

新北市國小數學輔導團
板橋區埔墘國小教學演示 (2019/03/08)



一年級 加法心算
六年級 基準量及比較量

張英傑

dr.ijchang@gmail.com

退休教授

National Taipei University of Education

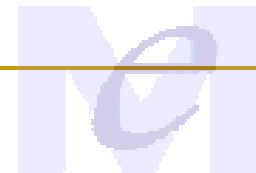
Department of Mathematics and Information Education



國立台北教育大學數學暨資訊教育學系

National Taipei University of Education

NTUE dr.ijchang@gmail.com



我們都是共同學習者(*co-learners*)!

「自發」、「互動」、「共好」

- 學生的數學力 (*Mathematical Power*)
- 教師的教學力 (*Pedagoical Power*)
- 師培者的教育力 (*Educational Power*)



緣 -- *Affinity* — Yan

- 珍惜因緣、
- 把握因緣、
- 創造因緣

感謝大家的參與!

秀山國小 陳維穎 校長 行政團隊協助
秀山國小 吳素蘭 老師 教學演示 (1年7班)
輔導團員 鄭惠娟 主任 教學演示 (6年10班)

- 共同備課
- 公開說課/觀課
- 集體議課
- 記錄教學檔案
(省思成長)



觀摩教學演示之啟示：樂教→樂學→樂教→...

自學與共學

- 當我在講台上, 面對自己的學生, 要教這個單元/這節課時... 應該怎麼教?
- 這一課: **教什麼? 怎樣教? 為甚麼?**
- 教材內容(教學活動)編排?
- 教學手法展示?
- 學生學習表現?
- 其他?
- 學生學習真的發生!
- **What→Why→How?**

數學課程與教學問題之分析及其挑戰

- I. 依你的教學的年段經驗，這一個單元中的什麼概念，學生學得比較不好？
- II. 這一個單元的數學教材中，最重要的學習目標(Big Ideas)為何？學生的先備知能為何？後續的學習目標為何？
- III. 學生哪裡學不好？學生是怎麼想的？發生什麼錯誤或迷思？班上有多少學生會這樣？
- IV. 你通常如何教此單元？怎樣使用教學材料？如何解決教學困境？課本教材之安排適合你的學生學習？
- V. 你覺得自己的盲點在哪裡？有何因應之道？
- VI. 其它:

解讀課程綱要與剖析教科用書

課程教材設計與教學活動之實施

- Why?
- What?
- How?
- 「啟蒙概念」如何引入?
- 用甚麼情境/脈絡合適?
- 有何思考解題策略?
- Where?
- When?
- 術語符號宜時適地介紹/宣告!
- 數量關係之算式/公式的認識、理解與熟練
- Whom?
- WHO?
- 先備知能的檢驗以及未來發展的啟示
- 形成性評量與總結性評量之形式及其內涵

解讀課程綱要與教科用書

比較分析三版本教科用書之設計

- 課本
- 習作及其附件
- 教師手冊/教學指導
- 備課用書
- 教具
- 教學資源
- ...

解讀課程綱要與剖析教科用書

97課綱:分年細目標

- 6-n-11能理解常用導出量單位的記法，並解決生活中的問題。
- 6-n-12能認識速度的意義及其常用單位。
- 6-n-13能利用常見的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同6-a-04)

十二年國教課綱:學習重點--學習表現

- n-III-9理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺、速度、基準量等。
- n-III-10嘗試將較複雜的情境或模式中的數量關係以算式正確表述，並據以推理或解題。
- n-III-11認識量的常用單位及其換算，並處理相關的應用問題。

十二年國教課綱:學習重點--學習內容

- N-6-6 比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。
- N-6-7 解題：速度：比和比值的應用。速度的意義。能做單位換算（大單位到小單位）。含不同時間區段的平均速度。含「距離＝速度×時間」公式。用比例思考協助解題。
- N-6-8 解題：基準量與比較量。比和比值的應用。含交換基準時之關係。
- N-6-9 解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題(同R-6-4)。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式）；（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合；（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結R-6-2、R-6-3。

《數學領域課程手冊》

剖析教科用書

1. 教材脈絡比較及分析

- 教材內容編排順序比較
- 布題情境脈絡比較
- 數字設計脈絡比較



2. 情境表徵比較及分析

- 定義、命名、或公式的引入及呈現方式
- 圖示表徵的比較
- 說明對話框內容的比較
- 解法表徵或引導的比較

3. 文本比較及分析

- 布題表徵比較
- 語意結構

基準量及比較量版本脈絡分析



- 一、認識基準量及比較量
 - 二、比值的引入（比較量 \div 基準量=比值）
 - 三、基準量、比較量及比值三者之間的關係（整數、分數、小數）
 - 四、和差問題
- 比較量 \div 基準量
=比較量:基準量
=比值:1
=比值
 - 比較量=基準量 \times 比值
 - 基準量=比較量 \div 比值
 - 母子和 **vs.** 母子差



■ (一) 給定 基準量、比較量，求 比值

廣志重 70 公斤，小新重 20 公斤，廣志的體重是小新的幾倍？

熱水瓶裡有 $5\frac{1}{3}$ 公升的水，冷水壺裡有 $1\frac{1}{3}$ 公升的水，冷水壺的水量是熱水瓶的幾倍？

(二) 給定 基準量、比值，求 比較量

國王企鵝的體重是 10 公斤，皇帝企鵝的體重是國王企鵝的 3 倍，皇帝企鵝的體重是幾公斤？

花園的面積是 $1\frac{4}{5}$ 公畝，果園的面積是花園面積的 $2\frac{1}{3}$ 倍，果園的面積是幾公畝？

(三) 給定 比較量、比值，求 基準量

一個大西瓜重 12 公斤，是一個小西瓜重量的 4 倍，一個小西瓜重幾公斤？

有甲、乙兩數，乙數是甲數的 0.5 倍，已知乙數是 8.4，甲數是多少？



(一) 兩量和問題

- 一給定基準量、比值，求兩量和
大瓶子的容量是 400 毫升，小瓶子的容量是大瓶子的 0.8 倍，兩個瓶子最多共可裝幾毫升的水？
- 一給定比值、兩量和，求基準量及比較量
在一塊 22 公畝的果園中種橘子和柳丁，種柳丁的面積是種橘子的 $\frac{5}{6}$ 倍，種橘子和柳丁的面積各是幾公畝？

