校長 行政團隊協助
專任輔導員 昌平國小 林心怡老師 教學演示 (6年1班)

- 共同備課
- 公開說課/觀課
- 集體議課分享
- 記錄教學檔
(省思成長)



以 Chung-Cheng 的字母 C 繪製成愛心包圍著中正國小，加入大小圓圈形成大手牽小手，整體圖象意涵著中正心及人文情。

教育使人向上、向善，在「以學生為本位」的教育理念中，透過親、師、生溫馨互動，建構出優質校園氛圍，以父母的愛、老師的心，培養出健康、尊重、創新、負責的兒童，符應「中正兒童樂於學習創意多」的教育願景。

我們都是共同學習者(*co-learners*)!

「自發」、「互動」、「共好」

- 學生的數學力 (*Mathematical Power*)
- 教師的教學力 (*Pedagoical Power*)
- 師培者的教育力 (*Educational Power*)

觀摩教學演示之啟示：樂教→樂學→樂教→ ...

自學與共學

- 當我在講台上, 面對自己的學生, 要教這個單元/這節課時... 應該怎麼教?
- 教材內容(教學活動)編排?
- 教學手法展示?
- 學生學習表現?
- 其他?
- 學生學習真的發生!
- What→Why→How?

解讀課程綱要與教科用書

比較分析三版本教科用書之設計

- 課本
- 習作及其附件
- 教師手冊/教學指導
- 備課用書
- 教具
- 教學資源
- ...

解讀課程綱要與教科用書

(一)九年一貫數學領綱分年細目:

- **6-n-14 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同6-s-03)**
- 說明：
- 1.可由**圓周長的實測**理解圓周長與直徑成比率，其比率(比值)稱為圓周率，在教學上教師應說明圓周率大約為**3.14**。
- 2.理解圓面積公式為圓周率 \times 半徑 \times 半徑。
- 3.扇形面積的計算可與分數平分的操作相互加強。知道半圓、 $1/4$ 圓、 $1/8$ 圓的面積計算方式。

(二)十二年數學領綱學習內容

- **S-6-3圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積**：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：(1)圓心角：360；(2)扇形弧長：圓周長；(3)扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用(1)求弧長或面積。
- 備註：
- 由於圓周率取成**3.14**，在計算時應以**概念理解為原則**，避免陷入複雜計算。
- 可利用活動說明一般不規則區域的面積要如何理解和估計，但不評量。
- 扇形面積與弧長只處理直接問題(如已知幾分之幾圓或圓心角求面積或弧長)，不處理逆推或過多推理步驟的問題(屬於國中範圍，S-9-5)。

(一) 先備經驗分析

先備經驗

- (1) 認識圓的圓心、圓周、半徑和直徑。
- (2) 了解直徑是半徑的 2 倍。

學習要點

- (1) 認識圓周率。
- (2) 利用圓周率求出圓周長或直徑。
- (3) 認識圓面積公式。
- (4) 利用圓的直徑或半徑求出圓面積。

暖身練習

- (1) 圓中心固定的點叫作什麼？
()
- (2) 從圓心到圓周的距離叫作什麼？
()
- (3) 圓的周界叫作什麼？
()

以前學過的

- 用公式求出正方形與長方形的周長。
- 認識扇形及其構成要素。
- 已知幾分之幾圓，求圓心角。

本單元要學的

- 認識圓周率，並利用公式計算圓周長。
- 能計算扇形弧長、周長與複合圖形的周長。

以後要學的

- 能利用公式計算圓面積。
- 能計算扇形與複合圖形的面積。

溫故練

- (1) $\frac{1}{5}$ 圓扇形的圓心角是 72° ， $\frac{4}{5}$ 圓扇形的圓心角是_____度。
- (2) $\frac{5}{7}$ 圓扇形的圓心角是_____度。



教材地位

過去

第五冊第六單元

- 認識平面圖形的內部、外部與周界
- 周長的認識與實測、計算
- 透過操作，將簡單圖形切割、重組成另一已知的簡單圖形(面積保留概念與大小比較)

第八冊第七單元

- 能使用中文簡記式，描述矩形的周長與面積
- 能用乘法簡化矩形面積的點算

第九冊第四單元

- 能認識扇形及圓心角

現在

本單元

- 認識圓周率及其意義
- 理解並應用圓周長公式，求算圓周長、直徑或半徑
- 能求算扇形的周長

未來

本冊第七單元

- 能以適當的正方形單位，對曲線圍成的平面區域估算其面積
- 能理解圓面積公式，並用中文簡記式表示圓面積
- 能應用圓面積公式，計算簡單扇形面積
- 能應用圓面積公式，解決複合圖形的面積

第十六冊第二章

- 能認識圓的定義及相關名詞
- 能計算圓周長、圓弧長、弓形周長、扇形周長
- 能理解扇形計算公式，並利用圓的特性計算扇形面積
- 能利用尺規作圓弧、圓周、扇形的複製
- 能計算複合平面圖形的周長及面積問題

第十七冊第二章

- 認識點、直線與圓的關係，及圓的位置關係

5-1 認識圓周率

① 咖啡杯墊的直徑是幾公分？圓周長大約是幾公分？

① 測量直徑的方法：

(配合附件 P7)



直徑是 9 公分。



▲用兩個三角板和一把直尺來測量。



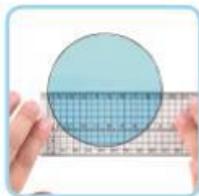
▲在紙上描出杯墊的形狀。



▲剪下描好的圖形。

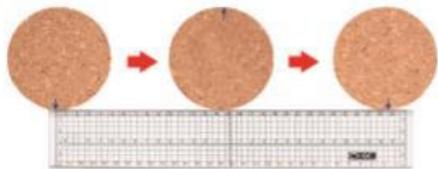


▲把剪下的紙對摺。



▲對摺後打開，測直徑的長度。

② 測量圓周長的方法：



▲在杯墊上做記號，對齊尺上的刻度 0，滾動一圈，記號所對的刻度就是圓周長。



圓周長大約是 28.3 公分。



▲用一條緞帶繞杯墊一圈，緞帶長就是圓周長。

③ 拿出附件 P9、P11 的圖卡，量量看各圓的直徑和圓周長大約是幾公分？記錄在下面的表格裡。

項目	圖卡	甲圓	乙圓	丙圓
直徑 (公分)		8		
圓周長 (公分)		25.1		

① 甲圓的圓周長大約是直徑的幾倍？(用四捨五入法求商到小數第二位)

$$25.1 \div 8 = 3.1375 \dots \approx 3.14$$



甲圓的圓周長大約是直徑的 3.14 倍。

答：約 3.14 倍

② 乙圓的圓周長大約是直徑的幾倍？

③ 丙圓的圓周長大約是直徑的幾倍？

說說看，圓周長和直徑有什麼關係？

每一個圓的圓周長除以它的直徑都大約是 3.14，因此約定圓周長除以直徑稱為圓周率。為了計算方便，通常用 3.14 表示圓周率。



圓周長 ÷ 直徑 = 圓周率

② 承①，圓周長 28.3 公分大約是直徑 9 公分的幾倍？(用四捨五入法求商到小數第二位)

