

新北市國小數學輔導團

中和區秀山國小教學演示 (2018/12/07)



四年級 統計圖表 (1/4--認識長條圖)
六年級 速率 (綜合練習—挑戰題)

張英傑

dr.ijchang@gmail.com

退休教授

National Taipei University of Education

Department of Mathematics and Information Education



國立台北教育大學數學暨資訊教育學系

National Taipei University of Education



感謝大家的參與!

秀山國小 張文斌 校長 行政團隊協助
秀山國小 陳柔安 老師 教學演示 (6年)
輔導團員 馬恬舒 老師 教學演示 (4年)

- 共同備課
- 公開說課/觀課
- 集體議課
- 記錄教學檔案
(省思成長)



我們都是共同學習者(*co-learners*)!

「自發」、「互動」、「共好」

- 學生的數學力 (*Mathematical Power*)
- 教師的教學力 (*Pedagoical Power*)
- 師培者的教育力 (*Educational Power*)

觀摩教學演示之啟示：樂教→樂學→樂教→ ...

自學與共學

- 當我在講台上, 面對自己的學生, 要教這個單元/ 這節課時... 應該怎麼教?
- 教材內容(教學活動)編排?
- 教學手法展示?
- 學生學習表現?
- 其他?
- 學生學習真的發生!
- What→Why→How?

解讀課程綱要與教科用書

比較分析三版本教科用書之設計

- 課本
- 習作及其附件
- 教師手冊/教學指導
- 備課用書
- 教具
- 教學資源
- ...

解讀課程綱要與剖析教科用書六下 速率

97課綱:分年細目指標

- 6-n-11能理解常用導出量單位的記法，並解決生活中的問題。
- 6-n-12能認識速度的意義及其常用單位。
- 6-n-13能利用常見的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同6-a-04)

十二年國教課綱:學習重點--學習表現

- n-III-9理解比例關係的意義，並能據以觀察、表述、計算與解題，如比率、比例尺、速度、基準量等。
- n-III-10嘗試將較複雜的情境或模式中的數量關係以算式正確表述，並據以推理或解題。
- n-III-11認識量的常用單位及其換算，並處理相關的應用問題。

十二年國教課綱:學習重點--學習內容

- N-6-6 比與比值：異類量的比與同類量的比之比值的意義。理解相等的比中牽涉到的兩種倍數關係（比例思考的基礎）。解決比的應用問題。
- N-6-7 解題：速度：比和比值的應用。速度的意義。能做單位換算（大單位到小單位）。含不同時間區段的平均速度。含「距離＝速度×時間」公式。用比例思考協助解題。
- N-6-8 解題：基準量與比較量。比和比值的應用。含交換基準時之關係。
- N-6-9 解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題(同R-6-4)。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式）；（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合；（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結R-6-2、R-6-3。

■ 《數學領域課程手冊》

1. 教材脈絡比較及分析

- 教材內容編排順序比較
- 布題情境脈絡比較
- 數字設計脈絡比較

2. 情境表徵比較及分析

- 定義、命名、或公式的引入及呈現方式
- 圖示表徵的比較
- 說明對話框內容的比較
- 解法表徵或引導的比較

3. 文本比較及分析

- 布題表徵比較
- 語意結構

解讀課程綱要與剖析教科用書六上/下 速率

本單元教學目標

- 透過固定長度或時間，比較兩物體線性運動速度的快慢，並認識速率的單位。
- 解決速度單位的換算。
- 透過情境，解決距離、時間、速度三量中，某量未知的問題，並從而認識三量的關係，從而得知，距離與時間成正比的結論。
- 解決生活中平均速率的應用問題。

南一(六上 第8單元 速率)

- 活動一：時間換算
- 活動二：秒速、分速、時速
- 活動三：秒速、分速、時速的換算
- 活動四：速度的應用

康軒(六下 第2單元 速率)

- 活動一：平均速率
- 活動二：速率單位的換算
- 活動三：距離、時間和速率的關係
- 活動四：速率的應用

翰林(六下 第3單元 速率)

- 活動一：認識速率
- 活動二：速率的單位換算
- 活動三：從正比來看距離、時間、速率的關係
- 活動四：平均速率

解讀領域課程綱要與剖析教科用書

課程教材設計與教學活動之實施

Concept **概念** = (S情境、I不變性、R表徵)

- Why?
 - 為甚麼教這些活動?
 - 所引入的情境/脈絡合適嗎?
- What?
 - 用甚麼架構/結構/內容?
 - 有何教學資源去思考教學策略?(操作/圖示/算式 ...)
- How?
- Where?
 - 教學活動之安排次序!
- When?
 - 術語/符號/算式/公式的認識、理解與熟練
- Whom?
 - 先備知能的檢驗以及未來發展的啟示
- WHO?
 - 形成性評量與總結性評量之形式及其內涵

教學重點

- 一、考量速率對國小階段學生來說較為抽象，題目設計上予以具體情境，讓學生能夠和生活中實際經驗作結合，並理解速率在生活上的應用。
- 二、課程設計為此單元的最後一節課，學生具有距離、速度和時間關係之先備經驗，來協助他們解題所需。
- 三、對於題幹文字敘述較長題型的學生如何利用策略理解並掌握題意。
- 四、學生在讀題時可能會理解為小坪衝過終點時，比小琪領先 $20-10=10$ 公尺，引導題意欲傳達「用距離的長短，描述固定時間內的速率」。
- 五、透過同儕間的小組討論或協助，再輔以教學者循序提供線索。
- 六、理解它組的不同作法並說明。