(二) 兩量差問題

- 一給定基準量、比值，求兩量差
一臺定價 4000 元的遊戲機，照定價打七五折售出，是便宜幾元？
- 一給定比值、兩量差，求基準量及比較量
一個排球的價錢是一個籃球價錢的 0.8 倍，已知一個排球比一個籃球便宜 50 元，一個排球和一個籃球各是幾元？

- ① 每年5月到6月是臺灣的梅雨季，心亞準備了兩把傘，紅傘長30公分，綠傘長90公分。



- ① 綠傘的長是紅傘的幾倍？

$$90 \div 30 = 3$$

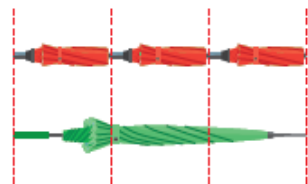
把紅傘的長當作基準，
綠傘的長是紅傘的3倍。



答：3倍

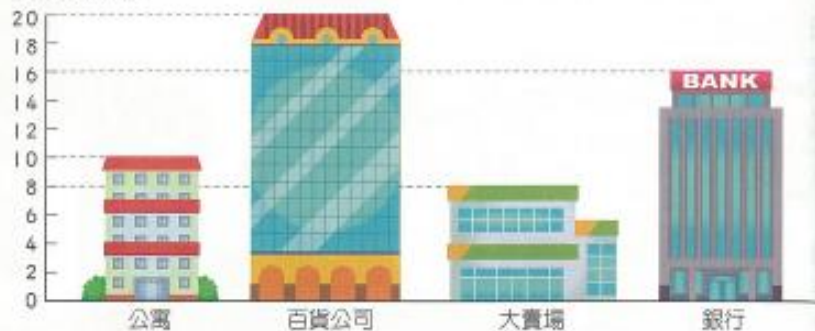


像這樣，把作為基準的量稱為**基準量**，和基準量比較的量稱為**比較量**，比較量除以基準量所得的商稱為**比值**。

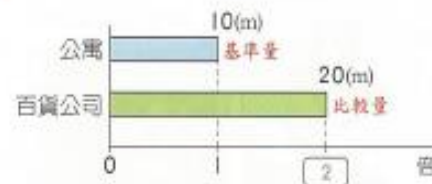


- ① 下面是4棟建築物的高度。

(單位：公尺)



- ① 用公寓的高度為基準，百貨公司的高度是公寓高度的多少倍？



$$20 \div 10 = 2$$

答：2倍

百貨公司的高度和公寓高度的比是 20 : 10，比值是 2，如果把公寓的高度當作基準 1，百貨公司的高度就相當於 2。



我們把作為基準的數量叫作**基準量**，與基準量比較的數量叫作**比較量**。
比較量 ÷ 基準量 = 比值

宜文用一把長度15公分的直尺來量東西。

- ① 他量桌子的一邊，量出長度是60公分。桌子的長是這把直尺的幾倍？

$$60 \div 15 = \underline{\quad}$$

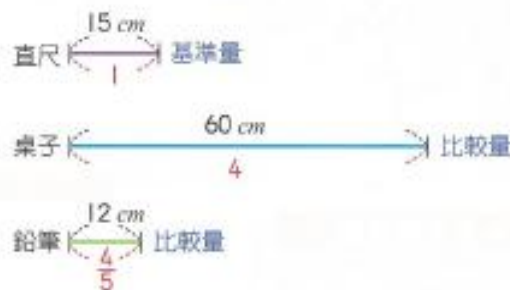
答：

- ② 他量一枝鉛筆，量出長度是12公分。鉛筆的長度是這把直尺的幾倍？

$$12 \div 15 = \frac{12}{15} = \underline{\quad}$$

答：

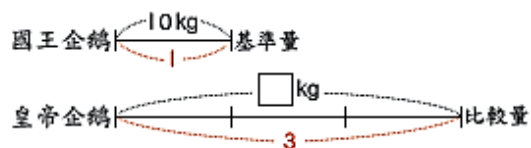
如果我們將15公分的直尺長度當作1，就可以說60公分桌子長相當於4，12公分鉛筆長相當於 $\frac{4}{5}$ 。



- ① 像這樣做比較時，當作1的量叫作**基準量**，被比較的**量**叫作**比較量**，比較量除以基準量所得的商就是**比值**。
- ② **比較量** \div **基準量** = **比值(倍數)**，也可以說**比較量** = **基準量** \times **比值**。

$$\begin{array}{ccc} 12 & \div & 15 = \frac{4}{5} \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{比較量} & & \text{基準量} \quad \text{比值(倍數)} \end{array}$$

- 5 國王企鵝的體重是 10 公斤，皇帝企鵝的體重是國王企鵝的 3 倍，皇帝企鵝的體重是幾公斤？



可以畫圖幫助了解題意，把國王企鵝（基準量）當作 1 倍，畫出 1 段，皇帝企鵝是 3 倍，要畫 3 倍長。

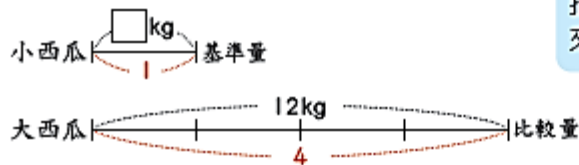
$$10 \times 3 = 30$$

答：30 公斤



基準量 \times 比值 = 比較量。

- 7 一個大西瓜重 12 公斤，是一個小西瓜重量的 4 倍，一個小西瓜重幾公斤？



把小西瓜（基準量）當作 1 倍來畫，大西瓜要畫 4 倍。

假設小西瓜是 \square 公斤

$$12 \div 4 = 3$$

$$\square \times 4 = 12$$

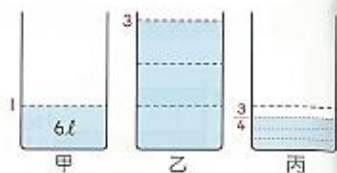
$$\square = 12 \div 4 = 3$$

答：3 公斤



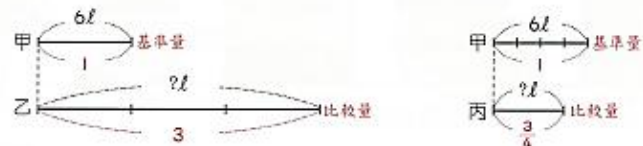
比較量 \div 比值 = 基準量。

- ② 有三個水桶，甲裝 6 公升的水，乙的水量是甲的 3 倍，丙的水量是甲的 $\frac{3}{4}$ 倍。



乙和丙裡的水量各是多少公升？

把甲的水量當作基準量 1，再分別畫出乙、丙的水量。



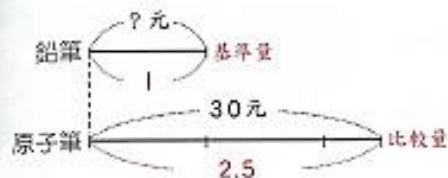
$$6 \times 3 = 18 \dots\dots \text{乙的水量}$$