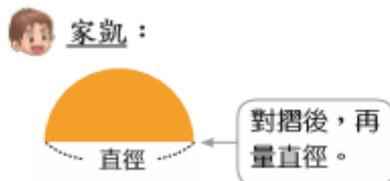
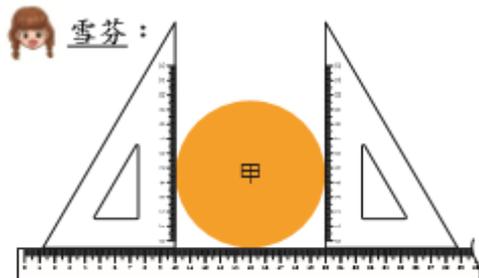
圓周的長度叫作**圓周長**。大圓的圓周長比較長，小圓的圓周長比較短。圓周長和直徑之間有關係嗎？讓我們檢查看看。

1 實測圓的直徑與圓周長

拿出附件3的甲圓、附件4的尺和三角板做做看。

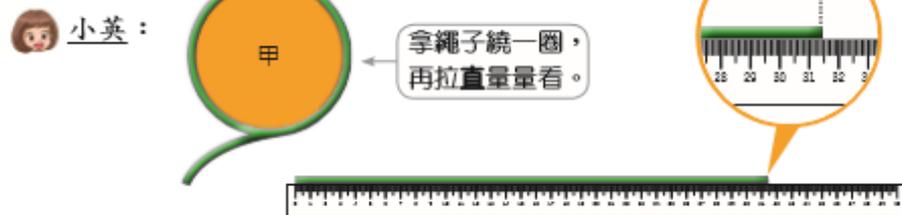
配合附件3-4

① 量量看，直徑是幾公分？



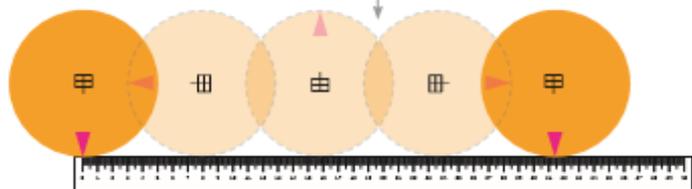
答：

② 量量看，圓周長是幾公分？



文傑：

先在圓上做記號，記號對準尺上的刻度，然後在尺上滾動圓，當記號又和尺碰觸時，走過的長度就是圓周長。



答：

2 認識圓周率

拿出附件3的乙圓和丙圓做做看。

配合附件3-4

先用上一頁的方法量圓周長和直徑，填入下表後，再算算看。

	圓周長(cm)	直徑(cm)	圓周長 ÷ 直徑(用四捨五入法將答案取概數到小數點後第2位)
甲圓	31.4	10	3.14
乙圓		9	
丙圓			

甲圓： $31.4 \div 10 = 3.14$

乙圓：

丙圓：

不管圓的大小，圓周長除以直徑的商都是 $3.141592\dots$ ，我們把這個值稱為**圓周率**。為了計算的方便與實用，通常取3.14為圓周率的近似值。

圓周率 = 圓周長 ÷ 直徑，圓周率 \approx 3.14。

活動 1 圓周長

2 拿出你帶來的圓，做出它的圓周長和直徑。

1 在生活中經常可以看到圓形的應用，例如：車輪、餅乾、光碟片等。

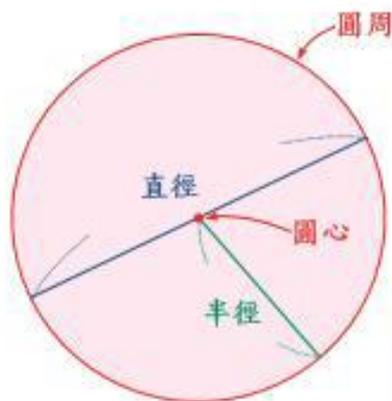
把你和同學帶來的圓各滾一圈，想想看，要怎麼比較誰帶的圓滾的距離最遠？

我在圓上做記號，再滾滾看……

越大的圓滾一圈的距離就越……



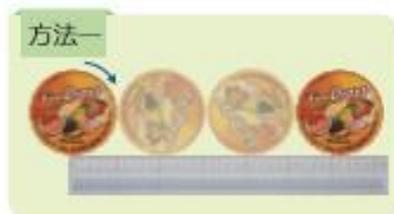
想想看，圓滾一圈的長度，是這個圓的什麼？



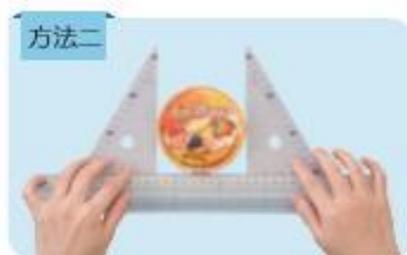
圓滾一圈的長度，是圓周的長度，就叫作圓周長。

說說看，你會怎麼做？

做出圓周長：



做出直徑：



再拿繩子複製圓的直徑。



比比看，圓周長大約是直徑的幾倍？



其他同學的結果也是這樣嗎？(學生回答合理即可)

活動2 圓周率

① 量一量你帶來的圓，圓周長和直徑各是多少公分？

物品名稱	圓周長(公分)	直徑(公分)	圓周長 ÷ 直徑
糖果罐	16	5.1	約3.14

再算算看，圓周長各是直徑的多少倍？(學生依實際物品測量計算(用四捨五入法，求商到小數第二位)

把你算出來的結果和同學比比看，說說看，你發現了什麼？

不管圓的大小，每一個圓的圓周長都是直徑的 **3.14159……** 倍，我們把圓周長與直徑的比率稱為**圓周率**。

也就是說：**圓周長 ÷ 直徑 = 圓周率**或**圓周長 = 直徑 × 圓周率**。

為了方便計算，通常用 **3.14** 來表示圓周率。

② 圓周率的小知識



圓是既簡單又美麗的圖形，

下雨天，雨滴落到水窪時，就會產生許多的圓。

3500年前，古巴比倫人就知道圓周長大約是直徑的**3**倍；而中國《周髀算經》中寫到「徑一周三」，也就是說圓周率約為**3**。

圓周率到底是多少呢？數學家們陸續算出更精確的值。



圓周率大約是 $\frac{22}{7}$ 。

阿基米德

圓周率是 **3.1415926**。



祖沖之

數學課程設計與教學

還有哪些關鍵問題？

- 數學結構
- 情境脈絡
- 表徵方式(包含語義結構...)
- ...

