

新北市國小數學輔導團
三重區五華國小教學演示 (2018/11/30)



二年級 認識平面圖形的周界及周長
五年級 平行四邊形、三角形和梯形的面積

張英傑

dr.ijchang@gmail.com

退休教授

National Taipei University of Education

Department of Mathematics and Information Education



國立台北教育大學數學暨資訊教育學系

National Taipei University of Education



感謝大家的參與!

五華國小 吳正雄 校長 行政團隊協助
五華國小 林椅淼 老師 教學演示 (5年)
輔導團員 吳偉全 主任 教學演示 (2年)



- 共同備課
- 公開說課/觀課
- 集體議課
- 記錄教學檔案
(省思成長)



我們都是共同學習者(*co-learners*)!

「自發」、「互動」、「共好」

- 學生的數學力 (*Mathematical Power*)
- 教師的教學力 (*Pedagoical Power*)
- 師培者的教育力 (*Educational Power*)

天啊！「數學達人」編的自修？！
她還辦理教師研習營！！

<oo出版社國小自修,1999>

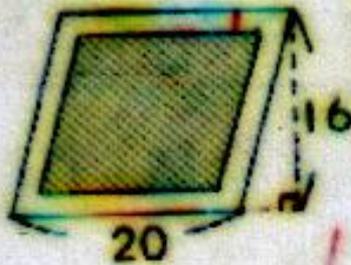
(五上)三、面積 31

乙 高層次活用題

資優試題 · 更上層樓

1. 求斜線部分面積：(單位：公尺)

(1) 路寬 2 公尺：



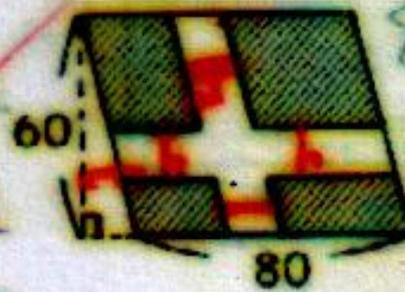
$$20 - 2 \times 2 = 16$$

$$16 - 2 \times 2 = 12$$

$$16 \times 12 = 192$$

$$A = 192 \text{ m}^2$$

(2) 路寬 5 公尺：



$$80 - 5 = 75$$

$$60 - 5 = 55$$

$$75 \times 55 = 4125$$

$$A = 4125 \text{ m}^2$$

- (oo教授曾經對研究數學教育者嗤之以鼻的原因,2013)

105年協助縣市辦理學生學習能力檢測

數學五年級施測結果報告



測驗及評量研究中心

中華民國 105 年 9 月

105年協助縣市辦理學生學習能力檢測

數學三年級施測結果報告



測驗及評量研究中心

中華民國 105 年 9 月

105年協助縣市辦理學生學習能力檢測

數學二年級施測結果報告



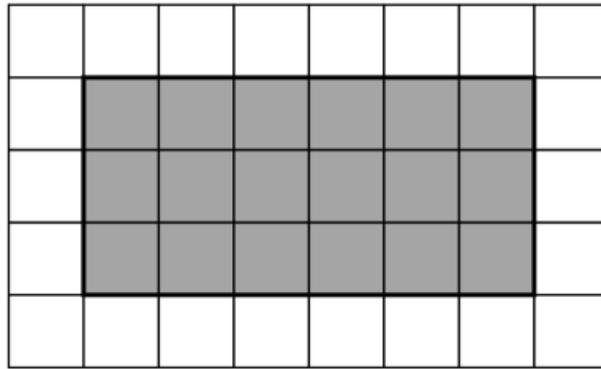
測驗及評量研究中心

中華民國 105 年 9 月

國教院104學年度國小三年級數學能力檢測

第(3-24)題:

在平方公分板上畫一個出長方形（如下圖），
下面哪一個算法不能正確算出長方形面積？

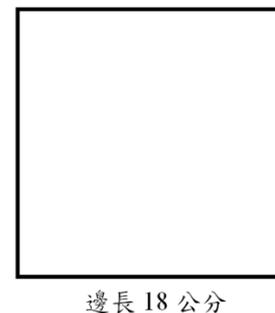
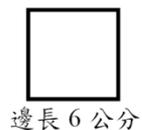


- ①用點數的方式，
②長6公分，寬3公分， $(3+6) \times 2 = 18$
③一橫排有6個，總共有3排， $6 \times 3 = 18$
④一直排有3個，總共有6排， $3 \times 6 = 18$
- 答：18平方公分
答：18平方公分
答：18平方公分
答：18平方公分

國教院104學年度國小三年級數學能力檢測

第(3-22)題:

小明用一條**36**公分繩子圍出一個最大的正方形，下圖哪一個是小明圍出的正方形？



①

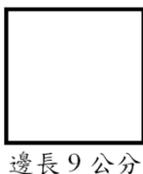
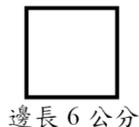
②

③

④

第(3-22)題:

小明用一條36公分繩子圍出一個最大的正方形，下圖哪一個是小明圍出的正方形?



①

②

③

④

選 項	1	2	3	4	其他	答案： 2
選項率	.04	.60	.06	.28	.01	難易度： 0.57
高分組	.02	.89	.02	.07	.00	鑑別度： 0.64
低分組	.08	.25	.12	.52	.03	

(3-25)題:

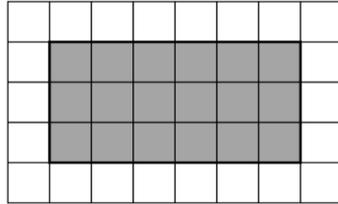
小傑繞著正方形公園的周圍慢跑，這個正方形公園的邊長是100公尺；他跑了2圈，共跑了幾公尺？

- ① 100公尺
- ② 200公尺
- ③ 400公尺
- ④ 800公尺

選 項	1	2	3	4	其他	答案：4
選項率	.02	.57	.05	.34	.02	難易度： 0.40
高分組	.00	.25	.02	.72	.00	鑑別度： 0.65
低分組	.06	.76	.07	.07	.04	

第(3-24)題:

在平方公分板上畫一個出長方形（如下圖），下面哪一個算法不能正確算出長方形面積？



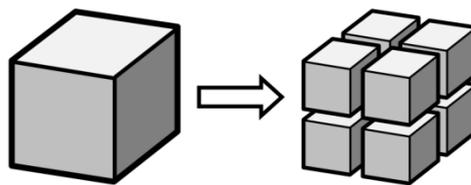
- ①用點數的方式，總共有18個1平方公分 答：18平方公分
- ②長6公分，寬3公分， $(3+6) \times 2 = 18$ 答：18平方公分
- ③一橫排有6個，總共有3排， $6 \times 3 = 18$ 答：18平方公分
- ④一直排有3個，總共有6排， $3 \times 6 = 18$ 答：18平方公分

選 項	1	2	3	4	其他	答案： 2
選項率	.21	.49	.12	.16	.02	難易度： 0.51
高分組	.15	.73	.04	.08	.00	鑑別度： 0.44
低分組	.25	.29	.22	.20	.04	

國教院104學年度國小五年級數學能力檢測

第(5-25)題:

將邊長2公分的正方體分割成8個邊長1公分的小正方體（如下圖），分割後所有的小正方體的表面積是原來正方體表面積的多少倍？



① $1/8$ 倍

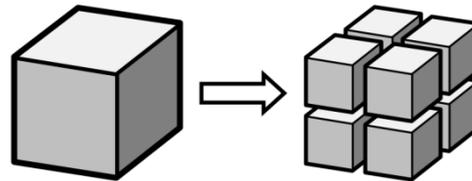
② 1倍

③ 2倍

④ 8倍

第(5-25)題:

將邊長2公分的正方體分割成8個邊長1公分的小正方體（如下圖），分割後所有的小正方體的表面積是原來正方體表面積的多少倍？



① 1/8倍

② 1倍

③ 2倍

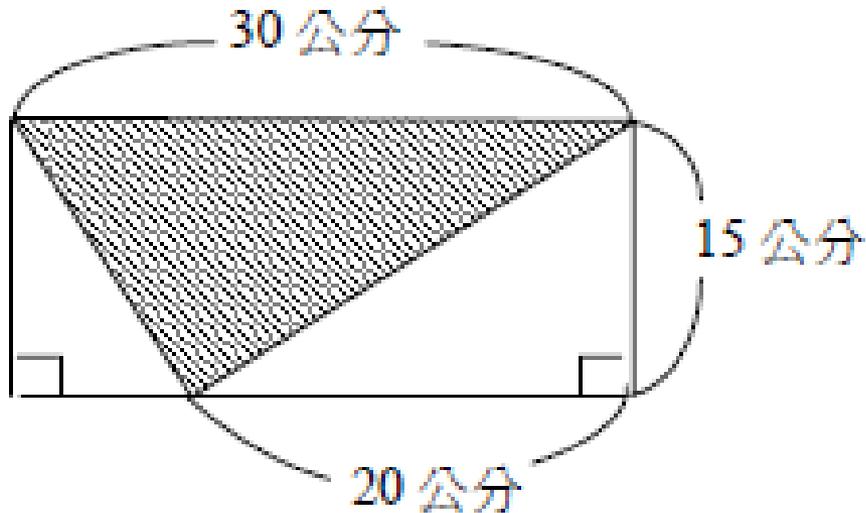
④ 8倍

選 項	1	2	3	4	其他	答案：3
選項率	.30	.10	.28	.31	.01	難易度： 0.34
高分組	.20	.08	.53	.19	.00	鑑別度： 0.37
低分組	.34	.11	.15	.38	.02	