$$6 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{2}$$

$$= 4 \frac{1}{2} \dots\dots \text{丙的水量}$$

答：乙水桶有 18 公升，丙水桶有 $4 \frac{1}{2}$ 公升

- ④ 原子筆的價錢是鉛筆的 2.5 倍，一枝原子筆 30 元，一枝鉛筆要多少元？

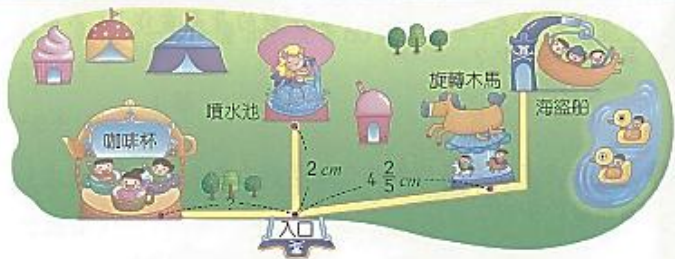


用 x 表示一枝鉛筆的價錢
 $x \times 2.5 = 30$

以鉛筆的價錢當作基準量，
 它的 2.5 倍是 30 元，
 所以……



4 下面是數學樂園的地圖，從入口到噴水池的實際距離是75公尺，在地圖上是2公分。



1 將入口到噴水池的距離當作1，入口到旋轉木馬的距離相當於多少？從入口到旋轉木馬的實際距離是多少？

解析 將入口到噴水池的距離當作1，入口到旋轉木馬的距離相當於 $4\frac{2}{5} \div 2 = 2\frac{1}{5}$ ，也就是入口到旋轉木馬的距離是入口到噴水池距離的 $2\frac{1}{5}$ 倍。

$$4\frac{2}{5} \div 2 = 2\frac{1}{5}$$

入口到噴水池 $\overbrace{\hspace{2cm}}^{75\text{ m}}$

入口到旋轉木馬 $\overbrace{\hspace{2cm}}^{? \text{ m}}$
 $\underbrace{\hspace{2cm}}_{2\frac{1}{5}}$

也可以這樣想，地圖上兩地的距離比會等於實際距離的比。

$$\begin{array}{l} \times 37\frac{1}{2} \\ \hline 2 : 4\frac{2}{5} = 75 : \square \\ \hline \times 37\frac{1}{2} \end{array}$$



$$75 \times \underline{\hspace{1cm}} =$$

答：

5 已知比較量與比值，求基準量(一)：基準量 = 比較量 \div 比值(整數倍)
 將一顆南瓜的重量當作1，一顆西瓜的重量相當於4。一顆西瓜重10公斤，一顆南瓜重幾公斤？

解析 南瓜重量 $\times 4 = 10$ 公斤(西瓜重量)，南瓜重量 =

南瓜 $\overbrace{\hspace{1cm}}^{7 \text{ kg}}$

西瓜 $\overbrace{\hspace{2cm}}^{10 \text{ kg}}$
 $\underbrace{\hspace{2cm}}_4$

$$\underline{\hspace{1cm}} \div \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

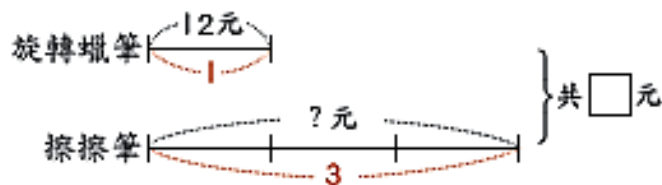
也可以這樣想
 $1 : 4 = \square : 10$



答：

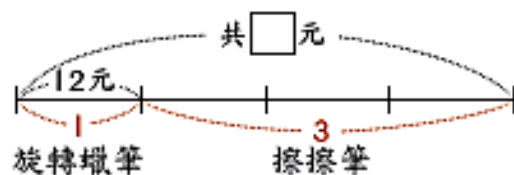
3-2 求兩量的和

- ① 一枝旋轉蠟筆賣 12 元，一枝擦擦筆的價錢是一枝旋轉蠟筆的 3 倍，卜心各買一枝，共要付幾元？



先算出擦擦筆的價錢，
再加上蠟筆的價錢。

$$12 \times 3 = 36$$
$$12 + 36 = 48$$



把蠟筆的價錢當作 1，擦擦筆的價錢是 3，擦擦筆和蠟筆的價錢合起來是蠟筆的 $(1+3)$ 倍。



$$12 \times (1 + 3) = 48$$

答：48 元

活動 2 基準量與比較量的應用 (兩量之和)