學童可以理解的學習方式！

解讀課程綱要與教科用書

比較分析三版本教科用書之設計

- Why?
- What?
- How!

- When?
- Where?

- Whom?
- Who!

教學實踐

- 忠實觀
(完全採用)
- 批判觀
(部份採用修改)
- 創新觀
(完全自編)

解讀課程綱要與剖析教科用書

課程教材設計與教學活動之實施

- **Why?**
 - 為甚麼教這些活動?所引入的情境/脈絡合適嗎?
 - 用甚麼架構/結構/?
- **What?**
 - 有何教學資源(實測工具、計算機..)
- **How?**
 - 去思考教學策略?
- **Where?**
 - 教學活動之安排次序!
- **When?**
 - 關係的探討/ 術語符號?...(**圓周率**何時引介)
 - 理解與熟練小數除法**直式算則**
- **Whom?**
- **WHO?**
 - 先備知能的檢驗以及未來發展的啟示
 - 形成性評量與總結性評量之形式及其內涵

說課 六年級
新北市數學輔導團
專輔 林心怡 老師
圓周率與圓周長

- Why?
- What?
- How?

- Where?
- When?

- Whom?
- WHO?

一、單元的期望的學習結果

- (一) 單元學習目標
- (二) 課程綱要學習重點(學習表現與學習內容)

二、學生與教材分析

- (一) 學生先備知識與學習困難
- (二) 教材研究分析

三、各節次學習活動設計

(3節課，本節課為第1節:)

四、本節課（第一節）的學習活動

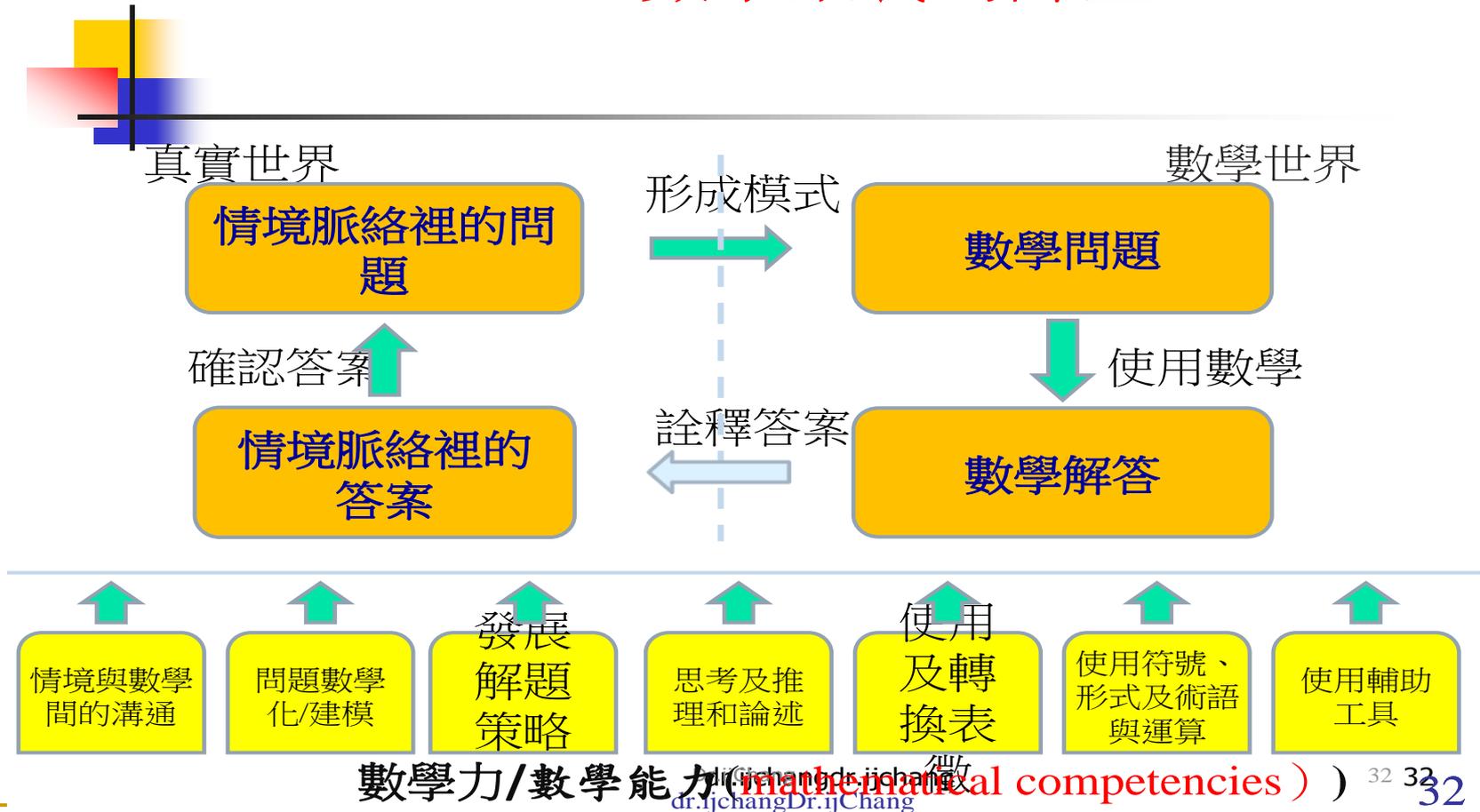
- (一) 學習的主要概念與活動
- (二) 素養導向的課程與教學
- (三) 學習活動的設計
 - 學習活動/
 - 教學流程與主要布題/
 - 學生可能的反應/教學策略介入與評量
 - 時間/
 - 對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)

五、參考資料(各版本本單元分析)

學生能力國際評量計畫 (PISA)