5-s-05能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式

分析程序

22. (2) 右邊圖形中斜線部分的面積是多少平方公分？
①150平方公分 ②225平方公分 ③300平方公分 ④450平方公分。

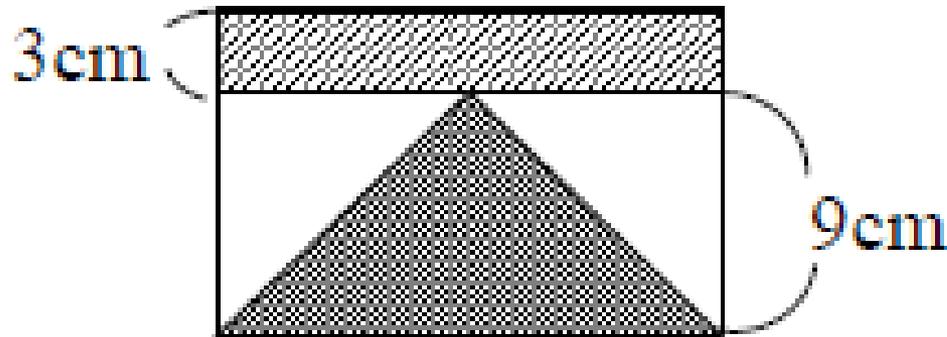


答對率	63.68
難易度	0.599
鑑別度	0.632
答①%	6.36
答②%	63.70
答③%	8.83
答④%	19.25

5-s-05能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式

分析程序

19. (④) 如右圖，陰影部份的三角形面積為72平方公分，請問斜線部分的長方形面積是多少平方公分？①12平方公分 ②24平方公分 ③36平方公分 ④48平方公分。



答對率	46.65
難易度	0.449
鑑別度	0.687
答①%	10.77
答②%	26.47
答③%	13.85
答④%	46.68

教師自我教學分析： 數學課程與教學問題之分析及其挑戰

- I. 依你的教學的年經驗，哪一個單元中的什麼概念，學生學得比較不好？
 - II. 這一個單元的數學教材中，最重要的學習目標(Big Ideas)為何？學生的先備知能為何？後續的學習目標為何？
 - III. 學生哪裡學不好？學生是怎麼想的？發生什麼錯誤或迷思？班上有多少學生會這樣？
 - IV. 你通常如何教此單元？怎樣使用教學材料？如何解決教學困境？課本教材之安排適合你的學生學習？
 - V. 你覺得自己的盲點在哪裡？有何因應之道？
 - VI. 其它：
-

單元教案設計的構思及其應注意事項：7W

- Why?
- What?
- How?
- When?
- Where?
- Whom?
- Who? (設計者/教學者)

觀摩教學演示之啟示：樂教→樂學→樂教→ ...

自學與共學

- 當我在講台上, 面對自己的學生, 要教這個單元/這節課時... 應該怎麼教?
- 教材內容(教學活動)編排?
- 教學手法展示?
- 學生學習表現?
- 其他?
- 學生學習真的發生!
- What→Why→How?

解讀課程綱要與教科用書

比較分析三版本教科用書之設計

- 課本
- 習作及其附件
- 教師手冊/教學指導
- 備課用書
- 教具
- 教學資源
- ...

課程綱要能力指標

- **N-3-22** 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(S-3-06)<分年細目5-s-05>

先備知識

3 下第四單元

- 認識面積和平方單位。
- 能用平方公分板實測和計算圖形的面積。
- 切割和重組圖形。
- 透過操作，認識簡單的三角形面積。

4 下第五單元

- 認識平方公尺，並了解平方公尺和平方公分的關係與換算。
- 認識長方形和正方形的面積公式。

教學目標:梯形面積(第3節)

- 能透過平行四邊形、三角形覺察梯形的高，並畫出。
- 能找出梯形的上底與下底。
- 能將兩梯形拼成平行四邊形，推測出梯形面積算法。
- 能了解梯形面積的求法。

注意事項

- 提醒學生用虛線表示所畫出的「高」，要和原圖形的邊做區別。
- 當學生面對梯形圖形內部的高無法同時銜接上、下底時：**(1)**提醒學生畫平行四邊形的高時，遇到類似問題的解決方法。**(2)**提醒學生利用三角板直角的一邊疊合於底。
- 教師在布題時，可適時加入腰邊長度，避免學生不加思索，直接解題，要讓學生有思考的機會，檢視是否真的理解。

一、喚起舊經驗 <5'>

- (一)平行四邊形的底、高與面積。
- (二)三角形的底、高與面積。

二、小組討論<13'>

- 學生 4 到 5 人一組，透過討論後，將梯形裁剪成學過的圖形，推測梯形的高如何判斷。
- (一)學生討論、裁剪。
- (二)學生發表、展示。

三、透過平行四邊形底與高經驗，讓學生理解梯形中兩條平行的對邊，若其中一條稱為上底，另一條則稱為下底，並同時和梯形的高垂直。<3'>

四、將兩個梯形拼成一個平行四邊形，請學生討論，並引導出梯形面積的算法。<9'>

- 1.平行四邊形的底和高，分別和原梯形哪裡一樣長？
- 2.平行四邊形的面積和原梯形的面積有什麼關係？(一)小組討論、紀錄。(二)學生發表、展示。

五、透過實際演練<8'>，檢視學生的學習狀況。在布題時，加入腰邊長度，增加學生思考的機會，檢視是否真的理解。(一)學生思考、練習。(二)學生發表、展示。

六、統整<2'>

- (一)歸納今日課堂所學。(二)交代回家的學習功課。(三)學生給予自己正面鼓勵。

解讀領域課程綱要與剖析教科用書

課程教材設計與教學活動之實施

Concept 概念 = (S情境、I不變性、R表徵)

- Why?
 - 為甚麼教這些活動?
 - 所引入的情境/脈絡合適嗎?
- What?
 - 用甚麼架構/結構/內容?
 - 有何教學資源去思考教學策略?(操作/圖示/算式 ...)
- How?
- Where?
 - 教學活動之安排次序!
- When?
 - 術語/符號/算式/公式的認識、理解與熟練
- Whom?
 - 先備知能的檢驗以及未來發展的啟示
- WHO?
 - 形成性評量與總結性評量之形式及其內涵

Thinking about ...

奠基 → 思考與探究

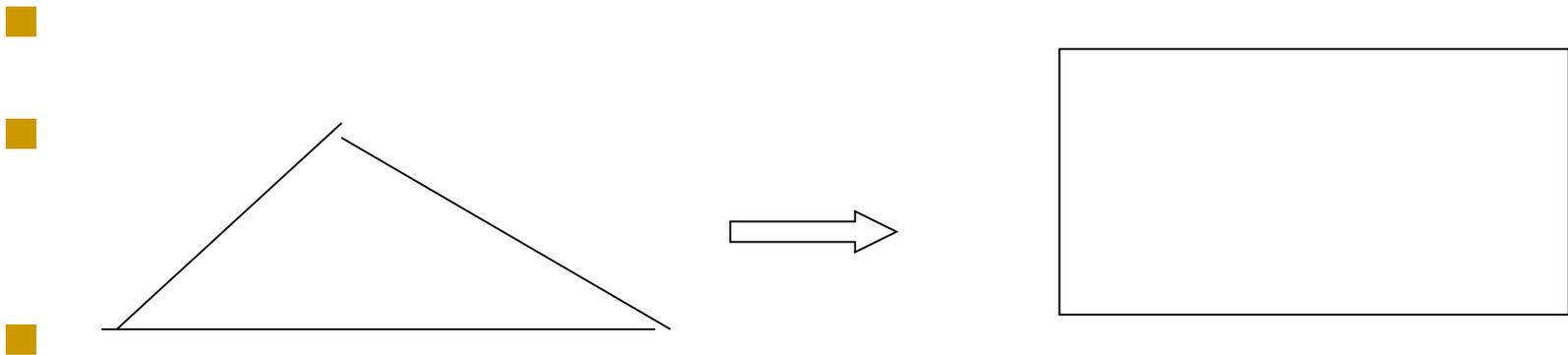
- 面積 VS 周長
體積 VS 表面積
- 面積公式之引介演進
 - 長方形面積公式
 - 正方形面積公式
 - 平行四邊形面積公
 - 三角形面積公式、
 - 梯形的面積公式

圓面積公式
扇形的面積公式
不規則之圖形面積

【等積異形摺剪拼湊】

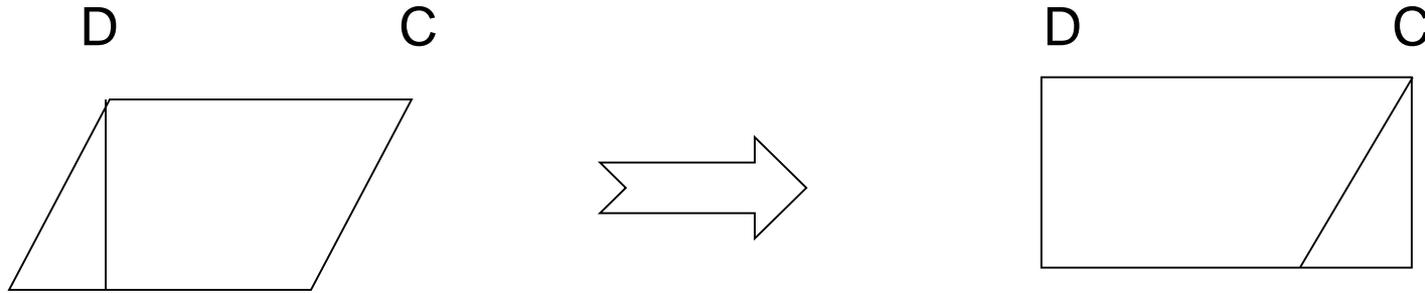
$$\text{三角形面積} = (\text{底} \times \text{高}) \div 2$$