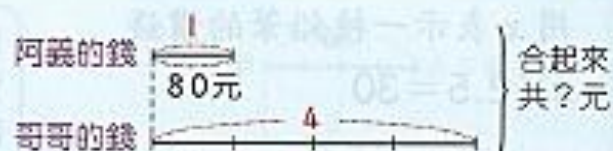
- ① 阿義身上有 80 元，哥哥的錢是阿義的 4 倍，阿義和哥哥共有幾元？

$$80 \times 4 = 320$$

$$320 + 80 = 400$$

也可以這樣做：

把阿義的錢當作 1 份，哥哥的錢就是 4 份，兩人的錢合起來就是阿義的錢的 $(1 + 4)$ 倍。



先算出哥哥有多少元，
再加上阿義的錢。



$$\begin{aligned} 80 \times (1 + 4) &= 80 \times 5 \\ &= 400 \end{aligned}$$

答：共有 400 元

- ② 有一根竹竿直直插入水中，插入水裡的長度是露出水面的 0.7 倍，如果露出水面的部分長 1.5 公尺，那麼這根竹竿全長是多少公尺？

把露出水面的部分當作 1，插入水裡的部分就是 0.7，這根竹竿的全長就是露出水面部分的 $(1 + 0.7)$ 倍。



4-2 兩量的和

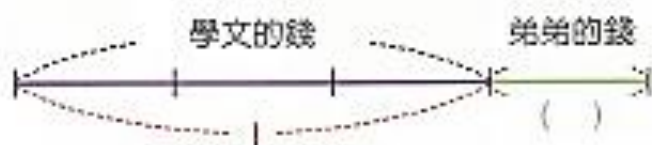
本節配合習作第44~46頁

- 1 已知基準量與比值(分數倍)，求兩量的和

弟弟的錢是學文的 $\frac{1}{3}$ 倍，回答下面問題。

- 1 將學文的錢當作1，兩人合起來的錢相當於多少？

解析 將學文的錢當作1，弟弟的錢相當於 $\frac{1}{3}$ ，兩人合起來的錢也可以說是學文的錢的幾倍？



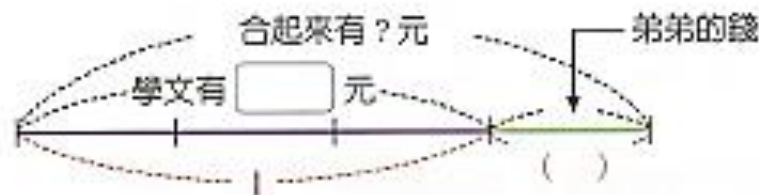
()要填入多少？



$$1 + \frac{1}{3} = \underline{\quad}$$

答：

- 2 如果學文有600元，兩人合起來有幾元？

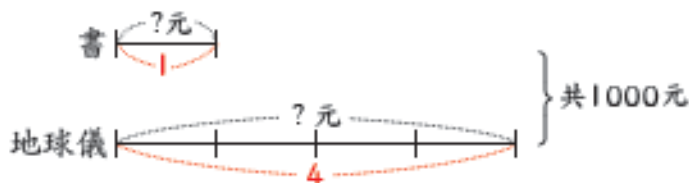


$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

答：

3-4 從兩量和或兩量差求基準量

- ① 小賈買一個地球儀和一本書，共花了 1000 元，地球儀的價錢是書的 4 倍。



把書（基準量）當作 1 倍來畫，地球儀要畫 4 倍。

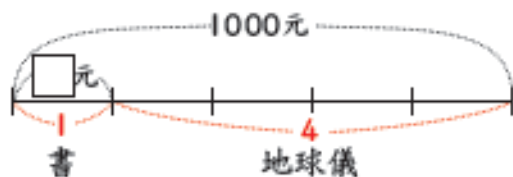
- ① 一個地球儀和一本書的價錢合起來是一本書的幾倍？

把書的價錢當作 1，地球儀的價錢就是 4，地球儀和書的價錢合起來是書的 $(1+4)$ 倍。



答：_____

- ② 一本書是幾元？



也可畫成一條線段圖，當書畫 1 倍時，地球儀要畫 4 倍。

假設一本書是 \square 元

$$\square \times (1+4) = 1000$$

$$\square = 1000 \div (1+4) = 200$$

$$1000 \div (1+4) = 200$$

答：200 元

活動3 基準量與比較量的應用(兩量之差)

- ① 雜糧行裡的綠豆重量是薏仁的 2.4 倍，薏仁有 15 公斤重，綠豆和薏仁的重量相差多少公斤？

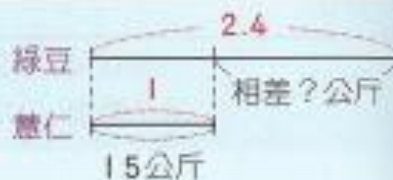
$$15 \times 2.4 = 36$$

$$36 - 15 = 21$$

也可以這樣做：

把薏仁的重量當作 1，綠豆的重量就是 2.4，綠豆和薏仁相差 $(2.4 - 1)$ ，所以綠豆和薏仁相差的重量是薏仁重量的 $(2.4 - 1)$ 倍。

先算綠豆的重量，再算相差多少公斤。



$$15 \times (2.4 - 1) = 15 \times 1.4 \\ = 21$$

答：相差 21 公斤

- ② 縣政府舉辦慈善晚會，這次募款 20 萬元，其中的 55% 捐給家扶基金會，剩下的部分是多少元？

把全部的募款當作 1，捐出 55%，剩下 $(1 - 55\%)$ ，所以剩下的錢就是全部募款的 $(1 - 55\%)$ 倍。

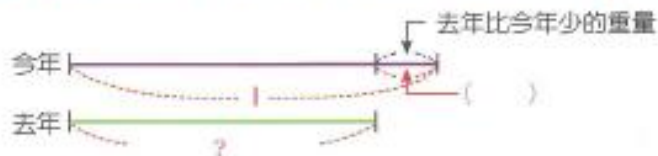


1 比較量比基準量少 $\frac{1}{6}$ ，已知基準量，求比較量

幸福農場去年水果收成的重量比今年少 $\frac{1}{6}$ ，回答下面問題。

- ① 將今年水果收成的重量當作1，去年收成的重量相當於多少？也就是去年收成的重量是今年的幾倍？

解析：將今年收成的重量當作1，去年收成的重量比今年少 $\frac{1}{6}$ ，去年的相當於多少？



$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

答：

- ② 如果今年收成3600公斤，去年收成幾公斤？



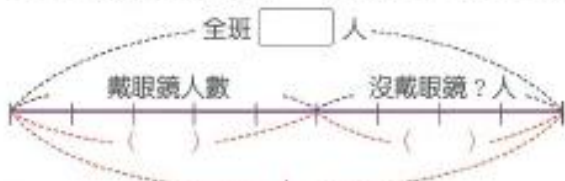
去年收成是今年的 $\frac{5}{6}$ 倍，今年收成是3600公斤，所以去年的收成是……



答：

精堂練習

娟娟班上有27人，全班同學的 $\frac{5}{9}$ 有戴眼鏡，沒戴眼鏡的同學有幾人？先完成線段圖，再寫出算式做做看。



- Why?
- What?
- How?

- Where?
- When?

- Whom?
- WHO?