教學內容

一、布題：

- 秀山國小在校際羽球比賽上總是屢屢獲得佳績，也因此有許多學生想報名參加，球隊為了甄選具備羽球實力的學生，設置了三個關卡。第一個關卡為「60公尺短跑」競賽，比賽十分激烈，當小琪跑到終點時，小坪距離終點還有10公尺，小琪距離終點還有20公尺，如果小坪和小琪按原來的速度不變繼續跑向終點。請問當小坪到達終點時，將比小琪領先多少公尺？

二、教學解題歷程：

- 1. 發下學習單，請同學讀題。
- 2. 將學習單蓋起來，回憶題目重點，並與旁邊同學分享。
- 3. 倆倆討論並將結果記錄（寫下重點或畫出題意）在學習單背面。
- 4. 與同組同學討論紀錄的重點是否相同或相異，若有相異處找出不同的原因。
- 5. 教師詢問學生對題意的掌握，確認學生已讀懂題目。
- 6. 請學生依題意寫下做法後，倆倆討論解題的方式。
- 7. 小組討論各自的算式，將代表組別的算式記錄在小白板上。
- 8. 學生發表完各自解題內容後，教師進行統整與歸納。

數學閱讀 and 數學作文

20181130小一香蕉數學題

<https://tw.news.yahoo.com/%E5%B0%8F-%E7%94%9F%E5%AA%BD%E5%AA%BDpo%E7%B6%B2%E6%B1%82%E6%95%91-%E9%A6%99%E8%95%89-%E6%95%B8%E5%AD%B8%E9%A1%8C%E8%AE%93%E5%A4%A7%E4%BA%BA%E5%A5%BD%E5%B4%A9%E6%BD%B0-132200586.html><https://tw.news.yahoo.com/%E5%B0%8F-%E7%94%9F%E5%AA%BD%E5%AA%BDpo%E7%B6%B2%E6%B1%82%E6%95%91-%E9%A6%99%E8%95%89-%E6%95%B8%E5%AD%B8%E9%A1%8C%E8%AE%93%E5%A4%A7%E4%BA%BA%E5%A5%BD%E5%B4%A9%E6%BD%B0-132200586.html> (圖/翻攝自《爆廢公社》)

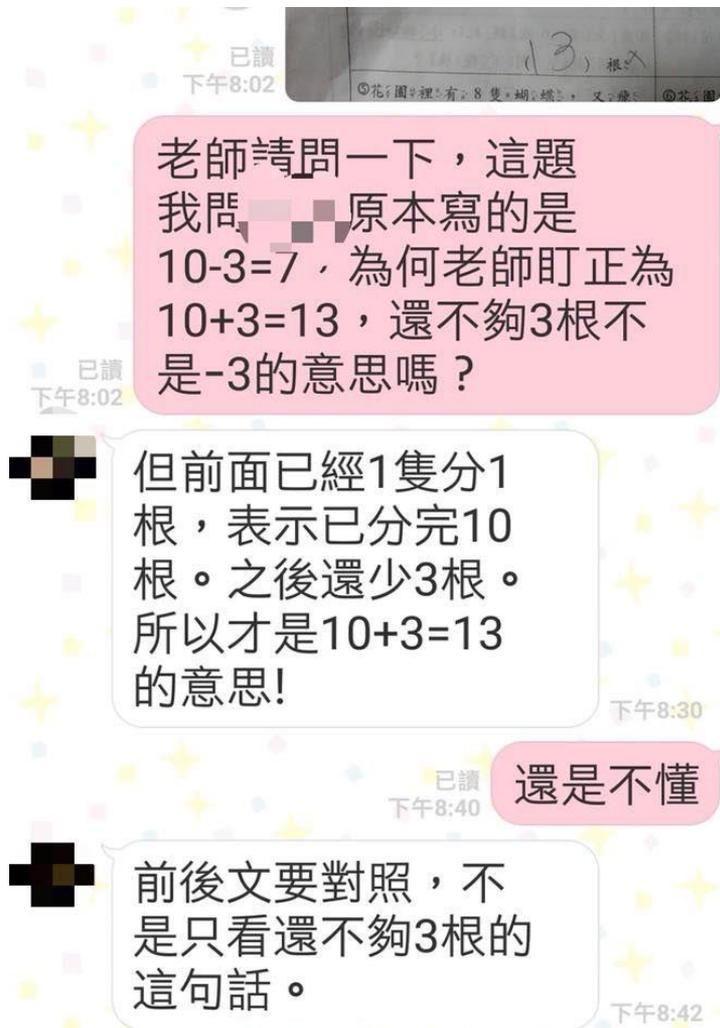
③ 10 隻^ㄅ猴^ㄩ子^ㄩ， 1 隻^ㄅ分^ㄩ 1 根^ㄩ香^ㄩ蕉^ㄩ，
還^ㄩ不^ㄩ夠^ㄩ 3 根^ㄩ， 香^ㄩ蕉^ㄩ有^ㄩ幾^ㄩ根^ㄩ？

10 + 3 = 13



國小一年級的數學題到底有多難？

原po表示，這是朋友小孩的作業，題目看似簡單，「10隻猴子，1隻分1根香蕉，還不夠3根，香蕉有幾根？」朋友認為既然「還不夠3根」，那就是「 $10-3=7$ 」，答案應該是7根，不過老師解答正確數字是「13根」，大家看過後都一頭霧水。



已讀
下午8:02

花園裡有8隻蝴蝶，又飛了10隻。

13根

老師請問一下，這題我問原本寫的是 $10-3=7$ ，為何老師訂正為 $10+3=13$ ，還不夠3根不是-3的意思嗎？

已讀
下午8:02

但前面已經1隻分1根，表示已分完10根。之後還少3根。所以才是 $10+3=13$ 的意思!