- 請將任意一個三角形，利用折疊拼湊、剪貼方式，變為一個等積的長方形！



請說明你的做法及理由。

<A9> 在小學數學課程中，平行四邊形ABCD面積，可用下列剪貼拼湊方式求得

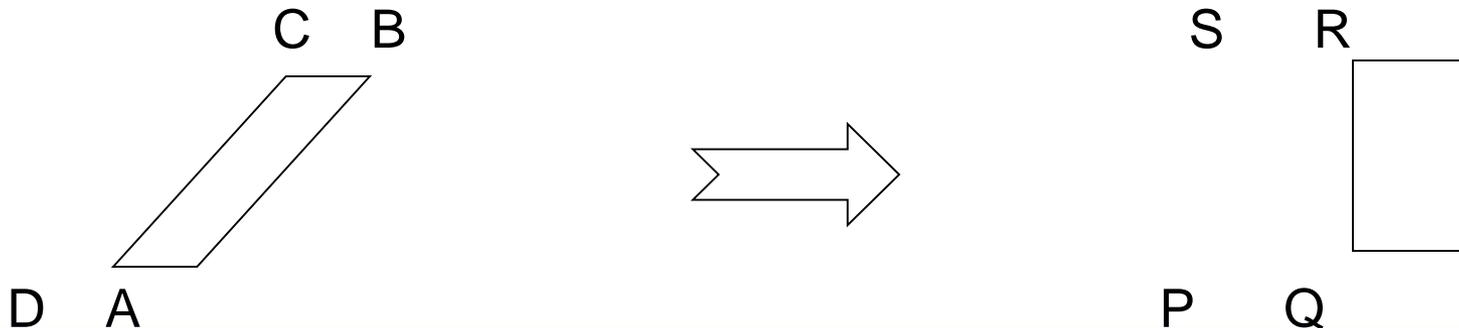


A H B

H A K

即平行四邊形ABCD面積=矩形HKCD面積=KH x DH=AB x DH。

請問如何將下列平行四邊形DABC面積，剪貼拼湊方式變形為一長方形PQRS？



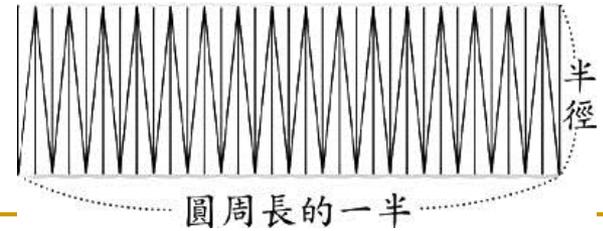
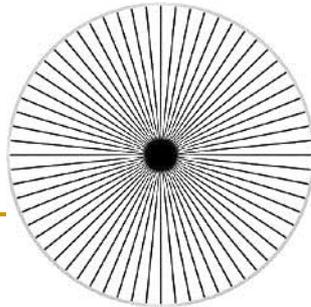
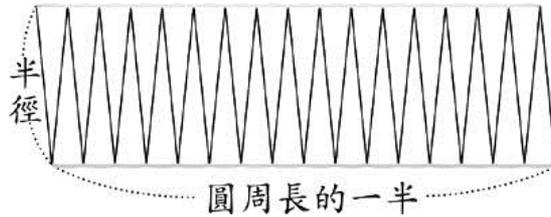
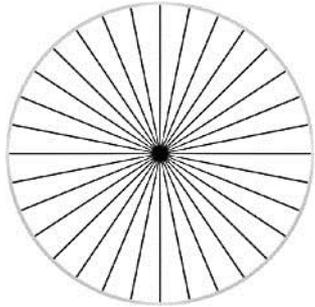
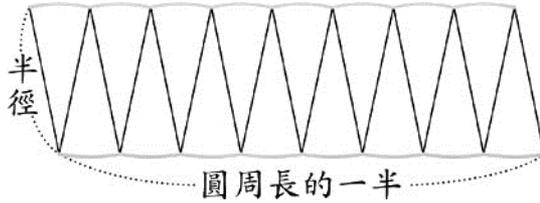
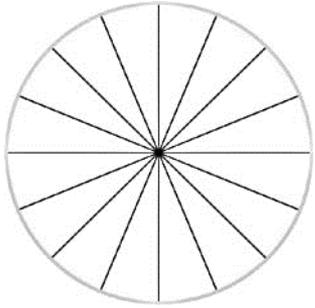
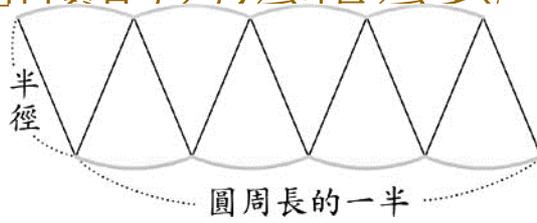
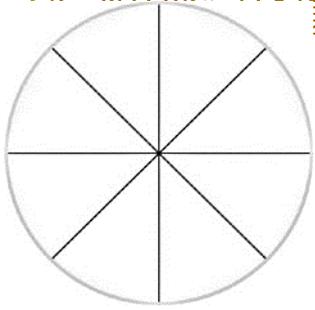
使得PQ =DA，而平行四邊形DABC之底邊DA上的高即為PS

求一長方形(長2英吋、寬3公分)的面積?

1英吋=2.54公分



4.1 圓面積的方法和公式，並加以運用。



第十七章

幾何思考與幾何概念

van Hiele 的幾何思考

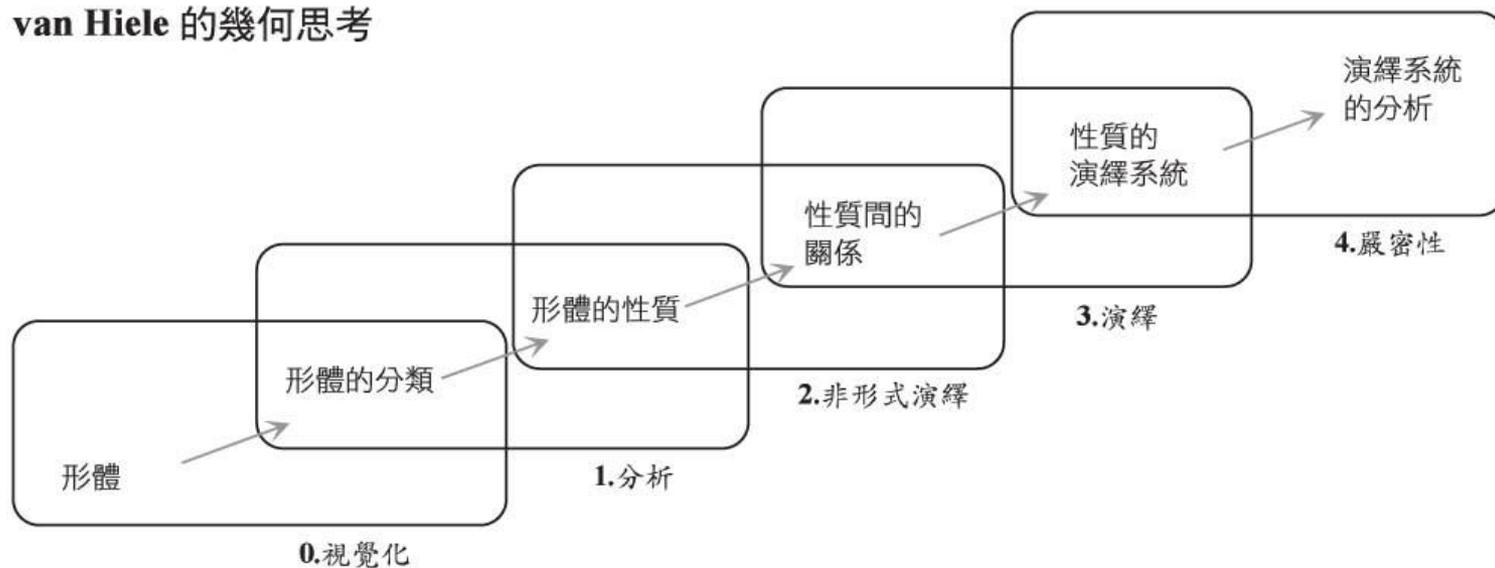


圖 17.3 每一個階段的幾何思考創造出來的想法，會成為下個層級的焦點或是概念

說課 二年級

認識平面圖形的周界及周長

新北市數學輔導團

吳偉全 主任

- Why?
- What?
- How?

- Where?
- When?

- Whom?
- WHO?

一、單元的期望的學習結果

- (一) 單元學習目標
- (二) 課程綱要學習重點(學習表現與學習內容)

二、學生與教材分析

- (一) 學生先備知識與可能的學習困難
- (二) 教材研究分析

三、各節次學習活動設計

(3節課，本節課為第1節:周界的認識)

四、本節課（第一節）的學習活動

- (一) 學習的主要概念與對應的活動
- (二) 素養導向的課程與教學
- (三) 學習活動的設計
 - 活動名稱/
 - 教學流程與主要布題/
 - 學生可能的反應/教學策略介入與評量
 - 時間/
 - 對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)

五、參考資料(各版本本單元分析/文獻)

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

- 1.在具體情境中認識圖形的內部、外部與周界。
- 2.能利用工具及直尺測量出圖形的邊長，並計算出周長。
- 3.能藉由討論覺察出特殊幾何圖形的邊長關係。

(二)課程綱要學習重點

學習表現

n-I-7理解長度及其常用單位，並做實測、估測與計算。

學習內容

S-2-4 平面圖形的邊長：以操作活動與直尺實測為主。認識特殊幾何圖形的邊長關係。含周長的計算活動。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識

- 1.學生先前已藉由操作活動能辨認簡單的平面圖形與立體形體，並能以幾何特徵適度進行分類。
- 2.學生能操作直尺測量長度，並報讀所量測的公分數，也能畫出指定長度的線段。