一、單元的期望的學習結果

- (一) 單元學習目標
- (二) 課程綱要學習重點(學習表現與學習內容)

二、學生與教材分析

- (一) 學生先備知識與可能的學習困難
- (二) 教材研究分析

三、各節次學習活動設計

(6節課，本節課為第1節:認識基準量及比較量)

四、本節課（第一節）的學習活動

- (一) 學習的主要概念與對應的活動
- (二) 素養導向的課程與教學
- (三) 學習活動的設計
 - 活動名稱/
 - 教學流程與主要布題/
 - 學生可能的反應/教學策略介入與評量
 - 時間/
 - 對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)

五、參考資料(各版本本單元分析/文獻)

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

- 認識基準量、比較量與比值的意義。
- 理解基準量與比較量的關係(含交換基準時的關係)，能以符號代表數列式，解決複雜的問題。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現

- **6-n-13**能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 **6-a-04**)。

對應的學習內容

- **N-6-8** 解題：基準量與比較量。比和比值的應用。含交換基準時之關係。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識

- 單位量及單位數的意義（倍數關係-含分數倍及小數倍）及計算。
- 比率及百分率的意義及計算。
- 比與比值的意義及計算。

學生可能的學習困難

- 兩量之間互作為基準量時的相對倍數關係。
- 比中的後項視為1（即為基準量），前項即為比值的意義。
- 比較量為分數倍或小數倍時成比例線段圖的繪製。

(二)教材研究分析

- 分析三個版本的教科書，皆以「倍的數量關係」來引導學生學習基準量與比較量的概念。學生二年級就開始學習從倍的概念理解乘法單位量及單位數的意義；三年級學習分數，理解分數是等分的及部份與整體關係的一種表示方式；四年級學習分數整數相除之意涵；五年級學習比率，即部份佔全體的值，了解部份量和全體量之間的關係；六上學習比和比值、正比、速度，理解比的關係和除的關係相同，以及相等的比其比值相等。
- 由上可知，學生對於「倍的數量關係」、「部分與整體的關係」、「分數的整數相除意涵」等概念應該是熟悉的，連結此單元認識基準量與比較量及比值的關係對學生來說應該沒有困難。但基準量與比較量的學習，更重要的是學生能將基準量當作一個新的單位來重新詮釋比較量的過程，也就是學生需具備「單位化」、「基準化」的能力(馬秀蘭，2006)。因此，相等的比(包括比的後項為1，前項即為比值的比)可以讓學生清楚看到兩比之間的關係，以及更容易理解「單位化」、「基準化」的過程。所以比的概念也應該連結基準量與比較量的學習。

(二)教材研究分析

- 關於基準量與比較量的學習，最難的是解決「母子和」與「母子差」的問題。「母子和」與「母子差」問題中最困難的是基準量未知的問題。學生若能理解題意後繪製線段圖，能幫助學生思考基準量與比較量的關係而幫助解題。而線段圖的繪製部份，只有康軒版有2頁從將建築物的高度橫放比較引導到基準量與比較量的線段圖，有1頁引導學生思考把甲水桶的水量當作1，請學生畫出乙水桶(3倍)及丙水桶(倍)的線段圖。另外兩個版本完全沒有提及如何引導學生繪製基準量與比較量的線段圖。
- 比在生活中的應用非常普遍，可以說是最基本、最有用的數量關係，也是國小銜接國中一個重要的學習重點(張鎮華等，2018)。學生若能從問題情境中把基準量與比較量的數量關係以成比例的線段圖畫出來，可以幫助學生觀察及思考兩量之間的對等關係，能夠有效幫助學生解題。因為線段圖能將問題情境中的數量關係具體表徵出來，以促進學生的解理能力並增加解題成功的機會(黃一泓、謝進泰，2016)。
- 因此，本節課教學活動設計希望連結學生「比與比值」的學習經驗，以「倍的數量關係」語言引導學生學習「基準量與比較量」的概念。另外，繪製「成比例的線段圖」對於基準量與比較量的學習非常重要，希望能在教學活動中引導學生觀察及思考如何簡單的繪製成比例的線段圖。

三、各節次學習活動設計

第一節(本次演示)

- 1.認識基準量、比較量及比值的意義，並能依題意繪製成比例的線段圖。
 - 1.1從比(同類量)的倍數關係認識基準量、比較量及比值的意義。
 - 1.2能運用基準量、比較量及比值的關係進行簡單運算。
 - 1.3能依題意繪製成比例的線段圖以具體表徵數量關係。

第二節

- 2.應用基準量、比較量及比值三者之間的關係，並能由已知的任兩數求出第三者。

在不同的應用問題情境中，解決基準量及比較量的問題：

- 2-1已知基準量、比較量，求比值？
- 2-2已知基準量、比值，求比較量？
- 2-3已知比較量、比值，求基準量？

三、各節次學習活動設計

第三、四節

3. 應用基準量、比較量及比值三者之間的關係，解決「兩量之和」的問題。

在不同的應用問題情境中，解決基準量及比較量「兩量之和」的問題：

- 3-1 已知基準量、比值，求兩量和？
- 3-2 已知比值、兩量和，求基準量及比較量？

第五、六節

4. 應用基準量、比較量及比值三者之間的關係，解決「兩量之差」的問題。

在不同的應用問題情境中，解決基準量及比較量「兩量之差」的問題：

- 4-1 已知基準量、比值，求兩量差？
- 4-2 已知比值、兩量差，求基準量及比較量？

四、本節課(第一節)的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

■ 活動目標的主要概念

- 1-1. 從比(同類量)的倍數關係認識基準量、比較量及比值的意義。
- 1-2. 能運用基準量、比較量及比值的關係進行簡單運算。
- 1-3. 能依題意繪製成比例的線段圖以具體表徵數量關係。

■ 對應的學習活動

- 1-1-1 從學生比與比值的舊經驗引入，連結認識並了解基本量、比較量與比值的意義。
- 1-1-2 觀察分析比值的大小和比較量與基準量之間的關係。當基準量與比較量互換時，比值也會跟著改變。
- 1-2-1 運用基本量、比較量及比值三數之間的關係，進行簡單的運算。
- 1-2-2 能依題意畫出線段圖後列式解題。
- 1-3-1 能從題意中判斷基準量與比較量並畫出成比例線段圖。
- 1-3-2 能從線段圖中發現基準量、比較量交換時，比值的變化。

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點	與本節課活動內容的關聯說明
<p>轉</p> <ul style="list-style-type: none">■ T1情境問題轉化■ T2新舊經驗銜接■ T3數學概念聯結	<p>T1：將自然課的知識結合時事，轉化為數學問題。</p> <p>T2：結合學生比與比值的舊經驗，讓學生認識基本量、比較量及比值的意義。</p> <p>T3：學習從倍的關係，到比與比值、基準量與比較量的數學概念理解的內部連結。</p>
<p>做</p> <ul style="list-style-type: none">■ D1概念操作理解<input type="checkbox"/> D2解題策略探究<input type="checkbox"/> D3數學語言溝通	<p>D1：透過繪製線段圖的具體操作，理解基準量、比較量與比值之間的關係。</p>
<p>得</p> <ul style="list-style-type: none">■ G1思考能力提升<input type="checkbox"/> G2解題態度培養<input type="checkbox"/> G3共同學習增能	<p>G1：透過新舊數學概念的連結，思考圖像表徵與題意的轉化，以提升數學思考的能力。</p>