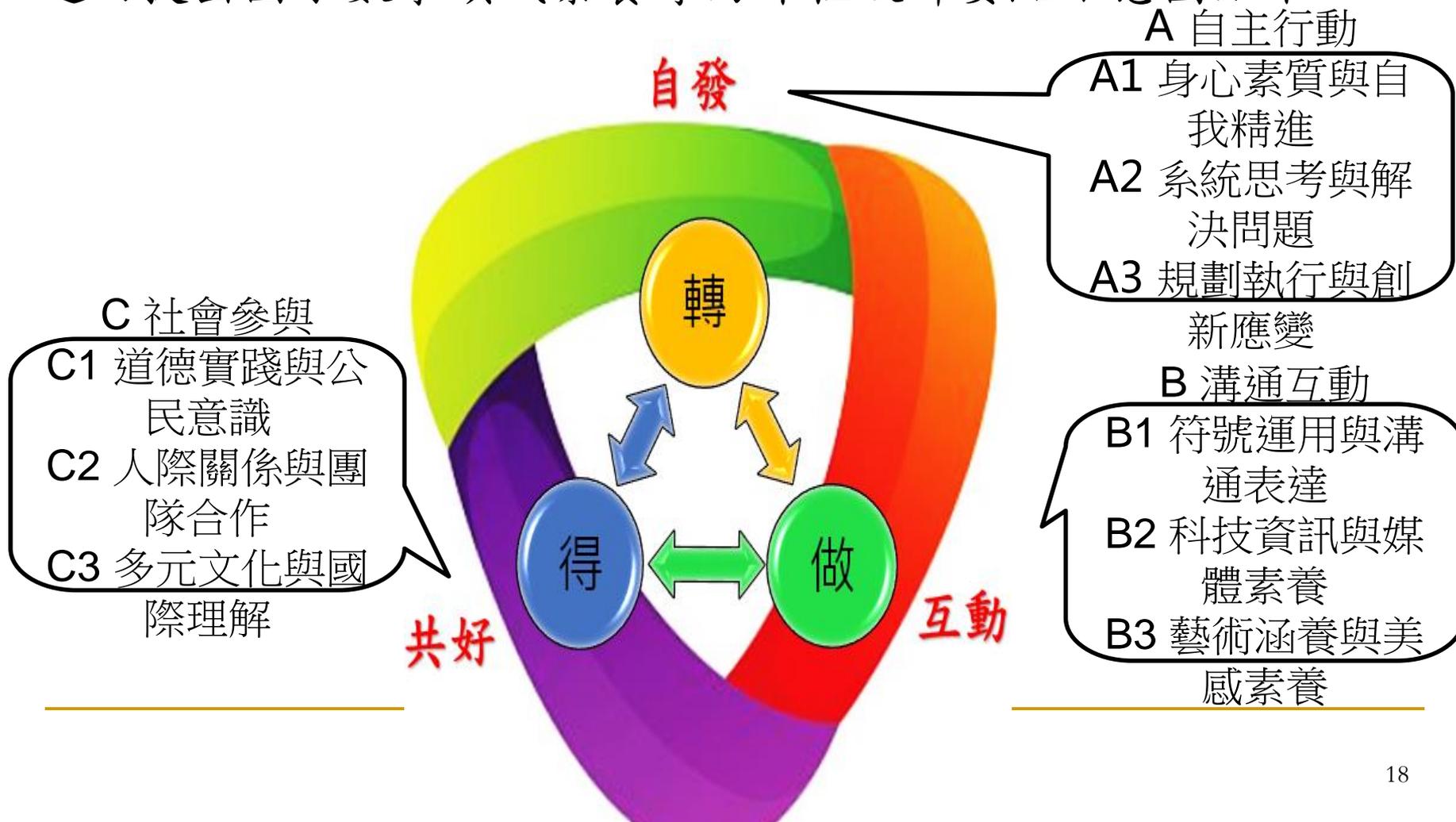
Programme for International Student Assessment

PISA數學素養的評量



新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

本團依十二年國教數學素養課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程設計要點示意圖如下：



新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

數學素養導向 課程與教學設計要點

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

B 溝通互動

C 社會參與

1. 情境問題轉化-

察覺生活情境脈絡(含跨領域)中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。

2. 新舊經驗銜接-

連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。

3. 數學概念連結-

將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

數-E-A2

具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

數-E-B1

具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。

數-E-B2

具備報讀、製作基本統計圖表之能力。

轉

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

做

數學素養導向 課程與教學設計要點

- 1.概念操作理解-**
透過可使用的資源或工具以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。
- 2.解題策略探究-**
熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。
- 3.數學語言溝通-**
解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

數-E-A1
具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。

B 溝通互動

C 社會參與

數-E-C1
具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。
數-E-C2
樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

數學素養導向 課程與教學設計要點

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

B 溝通互動

C 社會參與

1. 思考能力提升-

由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性，並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。

2. 解題態度培養-

培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。

3. 共同學習增能-

尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題的想法，進而感受數學之美。

數-E-A1

具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

數-E-B3

具備感受藝術作品中的數學形體或式樣的素養。

數-E-C1

具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

數-E-C2

樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

數-E-C3

具備理解與關心多元文化或語言的數學表徵的素養，並與自己的語言文化比較。

得

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

三大要素

數學素養導向課程設計要點

轉

(Transfer)

轉化

1. **情境問題轉化**-察覺生活情境脈絡中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。
2. **新舊經驗銜接**-連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。
3. **數學概念連結**-將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

奠基

連結

做

(Do)

操作

1. **概念操作理解**-透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。
2. **解題策略探究**-熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。
3. **數學語言溝通**-解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。

探究、操作

得

(Gain)

獲得

1. **思考能力提升**-由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。
2. **解題態度培養**-培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。
3. **共同學習增能**-尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題

合作、互動、發表、溝通

一、單元的期望的學習結果

(一) 單元學習目標

- 認識圓周長及探究圓周長與直徑長之關係。
- 實測圓周長及直徑。
- 認識圓周率及其意義。
- 能應用圓周率，解決關於圓周長、直徑及半徑等問題。

■ (二) 課程綱要學習重點 對應的學習表現

s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。

對應的學習內容

- **S-6-3** 圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：(1) 圓心角：360；(2) 扇形弧長：圓周長；(3) 扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用(1)求弧長或面積。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識

- 認識圓的構成要素(圓心、圓周、半徑、直徑)，以及直徑與半徑的關係。
- 比與比值的意義及表示法(比值的意義:以後項為1倍，前項為後項的幾倍)。(視版本內容參考)

學生可能的學習困難

- 測量圓周長(曲線)時，操作容易產生誤差(直接複製曲線或是以滾動複製曲線)。
- 圓無法對摺的情況下，測量直徑的方式比較困難須討論。
- 若學生尚未學過比和比值的意義，引導其以固定的倍數關係來思考圓周長及直徑的關係較為困難，只能察覺現象。

(二)教材研究分析

- 本次教學以六年級「圓周率與圓周長」單元中有關「認識圓周率」此部分進行。在九年一貫97年的綱要分年細目中提及「要由圓周長的實測活動，進而由圓周長與直徑成比率(比值)理解圓周率」，12年課綱未特別針對如何認識圓周率進行說明。
- 學生在五年級已學習過比率的概念代表部分量與整體量的關係，但對於直徑與圓周長的關係更接近於比值的意義，代表兩量的關係。
- 但目前各版本中在本單元前有些已安排「比與比值」的學習，而有些尚未學習「比與比值」之前即進行圓周率的認識。