下午8:30

已讀
下午8:40

還是不懂

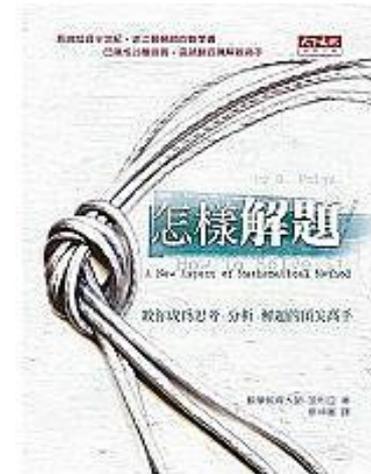
前後文要對照，不是只看還不夠3根的這句話。

下午8:42

Polya, G. (1945). *How to solve it : A new aspect of mathematical method*. NJ: Princeton University Press.

(中譯本:蔡坤憲譯(2006) 怎樣解題, 台北市:天下遠見)

- 了解問題、
- 擬定計畫、
- 執行計畫、
- 回顧過程
(驗算、檢討)
後設認知 *Metacognition*



怎樣解題 《*How to Solve it?*》

I. 了解問題

- 設法理解整個題目要求的是什麼，並正確理解題意。
 - 「什麼是未知數？」
 - 「什麼是已知數？」
 - 「有什麼已知條件？」
- 畫圖、引入適當的符號，皆有助於瞭解問題。
- 千萬不可在瞭解題意之前就埋頭苦算。

怎樣解題 《*How to Solve it?*》

II. 擬定計畫

- 逐漸形成或經過一連串的嘗試錯誤所激發的靈感，所規劃的解題路徑。
「是否知道什麼相關題目？」「仔細看未知數。」
- 「這裡有個以前解過的問題能否運用？」「是否使用了全部條件？」可運用重述問題、一般化、特殊化、類比、除去部分條件等方法，架構出解題計畫。

怎樣解題 《*How to Solve it?*》

III. 執行計畫

- 穩紮穩打地執行擬定好的計畫，並「檢查每一個步驟」，時時確保過程中沒有遺漏任何已知的條件及預定的計畫。

怎樣解題 《*How to Solve it?*》

IV. 驗算與回顧 (後設認知 *Metacognition*)

- 回顧整個求解的過程可加深對數學知識的理解及培養解題能力。
- 「能否檢查這個論證？」 「能否將其結果應用到其他問題上？」
- 「把問題裡的抽象數學元素賦予具體的詮釋。」如此加深對問題的印象可大幅增進解題能力，但這個步驟也是最多人容易輕忽的。。

John's speeding ticket! 約翰駕駛汽車從高速公路收費站，開出2分鐘後，就被交通警察開了一張 120 km/h 的超速罰單；但約翰答辯說：「我才只開2分鐘而已，你怎麼知道1小時後，我會開到120千米？」假如你是交通警察，如何回應？

120 km/hr

- = 2 km/min
- = $(20 \div 60) \text{ km/sec}$
- $\approx 0.333 \text{ km/sec}$
- $\approx 333 \text{ m/sec}$

「超速」

- 不是「平均速度」
- 而是指「瞬時速度」

- 分 10^{-1} 分 (deci)；分 (d) 與日 (d) 代號相同，使用時需特別注意。

- 厘 10^{-2} 厘 (centi)
- 百分 10^{-2} 等於 0.01

- 毫 10^{-3} 毫 (milli)

- 微 10^{-6} 微 (micro)
- 百萬分 10^{-6} 等於 0.000001

- 奈 10^{-9} 奈 (nano)
- 十億分 10^{-9} 等於 0.000000001

- 皮 10^{-12} 皮 (pico)
- 飛 10^{-15} 等於 飛 (femto)
- 阿 10^{-18} 阿 (atto)
- 介 10^{-21} 介 (zepto)
- 倂 10^{-24} 倂 (yocto)

「用距離的長短，描述固定時間內的速率」

$$v = s/t = \Delta s / \Delta t \quad \langle \text{等速運動} \rangle$$

■ $v = s/t$

- 兩個測度單位(Measurement Space)之間的關係

■ $s = v \times t$

■ s(距離) t(時間)