(三)學習活動的設計

<教學流程與主要布題學生可能反應教學策略介入與評量時間對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

- **【導入活動】(15')**
- **認識基準量與比較量**
- 生活情境：(以ppt佈題)元宵節最大滿月新聞：「2月19日是元宵節，台北市立天文科學教育館表示，當晚11點54分，將出現今年最大滿月，這是進入20世紀起以來，首次元宵恰逢當年最大的滿月，錯過這次，下次要等到2081年2月23日！」月球是離地球最近的星體，你知道月球的體積有多大嗎？月球的體積是地球的幾倍？我們今天要來挑戰看看，能不能算出來。

2019.2.19-元宵節+250年內最大滿月



攝影/呂秋明



2019.2.19-元宵節+最大滿月

攝影/呂秋明

$$4500 \div 500 = 9$$

(三)學習活動的設計

<教學流程與主要布題學生可能反應教學策略介入與評量時間對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

- **教師佈題**：我們先用比較小的排球和壘球來練習計算。排球的體積大約4500立方公分，壘球的體積大約500立方公分，排球的體積是壘球的幾倍？
- **引導提問**：請你說說看我們可以用什麼方式來表示這兩個量之間的倍數關係？
- **引導提問**：(除法表徵) 4500:500是什麼意思？(連結「倍的關係」，以壘球體積500立方公分為基準1倍，排球的體積去和基準1倍作比較，是壘球的幾倍。)
- **引導提問**：(比的表徵) $V : S = 4500 : 500$ ，這個比記錄的意思是什麼？所以在這個比當中，是以誰的體積作為比較的基準？排球去和基準1倍作比較？比值代表的意思是什麼？
- **兩人小組操作**：(線段圖表徵)「排球的體積是壘球的幾倍」，要怎麼畫呢？這句話把什麼當作基準1倍？另一個比較的數量要怎麼畫？畫好的線段圖要如何標示？
- **教師小結**：所以「排球的體積是壘球的幾倍？」兩個數量之間的倍數關係，可以有以上三種表示方式。這三種方式都可以表示出以壘球的體積作為基準1倍時，排球的體積去和基準1倍作比較，比值就是幾倍，表示比較的結果。
- **命名活動**：兩個量互相比較「幾倍」時，當作基準1倍(份)的量，我們可以叫作什麼？拿來和基準1倍比較的數量，我們可以叫作什麼？(帶入比較量與基準量的名詞。)

$$4500 \div \boxed{500} = 9$$

↓ 幾倍？ ↓ 1倍
↑ ↑

$$V : S = 4500 : \boxed{500} = (9) : 1$$

↓ ↓
 比較量 基準量

(三)學習活動的設計

<教學流程與主要布題學生可能反應教學策略介入與評量時間對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【開展活動】球體體積比一比 (13')

- 教師佈題：比較的時候可不可以交換呢？如果以排球的體積當作基準量1(倍)，壘球(比較量)的體積相當於多少？
- 引導提問：以排球的體積當作基準量，要如何用比的方式、除法及線段圖來表示壘球體積(比較量)和排球體積的倍數關係？
- 兩人小組合作：請你用前面討論過的三種表示方式來表示兩量之間的倍數關係。
- 引導提問：觀察黑板上的三種表示倍數關係的表示方式，你有什麼發現？比較量和基準量的大小和比值有什麼關係？

$$S : V = 500 : 4500 = \left(\frac{1}{9}\right) : 1$$

幾倍？ 1倍

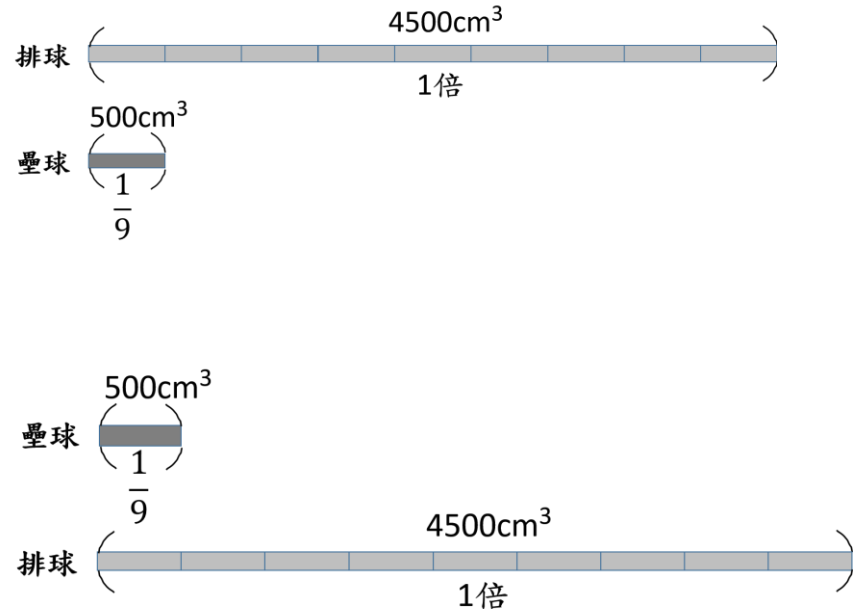
$$500 \div 4500 = \frac{1}{9}$$

比較量 基準量

(三)學習活動的設計

<教學流程與主要布題學生可能反應教學策略介入與評量時間對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

- ☆常見球類體積：
- 1.籃球約 7500cm^3 ,
- 2.排球約 4500cm^3 ,
- 3.壘球約 500cm^3 ,
- 4.棒球約 200cm^3 ,
- 5.網球約 150cm^3 ,
- 6.乒乓球約 35cm^3



(三)學習活動的設計

<教學流程與主要布題學生可能反應教學策略介入與評量時間對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【挑戰活動】星體體積比一比 (10')

- 教師佈題01：(以ppt佈題，發下學習單)地球比月球體積大，以月球體積當作基準量1時(倍)，地球的體積相當於多少？因為數字非常大，所以我們用計算機計算。
- 兩人小組合作：請把基準量用紅筆圈起來再用計算機計算出比值。
- 教師小結：E：M：2195849：1，也就是以月球體積當作基準量1(倍)，地球的體積相當於49(倍)。這也相當於籃球體積和網球體積的比。(也可用標準籃球和網球的體積數據給學生計算，讓學生找出哪兩種球類的比和地球與地球的比例接近，再給學生看實物感受實物大小比例。)