所以筆者做了以下思考：

- 學生有過學習過「比與比值」的前置經驗，是否對於「認識圓周率」能更以「當直徑為1倍時，圓周長約為3.14倍」的概念理解？
- 學生是否學習過「比與比值」概念，對於教師描述或表徵「圓周率的意義」是否可有所調整，進行兩個概念的連結整合？

- 此外，在教學設計部分，若以學生的學習角度來思考，若認識圓周率的方式僅是一連串操作的執行步驟，進而發現圓周長與直徑有固定的倍數關係來定義圓周率，是否能更有意義的提問引導學生思考圓周率之需求及意義？
- 筆者認為「圓周率」即代表圓周長與直徑之間固定的倍數關係，重點仍須回到「關係」的探究，提問應以關係為主。
- 所以筆者嘗試引導學生由周長與邊長關係的舊經驗出發，以關係為主的提問展開本單元學習主題的需求感，透過數學史中圓內接正六邊形與圓的關係進行提問，並讓學生可以親自探究察覺圓周長與直徑長之間關係的思考進程，並能欣賞數學家努力追求圓周率精確的過程。
- 最後，進行生活中各種圓的圓周長與直徑長的實際測量活動，以更精確的計算出圓周長與直徑長之間的倍數關係認識圓周率(若已經學過「比與比值」的學生，筆者會以比的方式表徵圓周長及直徑的關係，並以「當直徑為1倍時，圓周長約為3.14倍」的概念理解其比值為圓周率的意義)。以上，是本單元重要教學設計的思考點。

■ 各節次學習活動設計

■ 第一節(本節演示)

- 1.認識圓周長及探究圓周長與直徑長之關係。
- 1-1能認識圓周長。
- 1-2透過數學史初步探究圓周長與直徑長之間的關係。
- 1-3能欣賞數學家求算圓周率的過程，進而感受圓周率之美。

■ 第二節

- 2.實測生活中的圓之圓周長及直徑。
- 2-1實際測量生活中各種圓的圓周長及直徑，並探討測量策略。
- (教師提供測量的圓應包含各類型的圓形，如平面圓形圖卡、由立體的面所描繪出的圓形、無法描繪用圍成的圓形:如建築的圓柱或樹圍、校園中的大圓。其中，需同時有兩組進行同一種圓的測量，才能進行誤差的討論)

說課 新北市數學輔導團專輔 林心怡 老師 (六年級圓周率與圓周長)

各節次學習活動設計

第一節(本節演示)

1.認識圓周長及探究圓周長與直徑長之關係。

- 1-1能認識圓周長。
- 1-2透過數學史初步探究圓周長與直徑長之間的關係。
- 1-3能欣賞數學家求算圓周率的過程，進而感受圓周率之美。

第二節

2.實測生活中的圓之圓周長及直徑。

- 2-1實際測量生活中各種圓的圓周長及直徑，並探討測量策略。
- (教師提供測量的圓應包含各類型的圓形，如平面圓形圖卡、由立體的面所描繪出的圓形、無法描繪用圍成的圓形:如建築的圓柱或樹圍、校園中的大圓。其中，需同時有兩組進行同一種圓的測量，才能進行誤差的討論)

各節次學習活動設計

3. 認識圓周率及其意義。

- 3-1 能透過實際測量數據找出圓周長及直徑之倍數關係，認識圓周率。
(已學過比與比值的學生，可以用「圓周長:直徑=3.14:1」來表示兩者的關係，進而說明比值為圓周率)
- 3-2 認識生活中的圓周率。

(透過觀察生活中常見關於圓形的產品介紹，察覺生活中都是用直徑長描述圓的大小，思考圓周率的需求。)(如附件學習單)

第三節

4 能運用圓周率，由已知圓的直徑（或半徑）求出圓周長。

- 4-1 能運用圓周率，由已知圓的直徑（或半徑）求出圓周長。
- 4-2 能運用圓周率，由已知圓周長求出直徑（或半徑）。

說課 新北市數學輔導團專輔 林心怡 老師 (六年級圓周率與圓周長)
 附件一(第二節課內容)下面是生活中常見有關於圓形的產品:

■ (一)自行車軸

童車	輪徑尺寸	年齡(歲)	適合身高(cm)
	12"	2-4	90-115(+2)
	12"	2-4	90-115(+2)
	16"	4-6	100-120(+2)
	20"	5-8	115-135(+2)
	24"	8-12	130-150(+2)

■ (二)風箏線卷



說課 新北市數學輔導團專輔 林心怡 老師 (六年級圓周率與圓周長)

附件一(第二節課內容)下面是生活中常見有關於圓形的產品:

■ (三)蛋糕

• 每組有4個盤叉，食用人數會依造型不同而不同，人數僅供參考，以實際蛋糕大小為準。

蛋糕尺寸	6吋	8吋	10吋	12吋	14吋	16吋	18吋	20吋
蛋糕直徑	15公分	20公分	25公分	30公分	36公分	40公分	46公分	50公分
食用人數	2~4人	4~8人	8~12人	12~18人	18~24人	約24~30人 (小型聚會)	約30~36人 (中型聚會)	約36~42人 (大型聚會)
附贈盤叉	2組	2組	3組	5組	6組	8組	9組	11組

■ (四)碗盤

● 花草世界深湯盤三件組



● 花草世界飯麵碗三件組



活動目標的主要概念

1-1能認識圓周長。

1-2透過數學史初步探究圓周長與直徑長之間的關係。

1-3能欣賞數學家求算圓周率的過程，進而感受發現圓周率之美。

對應的學習活動

- 1-1-1透過三角形、正方形、正六邊形的周長與邊長關係引入圓周的長，認識圓周長。
- 1-2-1透過數學史引入，察覺圓內接正六邊形的周長與圓周長之間的關係。
- 1-2-2探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係。
- 1-2-3在已知圓周長的情況下，透過實測教師給定的圓形圖卡，確認圓周長大約是直徑的3倍多一點點。
- 1-3-1能欣賞數學家求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持力。

說課新北市數學輔導團專輔 林心怡 老師 (六年級圓周率與圓周長)