可能的學習困難

- 1.對於圖形的判定產生迷思。
- 2.使用直尺進行測量時，對於工具的使用與刻度的報讀出現困難

(二)教材研究分析

- 1.界定幾何圖形的「內部」、「外部」、「周界」於九年一貫課程中屬三年級的課程，現調整至二年級，教師於課堂進行引導時，不應直接宣告，應從學生熟悉的情境中發現各式簡單幾何圖形進行討論與辨認。
- 2.在區辨兩個幾何圖形的邊長與周界長度時，除了讓學生進行直觀的描述與比較時，應鼓勵學生以各式工具進行測量，再加以檢驗，如此當能使學生更能了解數學為驗證學科的事實。
- 3.在了解到不同工具測量同一邊長或周界後的結果，會造成溝通與認知上的歧異，因此更能讓學生體認到使用同一度量單位的重要性。

說課 新北市數學輔導團 吳偉全 主任 (認識平面圖形的周界及周長)

各節次學習活動設計 (學習目標/活動目標/評量方式)

第一節(本節演示)

1. 認識簡單幾何圖形的內部、外部、周界。
 - 1-1能說出簡單幾何圖形的內部、外部、周界。
 - 1-2能知道非封閉性的圖形無法辨別內部、外部及周界。

第二節

2. 測量簡單幾何圖形的邊長、周長
 - 2-1能思考與發展出使用生活中的工具測量出簡單幾何圖形邊長、周長的策略，並進行測量。
 - 2-2學生能使用直尺(公制單位)進行簡單幾何圖形的邊長、周長實測，並能正確紀錄。

第三節

3. 認識特殊幾何圖形的邊長關係
 - 3-1 能藉由討論活動，認識特殊幾何圖形的邊長關係。

活動目標

- 1-1能正確分辨並說出簡單幾何圖形的內部、外部、周界。
- 1-2能明白完整的幾何圖形才有辦法分辨內部、外部及周界。

對應的學習活動

- 1-1-1透過投擲黏黏球的團體活動，引發學生對於分辨幾何圖形內部、外部及周界的需求關注。
- 1-1-2藉由影片與圖片的討論，讓學生發現生活中需要分辨幾何圖形內部、外部及周界的具體情境。
- 1-1-3介紹「沙壺球」的歷史與規則，並從遊戲中內鑠辨幾何圖形內部、外部及周界的認知。
- 1-2-1藉由成語故事「亡羊補牢」，強化學生對於正確分辨幾何圖形內部、外部及周界的認知。
- 1-2-2藉由磁鐵在三角鐵的相對位置，明白封閉性的幾何圖形無法明確辨別內部、外部及周界。

第 1 節課的學習活動 (二) 素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點

與本節課活動內容的關聯說明

轉

- T1 情境問題轉化
- T2 新舊經驗銜接
- T3 數學概念聯結

- T1：引導學生將生活情境與遊戲情形中的待解問題進行觀察與思考。
- T2：以生活中的實例、學生曾經玩過的黏黏球投擲遊戲引發學生對於辨認相關標的物位於幾何圖形相對位置的描述需求。

做

- D1 概念操作理解
- D2 解題策略探究
- D3 數學語言溝通

- D1：藉由改良式沙壺球遊戲中建立學生對於物品與幾何圖形的內、外部的直接經驗。
- D3：從學生原有經驗中對於標的物位於幾何圖形相對位置的描述轉化為共通約定的「內、外部與周界」的數學語言描述。

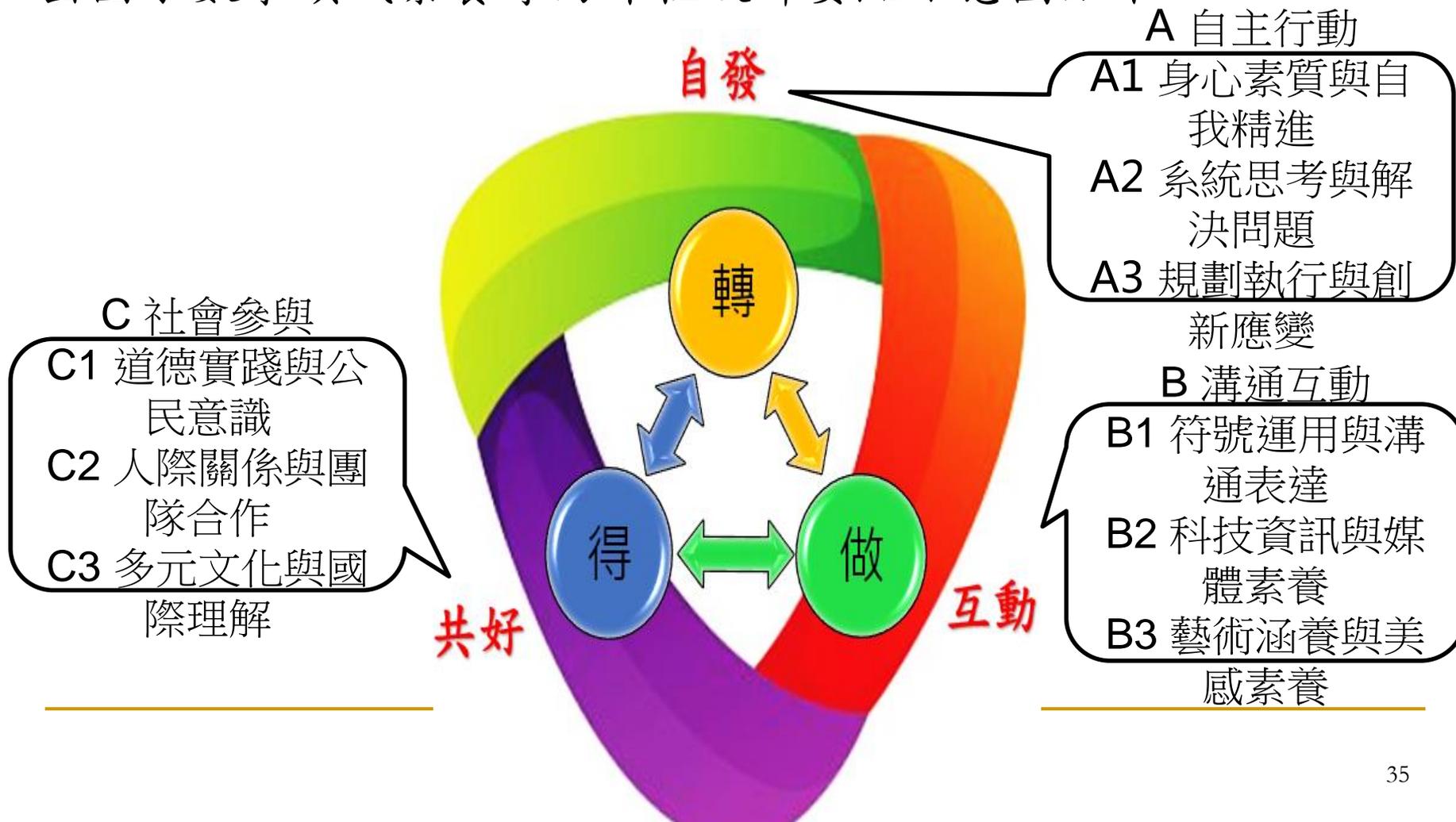
得

- G1 思考能力提升
- G2 解題態度培養
- G3 共同學習增能

- G2：以「沙壺球」相關藝術作品與比賽體驗，讓學生感受數學幾何圖形的素養，並發展出關心多元文化與數學語言的表徵方式。
- G3：以「三角鐵」的教學實例，引導學生共同探索對於幾何圖形的封閉與否的意義。

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

本團依十二年國教數學素養課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程設計要點示意圖如下：



新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

轉

數學素養導向 課程與教學設計要點

1. 情境問題轉化-

察覺生活情境脈絡(含跨領域)中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。

2. 新舊經驗銜接-

連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。

3. 數學概念連結-

將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

數-E-A2

具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

B 溝通互動

數-E-B1

具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。

數-E-B2

具備報讀、製作基本統計圖表之能力。

C 社會參與

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

做

數學素養導向 課程與教學設計要點

1.概念操作理解-

透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。

2.解題策略探究-

熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。

3.數學語言溝通-

解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

數-E-A1
具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。

B 溝通互動

C 社會參與

數-E-C1
具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。
數-E-C2
樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

數學素養導向 課程與教學設計要點

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

B 溝通互動

C 社會參與

1. 思考能力提升-

由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性，並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。

2. 解題態度培養-

培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。

3. 共同學習增能-

尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題的想法，進而感受數學之美。

數-E-A1

具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

數-E-B3

具備感受藝術作品中的數學形體或式樣的素養。

數-E-C1

具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

數-E-C2

樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

數-E-C3

具備理解與關心多元文化或語言的數學表徵的素養，並與自己的語言文化比較。

得

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

三大要素

數學素養導向課程設計要點

轉

(Transfer)

轉化

1. **情境問題轉化**-察覺生活情境脈絡中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。
2. **新舊經驗銜接**-連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。
3. **數學概念連結**-將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

奠基

連結

做

(Do)

操作

1. **概念操作理解**-透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。
2. **解題策略探究**-熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。
3. **數學語言溝通**-解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。

探究、操作

得

(Gain)