(三)學習活動的設計

<教學流程與主要布題學生可能反應教學策略介入與評量時間對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

- 教師佈題02：承上題，如果交換基準量，以地球的體積為基準，月球的體積是地球的幾倍？(不需計算)
- 教師佈題03：全班分組用計算機計算學習單上的3、4、5題。
- 小組合作解題：兩人一組，把基準量用紅筆圈起來再用計算機算出比值。算出來後在四人小組中確認算法及答案是否正確。
- 教師小結：用除法算出比的比值後，可以看到基準量為1的比，對於我們判斷兩量的關係有什麼幫助？

(三)學習活動的設計

<教學流程與主要布題學生可能反應教學策略介入與評量時間對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【教師總結】(2')

- 我們可以用比、除法及線段圖表示比較量和基準量的倍數關係。
- 比值是把基準量當作1倍(份)，比較量相當於多少的值。
- 基準量和比較量交換時，比值會是顛倒的分數。

◎ 參考文獻：

- 周筱亭、黃敏晃、陳竹村、林淑君、陳俊瑜(2002)。《國小數學教材分析——比(含線段圖)》。臺北市：國立教育研究院籌備處。
- 馬秀蘭(2006)：學生解決基準量問題的經驗類型層次。國立高雄師範大學高雄師大學報，21，19-36。
- 張英傑、周菊美/譯(2005)。中小學數學科教材教法。台北：五南。
- 張鎮華等(2018)：十二年國教課程綱要暨普通型高中數學領域課程手冊。新北市：國家教育研究院。
- 黃一泓、謝進泰(2016)：兩種線段圖表徵解題策略在學習成效上的比較。國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系教育心理學報，47(4)，581-601。
- 康軒文教（2016）。國小數學教科書第十二冊。新北市：康軒文教。
- 南一書局（2016）。國小數學教科書第十二冊。臺南市：南一書局。
- 翰林文教（2016）。國小數學教科書第十二冊。臺南市：翰林文教。

星球的故事



- 夜空中有數不盡的星星，它們看起來好像都一樣，其實天上的星星有許多不同的種類。
- 恆星是自己會發光發熱的星體，夜空中看到的星星大部份都是恆星，它們距離地球非常的遙遠，太陽是距離地球最近的恆星。古時候的天文學家觀測星空，把一群一群恆星組合成星座，用星座來追蹤其他行星以及太陽在天空中運行的位置，發明了曆法以紀錄時間的運行。
- 行星是不會發光因為萬有引力而繞著恆星運行的星體。太陽系共有八大行星，其中用肉眼可見的行星有：水星、金星、火星、木星和土星，早在史前時代就被人類發現，中國古代把它們稱為「五星」。其他行星天王星、海王星、冥王星(2006年後被排除)則在望遠鏡發明才發現。

星球的故事



- 地球就是自身不會發光的行星，地球自轉同時圍繞著太陽公轉，形成了晝夜及一年四季的變化；地球自轉一周為一天，地球公轉太陽一周為一年(約**365**天)。月球是地球的衛星，繞著地球自轉和公轉，因為月球自轉和繞著地球公轉的週期一樣，所以我們看到的月亮永遠都是同一面。

星體名稱	星體分類	星體體(km ³)	和地球體積的比
太陽	恆星	1,412,000,000,000,000,000	130萬 : 1
水星	01行星	60,830,000,000	0.06 : 1
金星	02行星	928,000,000,000	() : 1
地球	03行星	1,083,000,000,000	() : 1
月球	衛星	21,958,000,000	
火星	04行星	163,180,000,000	0.15 : 1
木星	05行星	1431,300,000,000,000	1,321 : 1
土星	06行星	827,130,000,000,000	764 : 1
天王星	07行星	68,229,000,000,000	() : 1
海王星	08行星	62,540,000,000,000	() : 1

星體體積超級比一比02



- ☆兩人合作，用計算機計算下面的題目，再完成前面的表格。
- 1. 地球的體積是月球的幾倍？ (請把基準量用紅筆圈起來)
()()()四捨五入到個位
也就是地球的體積大約是月球的()倍，
地球體積和月球體積的比是()：1。
- 2. 月球的體積是地球的幾倍？ (請把基準量用紅筆圈起來)
承上題，地球的體積大約是月球的()倍，
所以，月球的體積是地球的()倍，
月球和地球體積的比是()：1。
- 3. 金星的體積是地球的幾倍？ (請把基準量用紅筆圈起來)
()()()四捨五入到百分位
也就是金星的體積是地球的()倍，
金星和地球體積的比是()：1。
- 4. 天王星的體積是地球的幾倍？ (請把基準量用紅筆圈起來)
() D_Dd _____ ĩg?? _____
也就是天王星的體積是地球的()倍，
天王星和地球體積的比是()：1。
- 5. 海王星的體積是地球的幾倍？ (請把基準量用紅筆圈起來)
()
也就是海王星的體積是地球的()倍，
海王星和地球體積的比是()：1

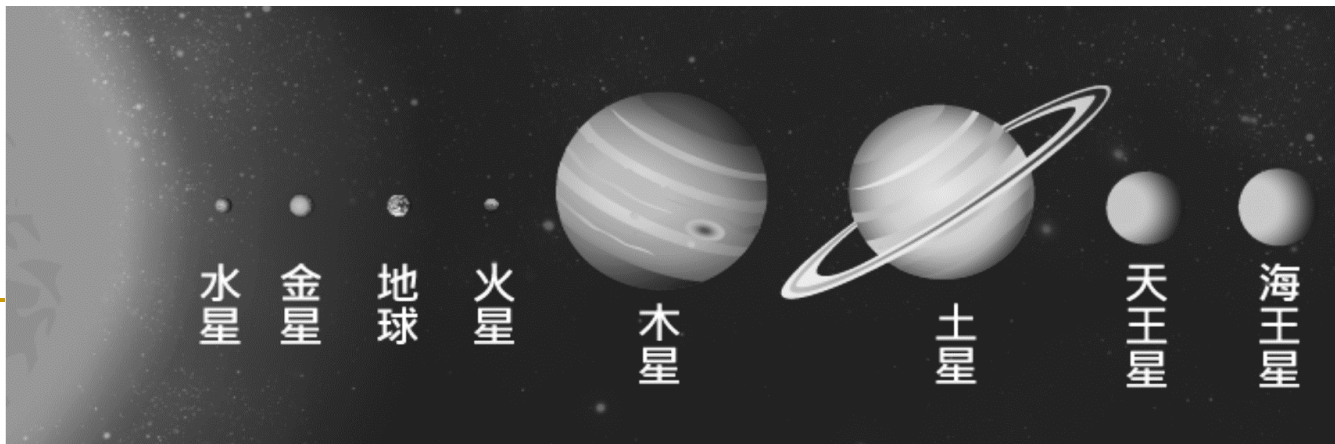
太陽系(Solar System)