第 1 節課的學習活動 (二) 素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點

與本節課活動內容的關聯說明

- **轉**
 - T1 情境問題轉化
 - T2 新舊經驗銜接
 - T3 數學概念聯結
 - **做**
 - D1 概念操作理解
 - D2 解題策略探究
 - D3 數學語言溝通
 - **得**
 - G1 思考能力提升
 - G2 解題態度培養
 - G3 共同學習增能
- T2: 從學生對周長與邊長關係的舊經驗中，引入圓周的長，認識圓周長。以及透過圓的構成要素，找出圓周長與其中直徑長(半徑長)的關係。
 - T3: 以統計表整理各組實測數據，方便同時觀察各組結果以利討論誤差情形。
 - D1: 透過把圓和正六邊形疊在一起，察覺圓周長與正六邊形周長的關係。透過摺紙或是畫線探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係。透過實際測量找出圓周長是直徑的幾倍關係。
 - D2: 思考探究關係的策略或方法。
 - G1: 透過探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係，聆聽各種策略及方法提升數學思考的能力。以操作經驗反思古書上記載的資訊是否正確。
 - G3: 透過數學史介紹，欣賞數學家劉徽求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持。

說課新北市數學輔導團專輔 林心怡 老師 (六年級圓周率與圓周長)

第 1 節課的學習活動 (三)學習活動的設計

導入活動<1-1-1>:由舊經驗引入找關係的需求(3')

- 教師提問:
- 以前我們學過周長，可以說說什麼是周長嗎?(周界的長度)
- 如果我想算三角形的周長，我需要知道什麼?(邊長)
- 正方形的周長呢?
- 長方形的周長呢?
- →教師小結:這些圖形的周長都可以用邊長計算出來。
-
- 那圓形呢?它的周長在哪裡?
- 教師說明:圓周的長度就是「圓周長」(板書)
- <教師拿出圓形圖卡展示>
- 圓有邊長嗎?那圓周長要怎麼算呢?你們知道古時候的數學家是怎麼算的嗎?
- 古代數學家用正六邊形的邊長來找出圓周長。我們來一起來想想看，他們是怎麼找的? <教師拿出正六邊形圖卡展示>

說課新北市數學輔導團專輔 林心怡 老師 (六年級圓周率與圓周長)

第 1 節課的學習活動 (三)學習活動的設計

■ 開展活動一<1-2-1><1-2-2>:透過正六邊形初步探究圓周長與直徑長之間的關係 (18')

■ 教師提問:

■ 請你觀察一下，正六邊形的周長和圓周長有什麼關係？你是怎麼判斷的？<教師發下正六邊形及圓形的圖卡(兩人一份)>

■ 老師追問:是長很多?還是一點點?

■ →教師小結:所以圓周長比正六邊形的周長還長一點點。

■ 數學家還發現正六邊形的「邊長」和圓內的一種長度有關。想想看，我們以前學過的圓包含哪些東西？可能和哪種長度有關？

■ (板書: 圓心、半徑長、直徑長)

■ 學生兩人一組，進行操作探究活動。

■ 小組發表操作探究的結果。

■ →教師小結:從剛剛的探究活動中，我們發現了圓的直徑和正六邊形的兩個邊長一樣長，所以「圓周長一定比直徑的3倍還要多一點點」。(板書)

說課新北市數學輔導團專輔 林心怡 老師 (六年級圓周率與圓周長)

第_1_節課的學習活動 (三)學習活動的設計

開展活動二<1-3-1>:引入數學史反思圓周長與直徑長的關係，進而欣賞數學家求算的過程 (12')

- 教師介紹中國數學家在《周髀算經》中「**圓徑一而周三**」及《九章算術》中之記載「**今有圓田，周三十步，徑十步。問為田幾何？**」
- 這兩本古書中都是以圓周長是直徑的**3倍**來描述，你同意嗎？
- 教師介紹劉徽利用圓內接正**6**邊形反駁《周髀算經》及《九章算術》中所寫的圓周長是直徑的**3倍**是錯誤的。並利用「割圓術」逼近精準的數據。**<教師用PPT動態展示圓內接正多邊形，讓學生察覺正多邊形的周長逐漸逼近圓周長的過程>**
- **→教師小結:引導學生欣賞數學家追求完美且堅持不懈的精神，並感受數學之美。**

開展活動三<1-2-3>:實測教師給定圓周長的圓形圖卡，計算圓周長與直徑的倍數關係(5')

- 從剛剛的活動中我們知道圓周長一定比直徑的**3倍**還要多一點點，那我們來實際算算看到底是多多少呢？
- 老師發下每組一張圓形圖卡，這個圓形的圓周長是**47公分**，你們量量看，它的直徑是幾公分？(測量約為**15公分**) **<測量直徑仍有可能會造成誤差>**
- 用電腦算算看，圓周長是直徑的幾倍？**<Excel表格>**
- **→教師小結:經由測量後實際計算結果，發現圓周長的確是直徑的**3倍**多一點點，大約是**3.1**多，我們下一節課繼續來研究生活中看到的各種圓，它們的圓周長是不是也都是直徑的**3.1**多倍呢？**

- 總結：教師利用板書的上課例進行總結總結(2')
- 圓的周長稱為「圓周長」。
- 圓的周長沒有邊，可以利用正六邊形兩個邊長和直徑一樣長，來推算出「圓周長比直徑的3倍還要多一點點」。
- 古代數學家劉徽並利用割圓術將正多邊形的周長逐漸逼近圓周長。
- 透過實測數據發現圓周長是直徑的**3.1**多倍。

圓周率 π

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%9C%93%E5%91%A8%E7%8E%87>

- 《[周髀算經](#)》：「徑一周三」，即 $\pi=3$ 。
- 劉徽（約225年—約295年，[三國時代魏國](#)數學家）由割圓術通過分割圓為192邊形，計算出圓周率在3.141024與3.142704之間，取其近似，給出的徽率：3.14 (157/50)。
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2a/Pi-unrolled-720.gif>

■ 3.1415926535 8979323846 2643383279 5028841971
6939937510 5820974944 5923078164 0628620899
8628034825 3421170679 8214808651 3282306647
0938446095 5058223172 5359408128 4811174502
8410270193 8521105559 6446229489 5493038196
4428810975 6659334461 2847564823 3786783165
2712019091 4564856692 3460348610 4543266482
1339360726 0249141273 7245870066 0631558817
4881520920 9628292540 9171536436 7892590360
0113305305 4882046652 1384146951 9415116094
3305727036 5759591953 0921861173 8193261179
3105118548 0744623799 6274956735 1885752724
8912279381 8301194912 9833673362 4406566430
8602139494 6395224737 1907021798 6094370277
0539217176 2931767523 8467481846 7669405132
0005681271 4526356082 7785771342 7577896091
7363717872 1468440901 2249534301 4654958537
1050792279 6892589235 4201995611 2129021960
8640344181 5981362977 4771309960 5187072113
4999999837 2978049951 0597317328 1609631859
5024459455 3469083026 4252230825 3344685035
2619311881 7101000313 7838752886 5875332083
8142061717 7669147303 5982534904 2875546873
1159562863 8823537875 9375195778 1857780532
1712268066 1300192787 6611195909 2164201989