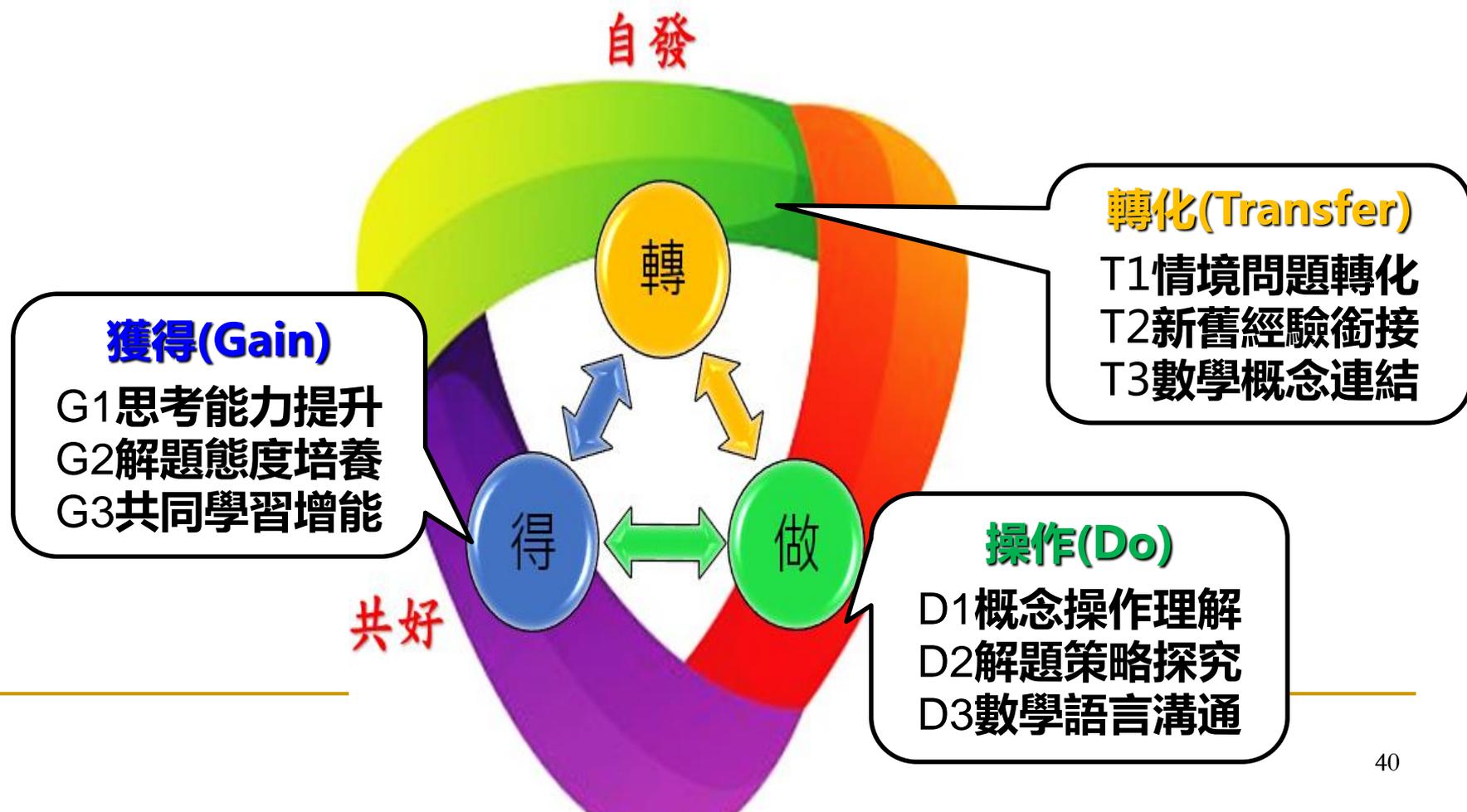
獲得

1. **思考能力提升**-由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性，並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。
2. **解題態度培養**-培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。
3. **共同學習增能**-尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題

合作、互動、發表、溝通

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

本團依十二年國教數學素養課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程設計要點示意圖如下：



說課 新北市數學輔導團 吳偉全 主任 (認識平面圖形的周界及周長)

(三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【活動一】擲準大賽 <5'>

- 1.老師手持黏黏球，詢問學生是否玩過，嗣後老師於黑板上畫出一個圓形，並請一位學生站在講台下，持黏黏球投擲五次，由其他學生判斷是否投進，或未投進圓形的圖形內。
- 2.每投擲完一次，教師將球取下，並以彩色磁鐵代替球黏住的位置，並在一旁以數字表示投擲的序數。
- 3.待5次投擲完後，老師即引導學生進行討論。

教師提問：

- 1.剛剛甲同學投擲五次的黏黏球，分別落在圓形圖形的何處位置？請學生二人一組相互討論。
- 2.請學生說一說這五個磁鐵的位置。→請學生依其經驗及討論後情形描述。

<學生投擲黏黏球的落點會出現三種情形，即球落在圓形的內部、外部及周界上，唯此時學生在進行判斷時，可能會以自身經驗回答：「有投進和沒投進」。經過討論後，學生可能出現的回答：黏黏球黏在圓形圖形的上面、裡面、左邊、右邊、線線上...等。此時老師不宜直接宣告「內部」、「外部」、「周界」等名詞。可和學生共同約定使用的名詞，例如：「裡面、外面、線上」，藉以引發學生的學習動機。>

說課 新北市數學輔導團 吳偉全 主任 (認識平面圖形的周界及周長)

(三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【活動二】正確分辨內、外部<5'>

- 1.教師播放以下圖片或短片：
 - A.排球運動對牆高手托球的落球點判斷。
 - B.古早味童玩—打彈珠影片
 - C.直升機降落的位置。
 - D.停車
- 2.請學生說說各個影片或照片的最後，有多少標的物品停留在各個幾何圖形的內部、外部(共同約定使用的名詞，例如：「裡面、外面、線上」)。
- 3.教師小結班上同學對於標的物品停留在各個幾何圖形的內部、外部的描述，共同討論如何敘述會更容易說明、更有效表示。
- →引出約定的用語：「內部」、「外部」、「周界」

<通過相關的影片及照片觀看，加深學生對於圖形內、外部的印象。>

說課 新北市數學輔導團 吳偉全 主任 (認識平面圖形的周界及周長)

(三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【活動三】沙壺球大賽 <18'>

- 1.以簡報方式介紹英國畫家約翰·納許(John Nash)的畫作，讓學生認識英國的傳統遊戲：「沙壺球」。<配合簡報進行說明。十五世紀的英國宮廷，悠閑的貴族們，偶然發現推硬幣帶來的新奇、刺激，他們將硬幣滑向長桌另一端畫有界限或得分區域(幾何圖形)，藉以計算分數比較勝負。> <5'>
- 2.請學生2人一組，利用教室地板上的幾何圖形(正方形地磚)，或是共同繪製一個幾何圖形，當作目標區域，每人推三顆球(以象棋棋子代替)，進行簡易式的沙壺球比賽。規則：停在目標區域(幾何圖形)內部的棋子即得1分。<可鼓勵學生於講台上或教室內平坦的地方進行。教師可適度進行行間巡視，留意學生的比賽情形，以及學生對於判別每一球所使用的語言是否能與「內部」、「外部」、「周界」進行連結。> <10'>
- 3.遊戲結束後，請學生說說看：<3'>
 - (1)自己有__顆棋子停在內部，__顆棋子停在外部。
 - (2)是否有無法判斷的情形？
 - 棋子停在圖形三角形邊界上的情形，該怎麼說？
 - 引導學生認識「周界」。



說課 新北市數學輔導團 吳偉全 主任 (認識平面圖形的周界及周長)

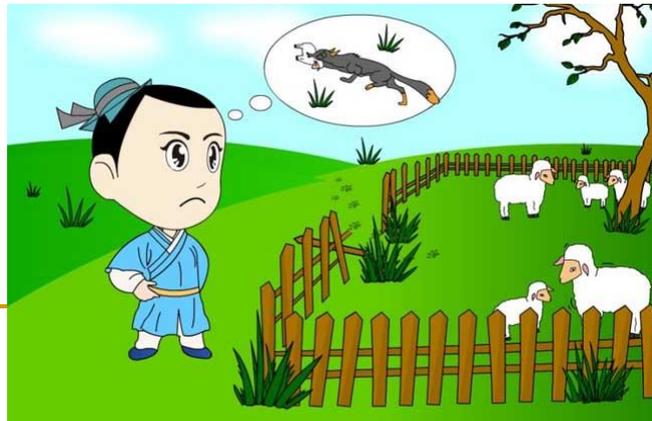
(三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【活動四】成語故事《亡羊補牢》(2')

- 補充：老師講述《戰國策·楚策四》中的成語典故：《亡羊補牢》的故事，強化學生對於圖形「內部、外部與周界」的理解。<使用成語故事主要用意在讓學生加強感受「非封閉」的幾何形體無法區分內外，因故事內容學生耳熟能詳，因此不刻意營造劇情效果，主要重點在於讓學生體會「補與不補」關係到羊圈是否完整，在不完整的情形下(非封閉)，羊圈內的羊及羊圈外的大野狼無明確的區隔。>
- 教師邊說故事的同時，於黑板上畫出一個長方形的羊圈，並以磁鐵代替羊隻，畫完後擦去一邊，代表破洞。
- (圖片來源：<http://www.qnong.com.cn/news/tupian/11695.html>)

關鍵提問：

- 1.當羊圈破了一個大洞，我們怎樣做才可以分辨內部和外部嗎？
- 請學生發表想法。

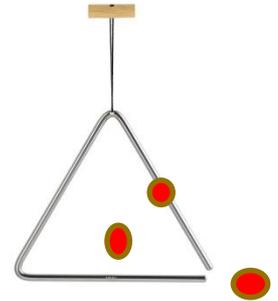


說課 新北市數學輔導團 吳偉全 主任 (認識平面圖形的周界及周長)

(三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

【活動五】缺了一角的三角鐵<8'>

- 1.老師拿出一個三角鐵，並固定在黑板上。
- 2.使用磁鐵依序放置於不同的位置，如下圖：
- 3.請學生相互討論，這三個磁鐵是位在三角鐵的什麼位置
- 學生可能沒有發現到三角形已經變成「非封閉的」情形，因此可能回答的情形：『這三個磁鐵分別位在三角鐵的內部、外部與周界上。』



教師提問：

- 如何分辨圖形的內部和外部？

學生可能回答：

- 內部和外部是用圖形的周界來分辨的，如果周界不完整，這個圖形也就不完整，就無法明確分辨內部和外部了。
- 4.教師於黑板上畫出另一個完整的三角形，並放置彩色磁鐵於內、外部和周界，供學生進行確認。