■ 120 km 1 hr

■ $t = s/v$

■ 2 km 1 min

■ 1 km 0.5 min

國小數學教科書之發展史

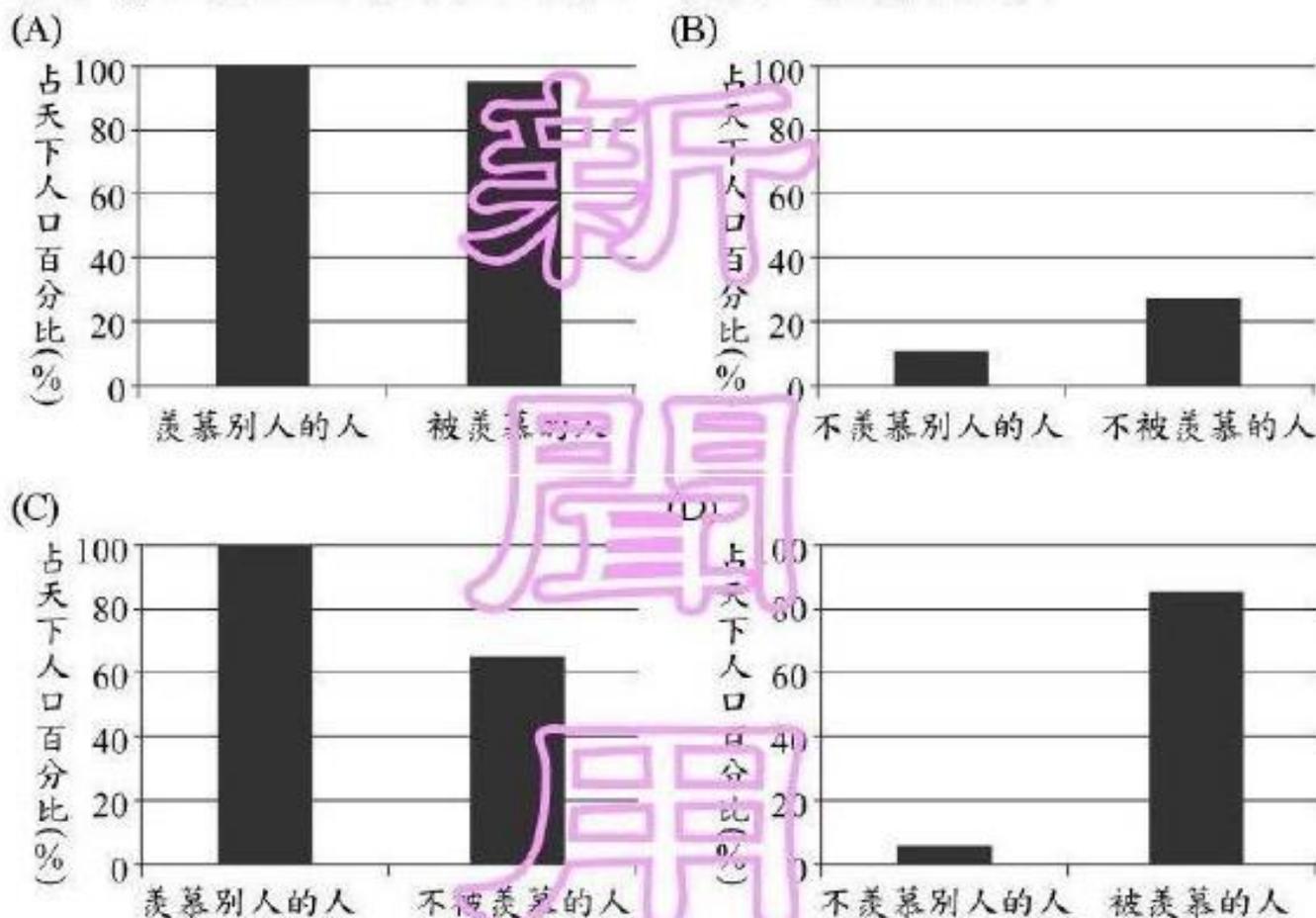
- 64年以前：採編序式數學課程。（舟山模式）
- 64～82年：64年版部編本。（板橋模式）
- 82～90年：82年版部編本及民間版本。（準板橋模式）
- 90～94年：九年一貫89年暫行綱要之各民間版本。
（民間模式）
- 94年以後：九年一貫92年綱要(92/11/14)各民間版本以及部編本。（官方模式）（民間模式）
- 100年以後：九年一貫97年綱要(97/05/26)
- 108年以後：12年一貫107年綱要(107/06/)



附錄 2

106 年國中國文會考第 22 題。

周老師在黑板上寫道：「天下沒有一個人從不羨慕別人，只有少數人從沒被別人羨慕過。」她請學生以圖表來表示這句話，下列哪一張圖表最恰當？



- Why?
- What?
- How?

- Where?
- When?

- Whom?
- WHO?

一、單元的期望的學習結果

- (一) 單元學習目標
- (二) 課程綱要學習重點(學習表現與學習內容)

二、學生與教材分析

- (一) 學生先備知識與可能的學習困難
- (二) 教材研究分析

三、各節次學習活動設計

(4節課，本節課為第1節: 認識長條圖)

四、本節課（第一節）的學習活動

- (一) 學習的主要概念與對應的活動
- (二) 素養導向的課程與教學
- (三) 學習活動的設計
 - 活動名稱/
 - 教學流程與主要布題/
 - 學生可能的反應/教學策略介入與評量
 - 時間/
 - 對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G)

五、參考資料(各版本本單元分析/文獻)

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

- 認識、報讀長條圖，並進行製作。
- 認識並報讀折線圖。
- 認識並報讀複雜的統計圖。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現

- d-II-1 報讀與製作一維表格、二維表格；報讀長條圖與折線圖，並據以做簡單推論。

對應的學習內容

- D-4-1報讀長條圖與折線圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識

- 能報讀生活中常見的一維表格。能報讀生活中常見的二維表格。

學生可能的學習困難

- 對於設定縱軸組距的大小產生困難。
- 對於報讀複雜統計圖上之資訊產生困難。

(二)教材研究分析

- 本次教學以四年級「統計圖表」單元中，有關「認識長條圖」的部分進行。在九年一貫97年綱要四年級分年細目中提及「統計圖的學習分成兩階段，先學習如何報讀已經製作好的統計圖，再學習如何將資料製作成統計圖」、「統計圖表的功能在於藉由圖表，整理雜亂的原始資料，可以簡明的掌握整筆資料的重點。」
- 而在12年課綱學習內容中，除了報讀外，還需進行長條圖的製作。依據九年一貫97年課程綱要統計主題之內容，學生在一年級時，將資料分類並以統計表呈現紀錄的結果，三年級學習一維表格與二維表格的報讀，將處理過的資料用適當的方式呈現，並從表格中了解隱含資訊的意義，四年級的學習重點則在於統計圖的報讀。統計方法大致包含四個步驟，分別是蒐集資料、整理資料、呈現資料與解釋資料；課程綱要中統計內容之學習，著重於統計的方法與數字計算，統計內涵中的數學思維固然重要，然而，周筱亭等(2002)認為「學習統計的目的不只是單純地計數資料成為統計量，也不僅是技術性的將資料描繪成統計圖表，統計的真正內涵在於透過整理資料、描述現象與透過分析來解釋現象。」而張英傑、周菊美(2005)亦指出「當學生能夠訂定他們想要問的問題時，他們蒐集的資料就會變得更有意義，他們對於資料的組織和分析方法的選擇，存有某個目的。」