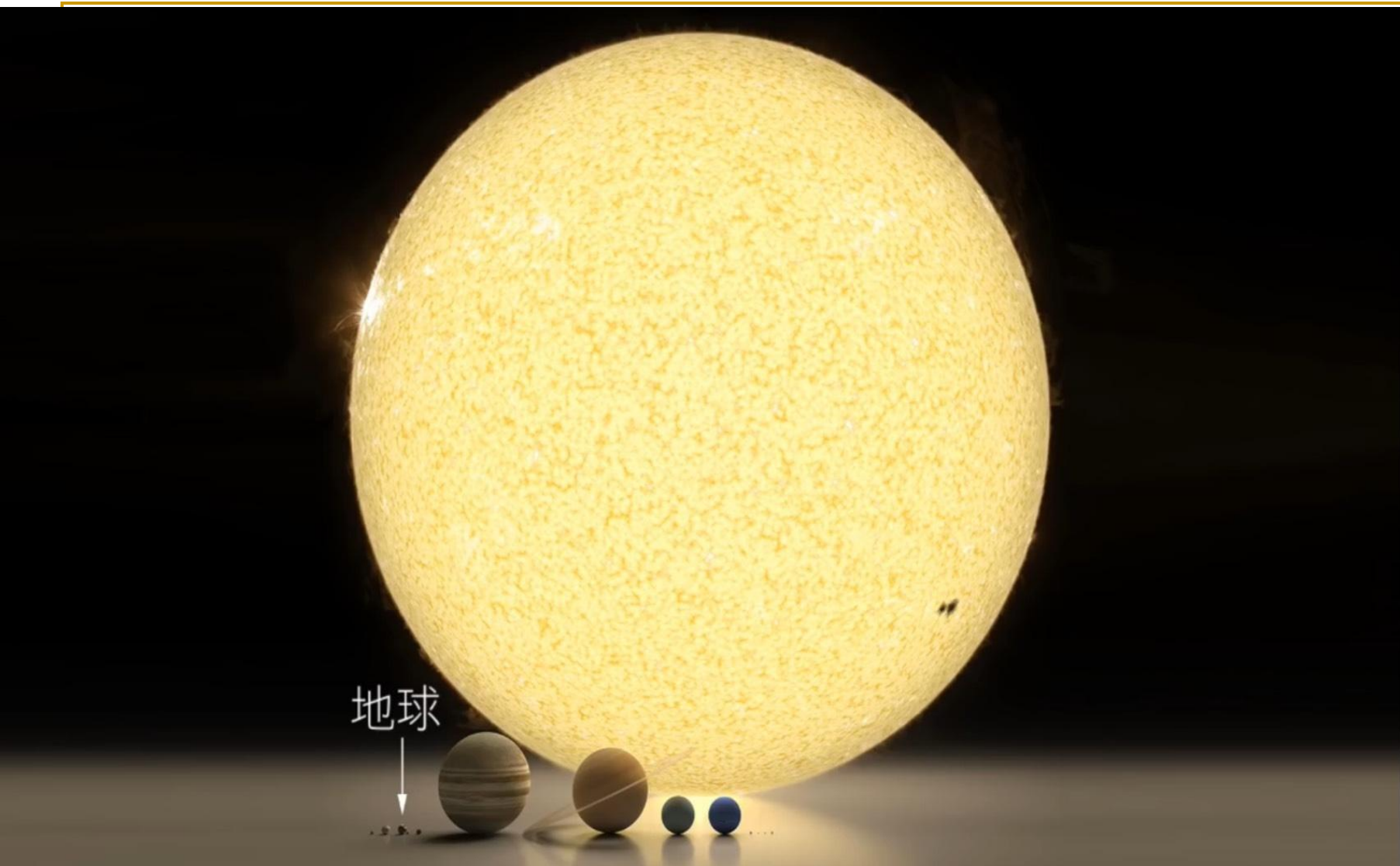
- 太陽系的八大行星的合照, 依序為水星, 金星, 地球, 火星, 木星, 土星, 天王星, 海王星.
- 最大到最小的排列應該是: 木星 > 土星 > 天王星 > 海王星 > 地球 > 金星 > 火星 > 水星 (> 冥王星)

其中冥王星已經變成矮行星了, 所以目前八大行星中, 最小的行星是水星. 最大的行星是木星.

體積：以地球為1，體積
 $1.0832073 \times 10^{12} \text{km}^3$

- 太陽：1300000
- 木星：1317
- 土星：745
- 天王星：65
- 海王星：57
- 地球：1
- 金星：0.86
- 火星：0.15
- 水星：0.056





地球



Mathematics is the science of patterns and order.

數學是一門樣式和秩序的科學



CNN評選世界12處

最美夕陽 之一。

關山夕照美冠全球！



教授好:

照片中月亮真實大小如下圖，大月亮是望遠鏡頭拉近的畫面，真實月亮在建築右上一個小亮點。2019-02-19-23:54



理念（理想與信念）

數學是有用的! 數學無所不在!

人本數學...

『台灣數學』 M.I.T.

(Mathematics In Taiwan)

- 教得有感覺
- 學得有意義



歡迎加入

數學領域專業學習社群

(Math-PLC) (Professional Learning Community)

共同學習 \leftrightarrow 樂於教學

Learning Together, Enjoying Teaching

- 數學知識
- 教學知識
- 學生知識
- 數學教學知識
- 數學教學
- 專業論辯能力
- 太魯閣砂卡噹步道. 榮膺全球十大必遊景點



<http://forestlife.info/Onair/096.ht>

省思行動：信賴+合作=協力

■ 共識

■ 共事

■ 共力

- 學校寧靜
- 自然對話
- 相互學習
- 相互傾聽
- 相互回響

慈悲喜捨 / 平安喜樂

做就對了！

Just do it !

有 心

+

用 心

+

耐 心

>>>

信 心