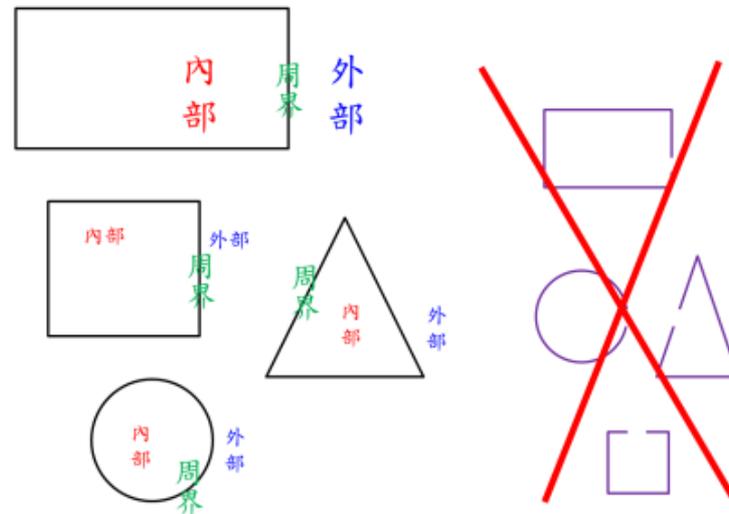
<學生對於三角鐵的實物形狀與幾何圖形三角形的連結可能會有迷思，此時可適度忽略立體特性，將其看做2D的平面圖形。>

說課 新北市數學輔導團 吳偉全 主任 (認識平面圖形的周界及周長)

(三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量/時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)>

歸納總結：<2'>

- 教師以簡單幾何圖形為例，請學生分辨這些圖形的內部、外部與周界。



數學領域課綱實施相關資源-課程手冊



- 壹、發展沿革與特色
- 貳、課程架構
- 參、核心素養與學習重點呼應說明
- 肆、學習重點解析
- 伍、素養導向教材編寫原則
- 陸、數學領域之議題融入說明
- 柒、教學單元案例
- 捌、新舊課綱之課程實施銜接分析與建議
- 玖、實施要點重點說明
- 拾、課綱 Q & A
- 附錄一、十二年國教數學領域課程綱要與九年一貫課程差異對照表
- 附錄二、數學名詞解釋
- 附錄三、108 數學課綱之計算機規格說明

網址：<https://www.naer.edu.tw/files/11-1000-1625.php?Lang=zh-tw>

關鍵字：協力同行

這一課:教什麼?怎樣教?為什麼?

一年級 認識平面圖形的周長與面積

S-2-4 平面圖形的邊長：以操作活動與直尺實測為主。認識特殊幾何圖形的邊長關係。含周長的計算活動。

備註：周長計算為簡單加法連加，不受限於兩步驟加法的限制。本條目強調操作與簡單計算，但不處理公式。

n-I-7

連結：N-2-11、S-2-2、S-2-3。

後續：S-3-2。

基本說明

1. 本條目以操作活動與直尺實測為主，運用 S-2-3 所學，測量平面圖形的邊長，也可進行相應的周長計算。
2. 認識特殊幾何圖形的邊長關係。例如正三角形三邊等長（即使三角形未命名，仍可進行此活動），等腰三角形兩腰等長，正方形四邊等長，長方形對邊等長等等。當然「對邊」、「等腰三角形」、「腰」這些詞不見得出現在教學現場。教師若要使用這些專詞，應予以充分之引導與說明。
3. 介紹簡單幾何圖形的內部、外部、周長，並測量簡單幾何圖形的周長。知道正三角形周長是邊長的 3 倍，正方形的周長是邊長的 4 倍，也會計算例如長方形的周長。因此，本條目教學應放在學生比較熟悉十十乘法之後。

條目範圍

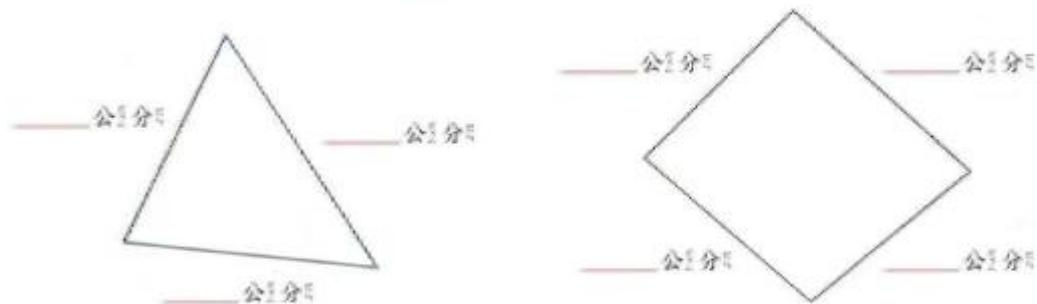
1. 周長計算是簡單加法連加，不受限於兩步驟加法的限制（N-2-8）。
2. 基本上以操作活動為主，發現幾何性質，並做簡單計算。不強調邊長性質是否能刻畫所測的平面圖形，也不強調公式。

釋例

1. 測量平面圖形的邊長。

運用 S-2-3 所學測量平面圖形的邊長

例 1：量一量，下列圖形每一邊有多長。



123

2. 認識特殊幾何圖形的邊長關係

透過實測活動，認識正三角形三邊等長，等腰三角形兩腰等長，正方形四邊等長，長方形對邊等長。(註：「對邊」、「等腰三角形」、「腰」在教學上不一定要出現。教師若使用這些專詞，應予以充分之引導與說明。)

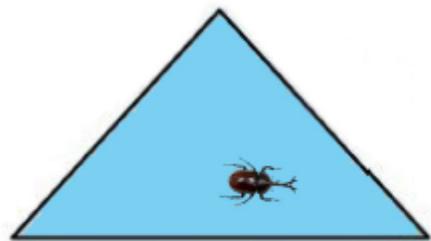
例 1：量一量，底下兩個三角形的每一邊有多長？紅色三角形的 3 個邊都一樣長嗎？藍色三角形的 3 個邊都一樣長嗎？那些邊長度一樣長？



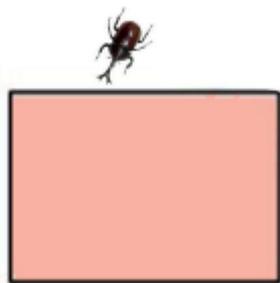
例 2：量一量，底下兩個四邊形的每一邊有多長？綠色四邊形的的 4 個邊都一樣長嗎？黃色四邊形的 4 個邊都一樣長嗎？哪些邊長度一樣長。



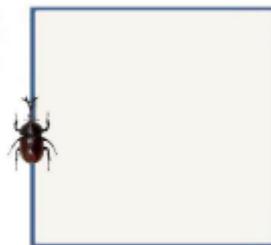
3. 幾何圖形的內部、外部和周界。



獨角仙在三角形內部



獨角仙在長方形外部
(《部》第六冊第8頁)。

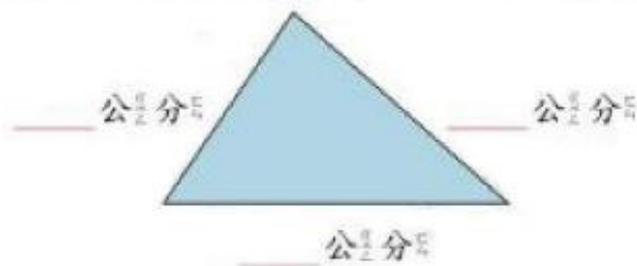


獨角仙在正方形周界上

4. 測量並計算簡單幾何圖形的周長

例 1. 量一量，三角形的每一邊長有多長，再算算看它的周長？

① 量一量，看看這個三角形的每一邊有多長？



② 上面三角形的周界有多長？寫出算式做做看。

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

三角形周界的長，
就是三個邊加起來的長度。

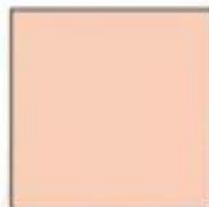


例 2. 量一量，正方形的每一邊長有多長，再算算看它的周長？

 2 量出下面的正方形的每一邊有多長，再計算它的周長。

正方形每一邊都一樣長，將4個邊加起來就是周長，也可以用乘法來算。

$$\underline{\quad} \times 4 = \underline{\quad}$$



例 3. 量一量，長方形的每一邊長有多長，再算算看它的周長？

 3 長方形的周長是幾公分？



長方形的周長是兩個長邊與兩個寬邊的和。



本問題有很多列式的可能，學生只要能說明自己的算式即可。

評量

1. 評量重點：

- (1) 實測平面圖形邊長，知道正方形四邊相等、長方形兩對邊長相等、正三角形三邊相等、等腰三角形兩腰相等。
- (2) 認識周長是平面圖形周界的長度，透過實測與加法計算一般平面圖形周長。
- (3) 知道正三角形周長是邊長的 3 倍，正方形周長是邊長的 4 倍。

2. 評量注意事項：

- (1) 評量重點 1.所提專有名詞(對邊、等腰三角形、腰)在教學上不一定出現。
- (2) 此條目重點在透過實測活動，認識特殊幾何圖形的邊長關係，而非以邊長關係來定義平面圖形。教師的評量重點不是幾何圖形的命名。
- (3) 評量圖形邊長測量時，其邊長應為整公分數。
- (4) 評量以乘法進行周長計算時，須以乘法十十乘法為範圍。

S-2-1 物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體（包含平面圖形與立體形體），並連結幾何概念（如長、短、大、小等）。

備註：本條目之活動應以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。

s-l-1

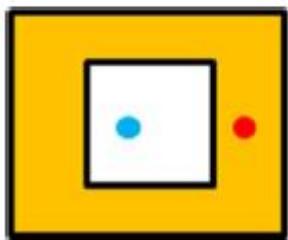
評量

1. 評量重點

在操作活動中辨認日常身邊形體的特徵：非嚴格定義的頂點、角、邊、面，周界、內外。
本條目僅作操作評量。

2. 注意事項

評量內外概念時，應迴避複雜而容易引起誤解的圖形，如「環」狀圖形或螺旋狀圖形。



教學活動設計(教案)

- 格式 (format)
 - 內涵 (content)
-

單元教案設計: 格式(Format)與內容(Content)

- 壹、教學說明研究部分
- 貳、教學活動流程部分
- 參、總結性評量部分
- 肆、教學省思與改進教案部分

壹、教學說明研究部分<參考>

一、基本資料

- 單元名稱
- 適用年級
- 教學節數
- 教材來源

二、單元教學目標

- 能力指標與分年細目詮釋
- 轉化為本單元教學目標
- 落實具體之活動目標

三、教材地位分析

- 過去:先備知能
- 現在:應學到之知能
- 未來:繼續發展之知能

四、各節教學重點

- 教學時數之配當
- 簡述各節之活動

五、教學研究說明

- 學科知識 (CK)
- 教學知識 (PK/PCK)
- 學生知識 (SK)
- STEAM
- 其他(數學史-情境-評量-...)