- 那麼，四年級統計圖之學習，是否也應該包含問題的提出及目的，以及如何蒐集資料及整理資料之歷程？因此，對於本節教學，進行如下的思考與設計：
- 學生於一、三年級學習統計的舊經驗，是先將資料進行分類，利用統計表呈現並解釋數據，本單元則是利用統計圖呈現資訊並進行報讀。然而學生在本單元進行之前，不論在日常生活或是其他領域的教科書中，都已見過、甚或報讀過統計圖；因此，對四年級學生而言，簡單統計圖的報讀應非難事。
- 故本節課之設計，一開始以學生在社會科學習過的統計圖引入，讓學生察覺數學與其他領域之連結關係，之後利用未標示縱軸及橫軸之長條圖及原始資料，讓學生透過兩者間的比對及報讀，知道橫軸標示的是資料的種類，而縱軸標示的是數量，並初步了解組距的概念。而後再次檢視原始資料，讓學生經驗所蒐集的資料與所要解決的問題兩者間的關聯，了解依據不同的目的，可從資料中擷取所需要的資訊，以製成各種類別項目相異的長條圖，來解決問題。
- 最後，利用數學大挑戰進行先評量、後討論的活動，提醒學生在報讀時需注意組距，培養閱讀統計圖表之素養。

第一節(本節演示:認識長條圖)

1. 認識並報讀長條圖。

1-1從長條圖中提取訊息，並進行報讀，初步察覺長條圖上呈現的資訊。

1-2從複雜資訊中，提取重要訊息，了解長條圖的縱軸及橫軸之重要性，並知道長條圖要有縱軸、橫軸及圖名。

1-3與原始資料表格進行比較，了解製成長條圖較容易看出各項數值的大小。

1-4了解如何從原始資料中擷取需要的資訊以解決問題。

第二節

2. 製作長條圖。

2-1認識橫向的長條圖，了解將長條圖的「類別線」與「數線」的位置互換，就變成型態不一樣的橫向的長條圖。

2-2設定調查主題、蒐集資料，繪製成長條圖，了解組距大小的設定方式。

3. 認識省略符號。

3-1認識省略符號，了解其對資料解讀之影響。

說課 新北市數學輔導團 馬恬舒老師 (四年級:統計圖表)

各節次學習活動設計 (學習目標/活動目標/評量方式)

第三節

4. 認識並報讀折線圖。

4-1 進行折線圖之報讀，了解折線圖上的各點，是標示出數量的多寡，並將各點用線段依序連結起來。

4-2 了解可從折線圖中折線的上升或下降，推斷或預測數量間的變化。

5. 了解長條圖與折線圖使用的時機。

5-1 比較長條圖和折線圖的類別項，了解折線圖類別項的排列順序變動，會改變資料的趨勢變化。

5-2 判斷長條圖與折線圖使用的時機。

第四節

6. 報讀複雜的統計圖。

6-1 認識並報讀各種複雜長條圖及折線圖。

6-2 檢視生活中統計圖之使用(如：社會課本、報章雜誌...)

說課 新北市數學輔導團 馬恬舒老師 (四年級:統計圖表)

第1節: 認識長條圖的學習活動 (一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念

- 1-1從長條圖中提取訊息，並進行報讀，初步察覺長條圖上呈現的資訊。
- 1-2從複雜資訊中，提取重要訊息，了解長條圖的縱軸及橫軸之重要性，並知道長條圖要有縱軸、橫軸及圖名。
- 1-3與原始資料表格進行比較，了解製成長條圖較容易看出各項數值的大小。
- 1-4了解如何從原始資料中擷取需要的資訊以解決問題。

對應的學習活動

- 1-1-1從學生報讀社會課本中的統計圖舊經驗引入，察覺長條圖上呈現的資訊，以進行長條圖的學習。
- 1-2-1提供未標示橫軸及縱軸之長條圖，學生檢視長條圖與原始資料間的關係，察覺要在長條圖上標示數量及類別。
- 1-2-2透過長條圖與原始資料的對應，了解縱軸的每一格所代表的數量大小要一樣多。
- 1-2-3透過學生上台發表，說明長條圖「縱軸」、「橫軸」的名稱以及圖名。
- 1-3-1透過長條圖與原始資料的對應，了解長條圖能使數據圖像化，使資訊一目了然。
- 1-4-1再次檢視原始資料，學生了解依據不同的目的，可擷取所需要的資訊，製成不同類別項目的長條圖。

第1節: 認識長條圖的學習活動 (二) 素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點

與本節課活動內容的關聯說明

轉

- T1 情境問題轉化
- T2 新舊經驗銜接
- T3 數學概念聯結

- T1**：結合學童社會領域報讀圖表之經驗，察覺其他領域與數學學習之關聯。
- T1**：結合學童生活經驗，判讀資料並了解所蒐集資料與待解決問題之關聯。
- T2**：利用長條圖報讀之舊經驗，找出相符之資料。