- 2016年Peter Trueb，使用了余智恆的y-cruncher程式。
22,459,157,718,361位小數

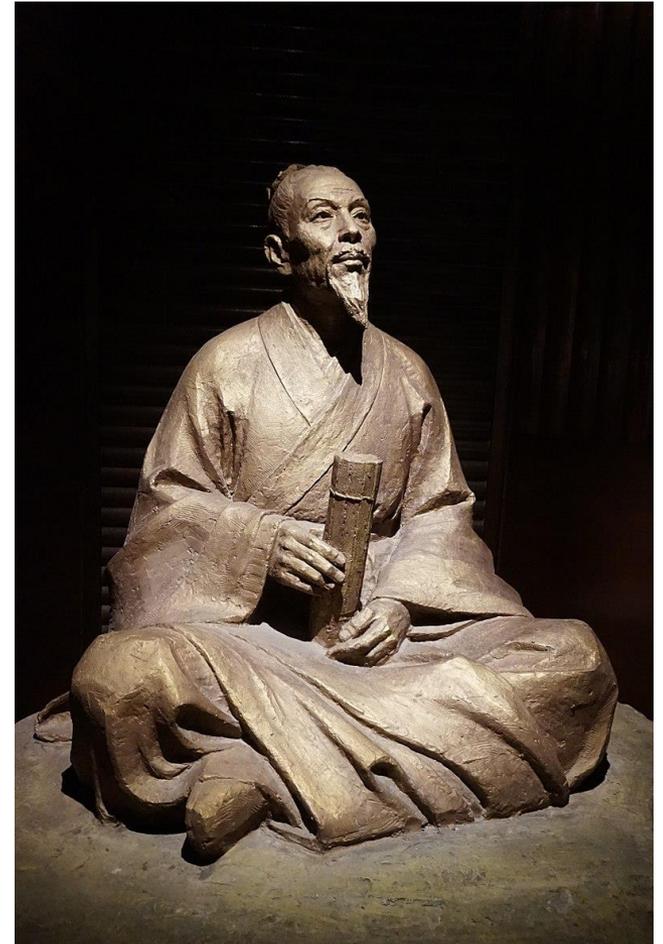
祖冲之（公元429年－500年）

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%A5%96%E5%86%B2%E4%B9%8B>

- 「約率」 $22/7$
 ≈ 3.14285
- 「密率」 $355/113$
 ≈ 3.1415929

在分母 <16600 的所有
整分數中，密率的比
值最接近圓周率。

祖率



佐藤學(Sato, M)學習成立三條件

- 第一個條件：符合學科本質的學習

Doing math 學生思考解題

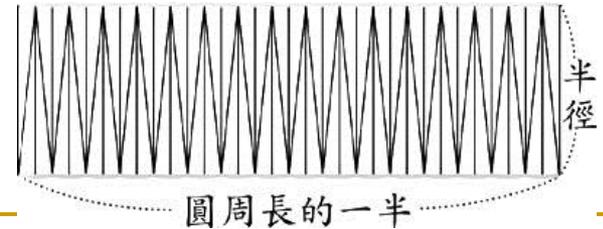
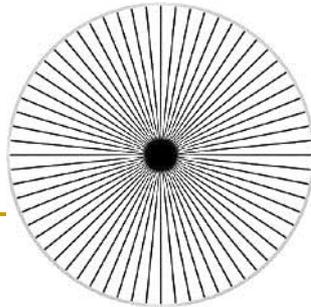
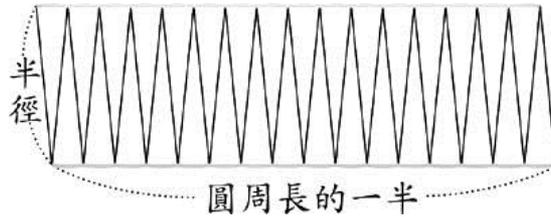
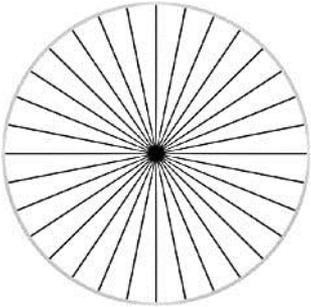
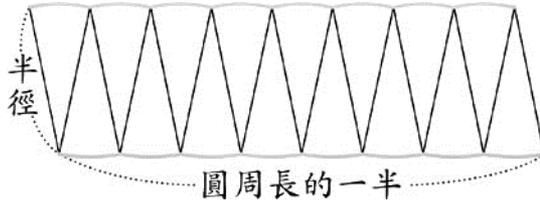
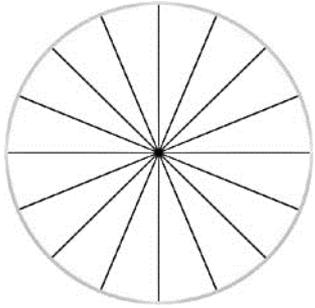
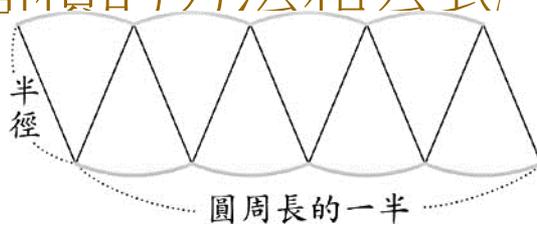
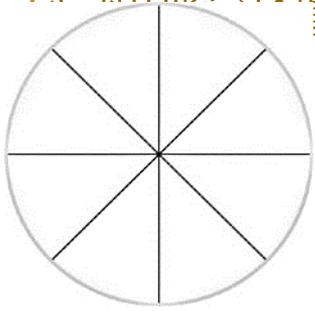
- 第二個條件：互相學習

「互相聆聽」的「互惠關係」

- 第三個條件：伸展跳躍的學習

以「共有課題」的理解為基礎，超越教科書以上程度的「伸展跳躍***Jump***課題」

利用分割法求圓面積的方法和公式，並加以運用。



課程設計與教學活動

操場的跑道 (2017/10/23秀山國小張文斌校長)



解決田徑跑道前昇數與搶跑道線的數學問題

- 操場的跑道是由哪些圖形組合起來？
- 跑道總共有7道，若比賽100公尺，請問跑第7道的小華要比跑第1道的小明要前進多少公尺比賽，小華和小明才能跑相同的100公尺距離？
- 現在有六年1班、六年2班、六年3班、六年4班、六年5班、六年6班要比賽大隊接力，第2棒跑過彎道要搶跑道，請問位在第六道的六年1班要如何搶跑道才能奪得先機傳棒給第3棒？並請思考搶跑道的線是應用什麼數學概念畫出來的？

再思考「備課」

教學活動設計(教案)

- 格式 (format)
- 內涵 (content)
 - 壹、教學說明研究部分
 - 貳、教學活動流程部分
 - 參、總結性評量部分
 - 肆、教學省思與改進教案部分

Mathematics is the science of patterns and order.