六、教學資源

- 教具/學具之種類
- 師生需求之數量
- 其他(社區-數位-虛擬-...)

七、設計理念

- 基本能力
- 重要議題之連結

貳、教學活動流程部分<參考>

教學內容摘要 (結構完整層次分明)	主要活動布題 引導 (含重要問話)	教與學之互動 歷程 (含預期學習策略與迷思概念)	評量重點 (觀察學生反應 調整教學活動之進行)	時間配當 (每個活動預計 使用時間)	數學領域核心 素養
<第一節>					
<第二節>					
<第三節>					
<第四節>					

參、總結性評量部分

- 一、單元/定期測驗卷之編制
- 二、另類評量

肆、教學省思與改進教案部分

- 一、教學成效之評估(Students' Performance)
 - 二、教學設計之修改(What? Why? How?)
 - 三、教學歷程檔案之建置(Portfolio)
-

Key Competencies: 基本能力 V.S. 核心素養

基本能力

- 1.瞭解自我與發展潛能
- 2.欣賞、表現與創新
- 3.生涯規劃與終身學習
- 4.表達、溝通與分享
- 5.尊重、關懷與團隊合作
- 6.文化學習與國際瞭解
- 7.規劃、組織與實踐
- 8.運用科技與資訊
- 9.主動探索與研究
- 10.獨立思考與解決問題

核心素養

- **A自主行動**
 - A1身心素質與自我精進
 - A2系統思考與解決問題
 - A3規劃執行與創新應變
- **B溝通互動**
 - B1符號運用與溝通表達
 - B2科技資訊與媒體素養
 - B3藝術涵養與美感素養
- **C社會參與**
 - C1道德實踐與公民意識
 - C2人際關係與團隊合作
 - C3多元文化與國際理解

數學領域課程綱要核心素養:

知、行、識



- 「**知**」就是「**學什麼**」或者「**是什麼**」，指的是數學內容；它包括數學素養所強調的改變與關係、空間與形狀、數量、不確定性和資料。
- 「**行**」就是「**怎麼做**」或者「**怎麼用**」，指的是學生所能展現出來的數學能力，包括程序執行、解題、溝通、論證等等現今數學教育主要的能力面向。
- 「**識**」就是「**為什麼**」、「**你認為**」、「**是什麼**」，指的是對數學的內在認知與情意涵養，包括概念理解、推理、連結、後設認知、以及欣賞數學的美。

Mathematics is the science of patterns and order.

數學是一門樣式和秩序的科學



CNN評選世界12處

最美夕陽 之一。

關山夕照美冠全球！



發展式的數學教學 (張英傑, 2005)

- 教師應以「**概念理解奠基、熟悉程序歷練**」為經，「**配合情境經驗、具體操作輔助**」為緯去編織課程，採取「**解題導向**」導引深入的**奠基探究**之溝通教學模式；
- 讓學生能**經驗、察覺、瞭解**數學概念，而能加以組織內蘊化為**認知基模Schema**；再給予充足的時間和空間，能**自動化**運用所習得的數學知識。
- **知識 → 見識 → 賞識 數學之美與利**

理念（理想與信念）

數學是有用的!數學無所不在!

「動『手』用『腦』『玩』數學!

人本數學!

『台灣數學』 M.I.T.
(Mathematics In Taiwan)

- 教得有感覺
- 學得有意義
- **To Learn Math with the Kids!**
如何與孩子一起學習數學?



學校數學課程目標： (Goals & Objectives)

為什麼學校有數學課程？

- 數學素養 (Mathematical Literacy)
(**Numeracy**)
- 數學功力 (Mathematical Power)
- 數學能力/數學力 (Mathematical Competence)
- 數學精熟 (Proficiency in Mathematics)

數學素養 / 五股能力

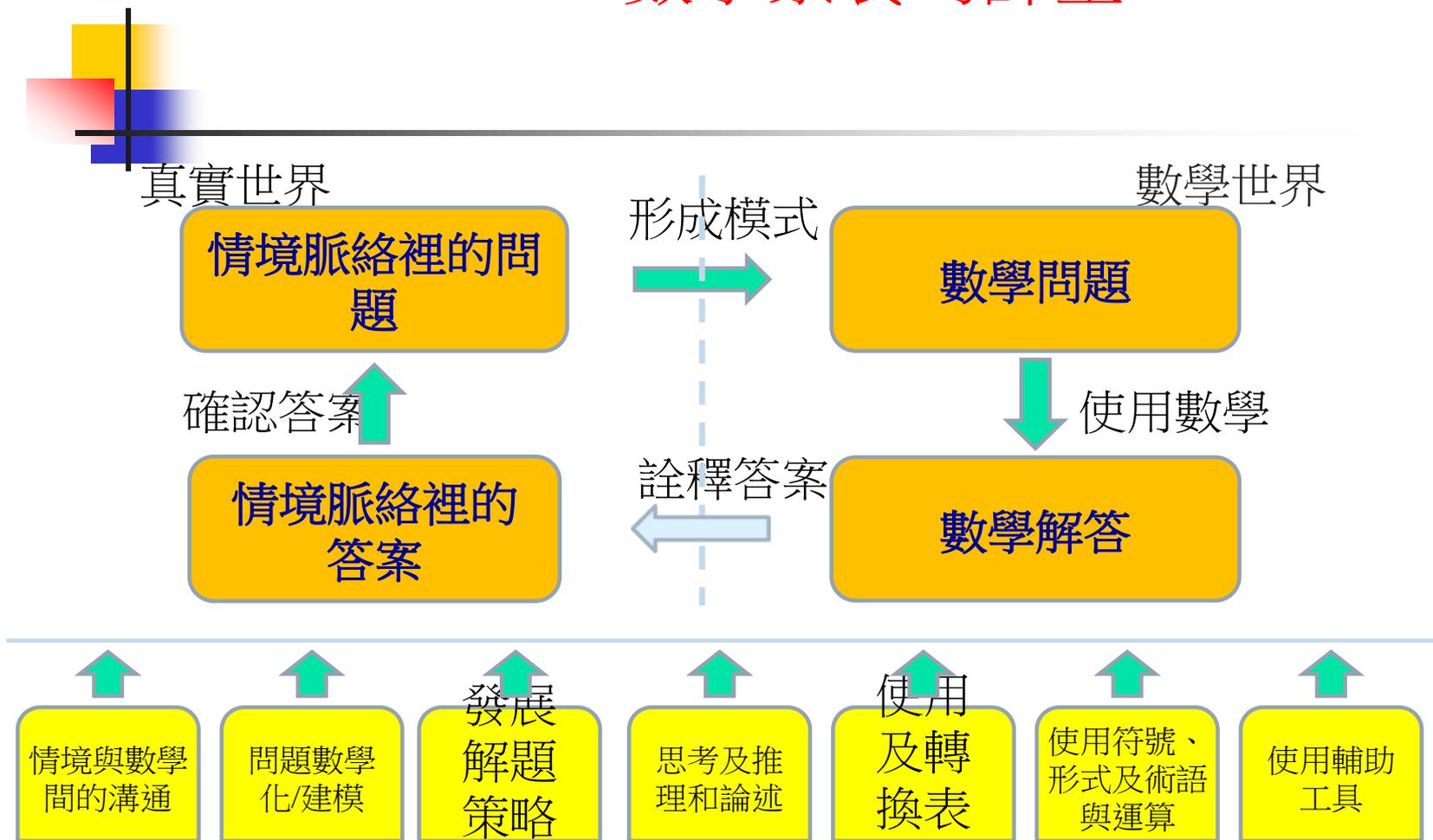
(Kilpatrick et al. ,NRC, 2001)

- 概念理解(C)
Conceptual understanding
- 程序流暢(P)
Procedural fluency
- 策略應用(S)
Strategic competence
- 適性推理(A)
Adaptive reasoning
- 建設性傾向(D)
Productive disposition

學生能力國際評量計畫 (PISA)

1

PISA數學素養的評量



數學力/數學能力 (mathematical competencies)) 32 32

國際學生能力評量計畫

Programme for International Student Assessment (PISA)

數學素養::

- **Mathematical literacy** is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts.
- It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena.
- It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and
- to make the well-founded judgments and decisions needed by
- **constructive, engaged and reflective citizens.**

數學素養的教學

<從學以致用體會素養>

(施皓耀,2018-10-20)

*學生

- 認知(直覺簡單) →
- 形成(概念連結) →
- 使用(解決問題)

*教師

- 設計學習單(清楚的教學脈絡)→
- 課堂對話(有質感的教與學) →
- 學習成效(自在的知識理解)

- <數學教學創新及品質提升>(林福來,2018-9-18,2018-10-19)