做

- D1 概念操作理解
- D2 解題策略探究
- D3 數學語言溝通

- D1**：透過長條圖與複雜表格之對照，了解橫軸標示的是類別、縱軸標示的是數量，以及組距的概念。
- D2**：思考探究圖與表之關係的策略或方法。
- D3**：透過長條圖、橫軸、縱軸等數學語言進行溝通。

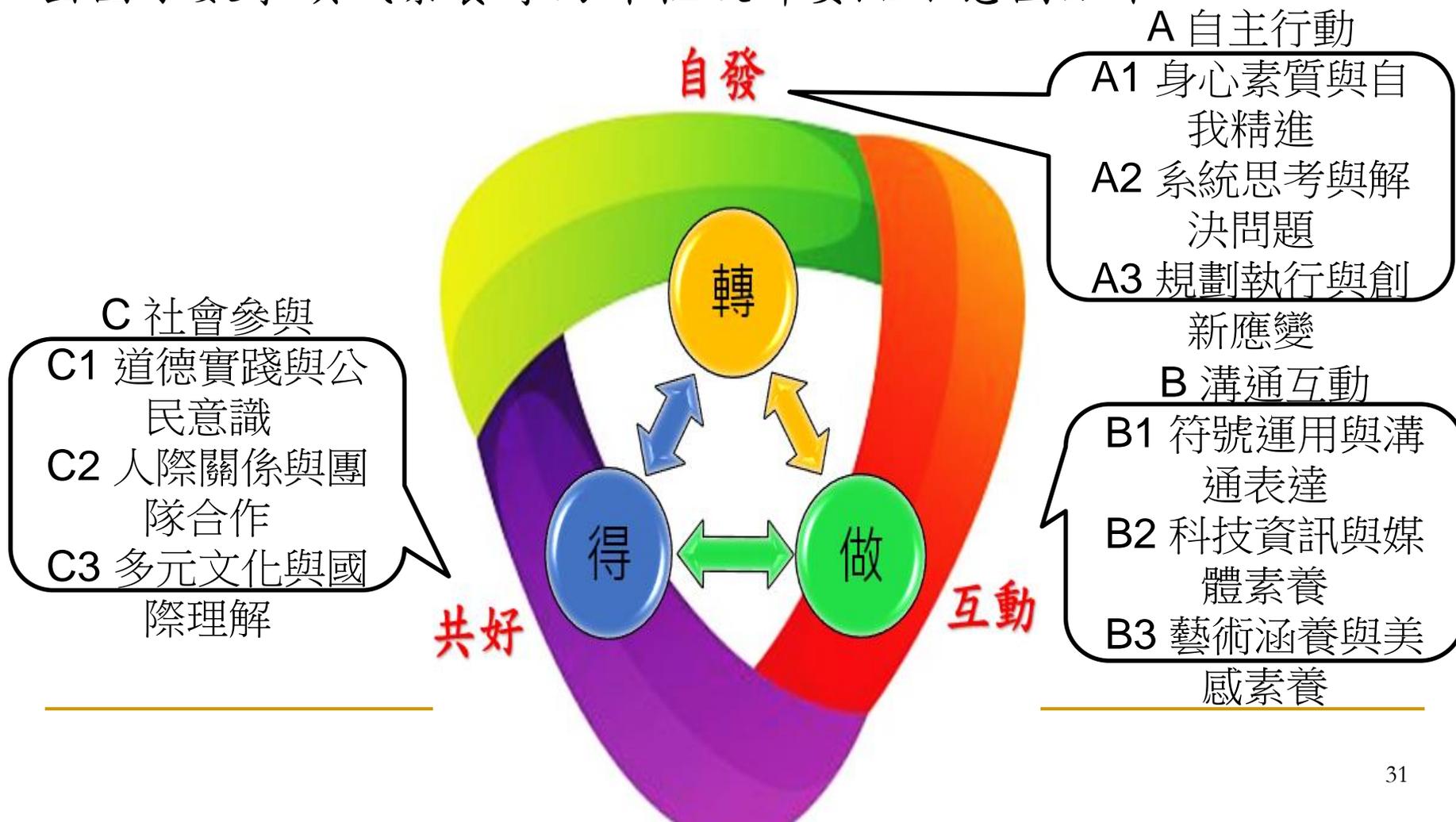
得

- G1 思考能力提升
- G2 解題態度培養
- G3 共同學習增能

- G1**：透過長條圖與複雜表格之對照，聆聽各種策略及方法，提升數學思考的能力。
- G1**：思考組距大小對資料呈現樣態之影響。
- G3**：透過共同討論，尊重並欣賞不同的想法，互相學習增能。

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

本團依十二年國教數學素養課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程設計要點示意圖如下：



新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

數學素養導向 課程與教學設計要點

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

B 溝通互動

C 社會參與

1.情境問題轉化-

察覺生活情境脈絡(含跨領域)中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。

2.新舊經驗銜接-

連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。

3.數學概念連結-

將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

數-E-A2

具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

數-E-B1

具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。

數-E-B2

具備報讀、製作基本統計圖表之能力。

轉

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

做

數學素養導向 課程與教學設計要點	對應數學領綱核心素養		
	A 自主行動	B 溝通互動	C 社會參與
<p>1.概念操作理解- 透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。</p> <p>2.解題策略探究- 熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。</p> <p>3.數學語言溝通- 解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。</p>	<p>數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。</p>		<p>數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。</p> <p>數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。</p>