數學是一門樣式和秩序的科學



CNN評選世界12處

最美夕陽 之一。

關山夕照美冠全球！



發展式的數學教學 (張英傑, 2005)

- 教師應以「**概念理解奠基、熟悉程序歷練**」為經，「**配合情境經驗、具體操作輔助**」為緯去編織課程，採取「**解題導向**」導引深入的**奠基探究**之溝通教學模式；
- 讓學生能**經驗、察覺、瞭解**數學概念，而能加以組織內蘊化為**認知基模Schema**；再給予充足的時間和空間，能**自動化**運用所習得的數學知識。
- **知識 → 見識 → 賞識 數學之美與利**

理念（理想與信念）

數學是有用的!數學無所不在!

「動『手』用『腦』『玩』數學!

人本數學!

『台灣數學』 M.I.T.
(Mathematics In Taiwan)

- 教得有感覺
- 學得有意義
- **To Learn Math with the Kids!**
如何與孩子一起學習數學?



學校數學課程目標：

(Goals & Objectives)

為什麼學校有數學課程？

- 數學素養 (Mathematical Literacy)
(**Numeracy**)
- 數學功力 (Mathematical Power)
- 數學能力/數學力 (Mathematical Competence)
- 數學精熟 (Proficiency in Mathematics)

國際學生能力評量計畫

Programme for International Student Assessment (PISA)

數學素養::

- **Mathematical literacy** is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts.
- It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena.
- It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and
- to make the well-founded judgments and decisions needed by
- **constructive, engaged and reflective citizens.**

數學素養的教學

<從學以致用體會素養>

(施皓耀,2018-10-20)

*學生

- 認知(直覺簡單) →
- 形成(概念連結) →
- 使用(解決問題)

*教師

- 設計學習單(清楚的教學脈絡)→
- 課堂對話(有質感的教與學) →
- 學習成效(自在的知識理解)

- <數學教學創新及品質提升>(林福來,2018-9-18,2018-10-19)

- 發展態度優先的教學信念 →

- 經驗有感學習的學習觀 →

- 實作師生共建的教學觀 →

- 有感 →

- 能體現(realization) →

- 會用

TIMSS

成就	2003	2007	2011	2015
四年級	4	3	4	4
八年級	4	1	3	3

不喜歡 學數學	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	38%VS 19%	56%VS 38%
學數學沒 有自信	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	46%VS 23%	60%VS 43%
認為數 學無用		八 年級
台灣VS 國際平均		41%VS 13%

MATH-PLC (Professional Learning Community)

數學領域專業學習社群 共同學習 \leftrightarrow 樂於教學
Learning Together, Enjoying Teaching

- 數學知識
- 教學知識
- 學生知識
- 數學教學知識
- 數學教學
- 專業論辯能力
- 太魯閣砂卡噹步道. 榮膺全球十大必遊景點



<http://forestlife.info/Onair/096.ht>

慈悲喜捨 / 平安喜樂

做就對了！

Just do it !

有 心

+

用 心

+

耐 心

>>>

信 心
erijchang

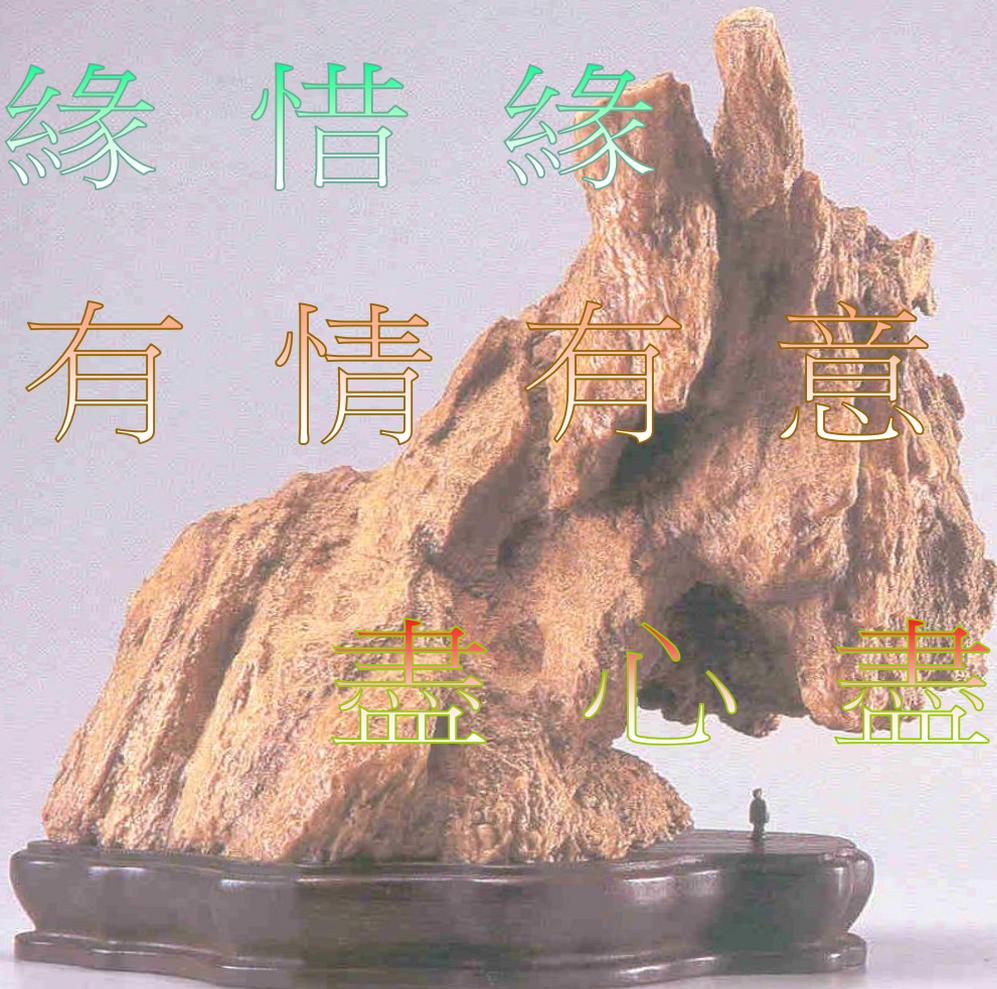


謝意與敬意

得緣惜緣

有情有意

盡心盡力



大家一起為台灣數學教育打拼

dr.ijchang@gmail.com