- 發展態度優先的教學信念 →

- 經驗有感學習的學習觀 →

- 實作師生共建的教學觀 →

- 有感 →

- 能體現(realization) →

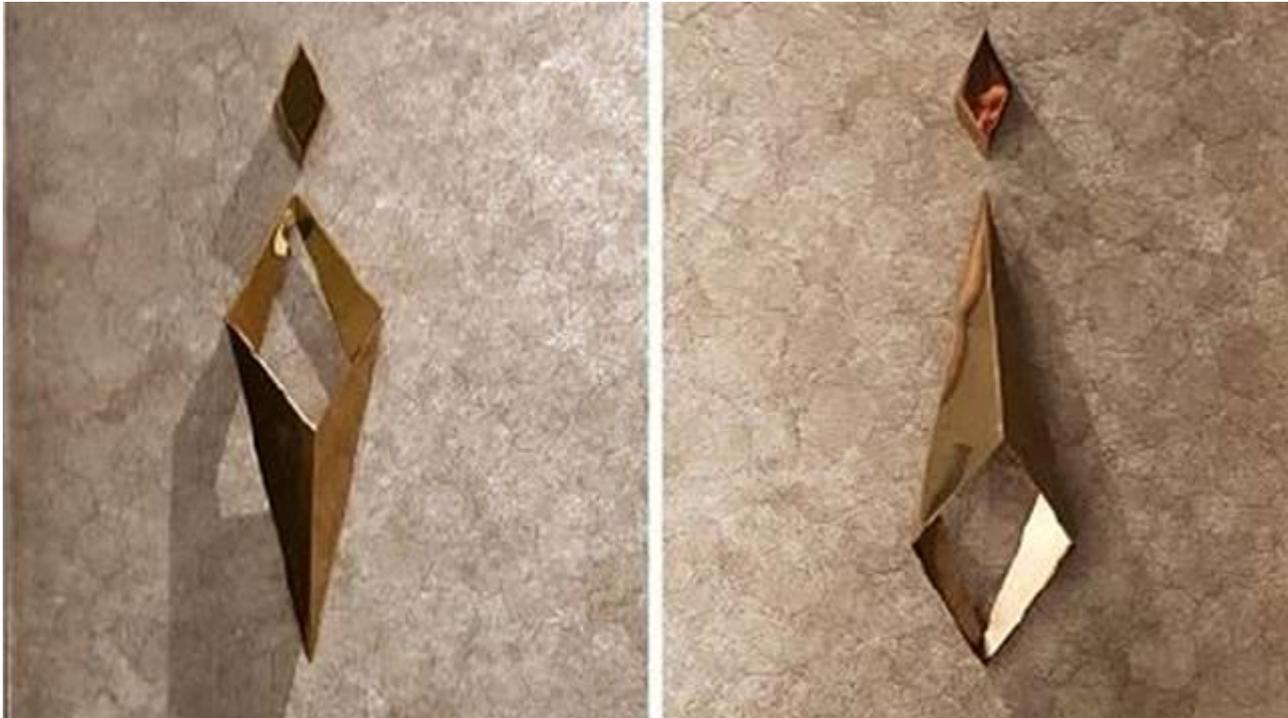
- 會用

數學語言 概念= (情境、不變性、表徵)

- 你如何用一種讓大家都理解的方式，去解釋COMPLETE和FINISHED之區別？
- (2012英國倫敦語言大賽題目)
- When you marry the right woman, you are COMPLETE.
- 娶對老婆，一輩子成功。
- When you marry the wrong woman, you are FINISHED.
- 娶錯老婆，一輩子完了。
- And when the right one catches you with the wrong one, you are COMPLETELY FINISHED
- 當老婆抓到你和小三，你就徹底完蛋！
- <圭亞那選手 Samsunder Balgobin>

泰廁所標誌太難懂

https://today.line.me/TW/pc/article/GGXZj6?utm_source=lineshare (封面圖／翻攝自《泰國頭條新聞》微博)



TIMSS

成就	2003	2007	2011	2015
四年級	4	3	4	4
八年級	4	1	3	3

不喜歡 學數學	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	38%VS 19%	56%VS 38%
學數學沒 有自信	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	46%VS 23%	60%VS 43%
認為數 學無用		八 年級
台灣VS 國際平均		41%VS 13%

MATH-PLC (Professional Learning Community)

數學領域專業學習社群 共同學習 \leftrightarrow 樂於教學
Learning Together, Enjoying Teaching

- 數學知識
- 教學知識
- 學生知識
- 數學教學知識
- 數學教學
- 專業論辯能力
- 太魯閣砂卡噹步道. 榮膺全球十大必遊景點



<http://forestlife.info/Onair/096.ht>

人為什麼工作?

- 《哈佛商業評論》
- 人們不得不工作
- 工作是為了賺錢
- 《經營中的人性》(MIT道格拉斯·麥格雷戈教授)
- **使命感比金錢和懲罰更有效**
- 《超越表現:機構如何樹立競爭優勢》
- (賓夕法尼亞大學斯科特·凱嘯教授&科林·普林斯教授)
- 向員工啟發**使命感**找到**工作意義**之所在
- 《哈佛商業評論》
- **平凡的工作也有意義**

英國喜劇演員Daniel Sloss 『拼圖理論』：我們的社會讓人覺得，如果你沒有和某個人在一起，你就是不完整的。
(在Ntflix的<Jigsaw and Dark>節目分享)

What's wrong with you?

- Necrosis
- Illness
- Pathology

What's right with you?

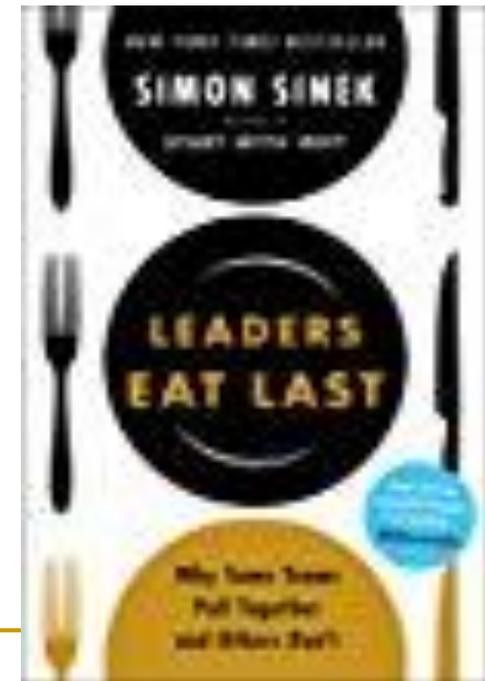
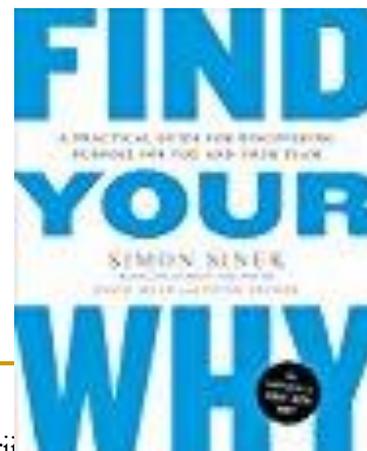
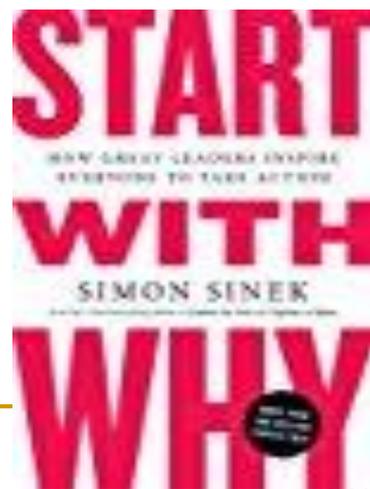
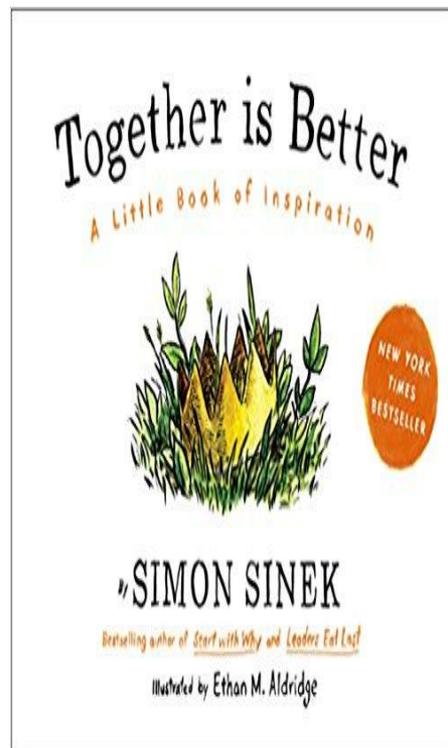
- Enagement
- Meaning
- Life Satisfaction

Together Is Better: A Little Book of Inspiration

Leaders Eat Last: Why Some Teams Pull Together and Others Don't

Start with Why: How Great Leaders Inspire Everyone to Take Action

Find Your Why: A Practical Guide for Discovering Purpose for You and Your Team



Find your WHY

Share The Golden Circle:

■ Simon Sinek's WHY

To inspire people to do the things that inspire them **so that**, together, we can change our world.

我想激勵別人去做感召他(她)們的事，這樣一來，我們就會改變這個尸`ㄣ一せ`。

■ My WHY

把握當下，珍惜這裡，做自他貴人!

Be valued as well as valuable!

省思行動：信賴+合作=協力

■ 共識

■ 共事

■ 共力

- 學校寧靜
- 自然對話
- 相互學習
- 相互傾聽
- 相互回響

慈悲喜捨 / 平安喜樂

做就對了！

Just do it !

有 心

+

用 心

+

耐 心

>>>

信 心
NITUE drijchang



謝意與敬意

得緣惜緣

有情有意

盡心盡力



大家一起為台灣數學教育打拼

dr.ijchang@gmail.com