新北市數學素養導向課程與教學設計要點 及十二年國教數學領綱核心素養對照表

數學素養導向 課程與教學設計要點

對應數學領綱核心素養

A 自主行動

B 溝通互動

C 社會參與

1. 思考能力提升-

由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性，並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。

2. 解題態度培養-

培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。

3. 共同學習增能-

尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題的想法，進而感受數學之美。

數-E-A1

具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。

數-E-A3

能觀察日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬定解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。

數-E-B3

具備感受藝術作品中的數學形體或式樣的素養。

數-E-C1

具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

數-E-C2

樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

數-E-C3

具備理解與關心多元文化或語言的數學表徵的素養，並與自己的語言文化比較。

得

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

三大要素

數學素養導向課程設計要點

轉

(Transfer)

轉化

1. **情境問題轉化**-察覺生活情境脈絡中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。
2. **新舊經驗銜接**-連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。
3. **數學概念連結**-將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化連結。

奠基

連結

做

(Do)

操作

1. **概念操作理解**-透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。
2. **解題策略探究**-熟悉解題的各種歷程和運用解題的各種方法，進行探究並解決問題。
3. **數學語言溝通**-解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。

探究、操作

得

(Gain)

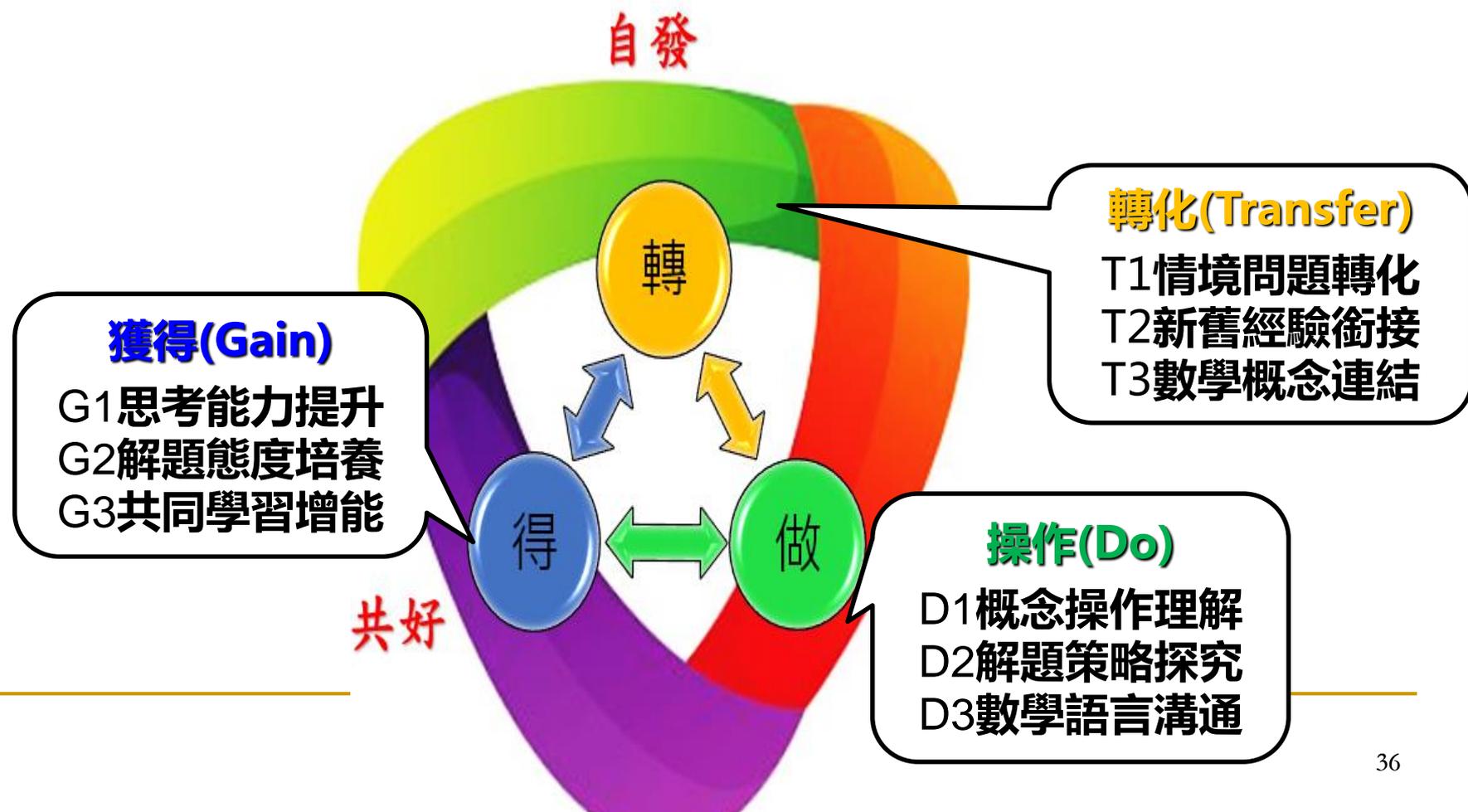
獲得

1. **思考能力提升**-由解題的結果重新審視原情境，說明或反駁解答的合理性，並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。
2. **解題態度培養**-培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感，提升學習數學的興趣。
3. **共同學習增能**-尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題

合作、互動、發表、溝通

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

本團依十二年國教數學素養課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程設計要點示意圖如下：



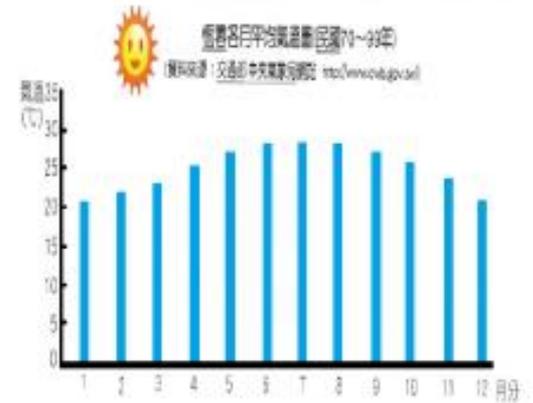
說課 新北市數學輔導團 馬恬舒老師 (四年級:統計圖表)

第1節: 認識長條圖 (三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量 /時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G) >

導入活動—由社會科報讀統計圖之舊經驗引入(5')

- ◆教師提問:
- 在社會課本看過這種圖，說說看你從圖中讀出了哪些訊息？<教師準備雨量統計長條圖><此部分為連結學生在社會科報讀圖表之舊經驗>
- 除了社會課本之外，你還看過哪些相似的圖？<學生可能回答「統計圖」、「長條圖」，教師依據學生回答，說明本節要學習的長條圖是統計圖的其中一種。>
- 像這樣把數量用圖象方式呈現出來的圖，稱為什麼圖呢？(板書：統計圖—長條圖)
- 今天，我們要來深入探討長條圖的祕密。

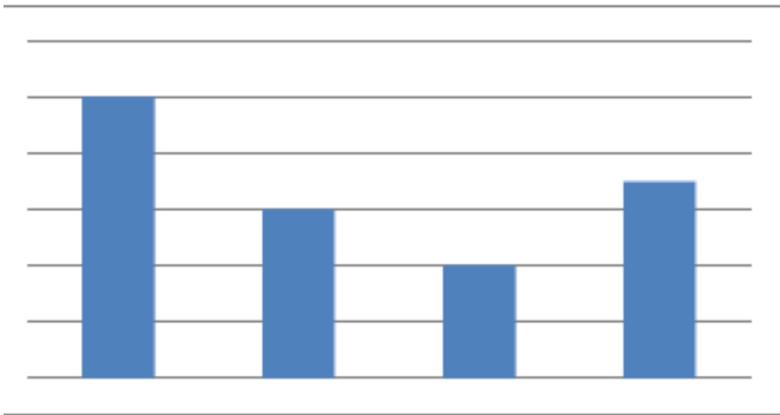
統計圖——長條圖



說課 新北市數學輔導團 馬恬舒老師 (四年級:統計圖表)

第1節: 認識長條圖 (三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量 /時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G) >

- 開展活動一-從複雜資訊中提取重要訊息，藉以了解長條圖的縱軸及橫軸之重要性(15')
- ◆教師說明：「小昌在健康中心看到一個長條圖，護士阿姨說這是根據上個月秀秀國小學生受傷處理記錄表所整理出來的，請各組根據所拿到的記錄表，討論這張長條圖是記錄哪一種情形的統計圖。」



107年10月秀秀國小學童受傷處理記錄表

序號	日期	班級	姓名	受傷部位	受傷類型	地點	原因
1	10/1(一)	401	小明	膝蓋	擦傷	操場	跌倒
2	10/2(二)	308	小花	牙齒	斷裂	走廊	奔跑
3	10/2(二)	406	小怡	頭	撞傷	走廊	奔跑
...
27

說課 新北市數學輔導團 馬恬舒老師 (四年級:統計圖表)

第1節: 認識長條圖 (三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量 /時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G) >

- 小組發表討論後的結果，教師提問：
- 如何得知這四個長條記錄的是哪一類資料？
- →教師說明：(指著橫軸)所以在這裡標示的是受傷的地點。(板書：地點)
- 如何得知每一個長條記錄的是哪一個地點？
- (將地點名稱貼於橫軸上)
- 如何確定每一個長條的人數是多少？
- →教師說明：(指著縱軸)所以在這裡標示的是受傷的人數，而且每一格代表的是2人，我們把單位「人」寫在這裡。(將數量標示於縱軸上，並板書：人)
- 在操場受傷的學生人數不是剛好完整的一格，那是幾個人呢？
- →教師追問：為什麼不把標示為8的那條線改為7，這樣就可以不用畫在中間了。

107年10月秀秀國小學童受傷處理記錄表

日期	時間	地點	受傷學生	受傷原因	地點	處理
10/10/一	161	小徑	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/二	167	教室	小龍	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/二	407	教室	小龍	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/三	308	小徑	曾安	跌傷	操場	送醫院
10/10/三	503	小徑	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/一	308	教室	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/一	308	教室	曾安	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/二	167	教室	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/二	308	小徑	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/三	305	教室	曾安	跌傷	操場	送醫院
10/10/三	308	教室	小龍	摔傷	操場	送醫院
10/10/一	411	教室	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/一	303	小徑	曾安	跌傷	操場	送醫院
10/10/二	301	小徑	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/三	409	教室	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/二	308	教室	小龍	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/三	505	小徑	小龍	摔傷	操場	送醫院
10/10/三	302	小徑	上蔡廷	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/三	308	教室	曾安	摔傷	操場	送醫院
10/10/三	405	小徑	小龍	摔傷	操場	送醫院
10/10/三	605	小徑	蔡廷	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/一	354	教室	曾安	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/二	301	小徑	曾安	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/二	303	教室	蔡廷	摔傷	國語水池	送醫院
10/10/三	305	小徑	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/三	604	小徑	蔡廷	摔傷	操場	送醫院
10/10/三	304	小徑	蔡廷	摔傷	國語水池	送醫院

說課 新北市數學輔導團 馬恬舒老師 (四年級:統計圖表)

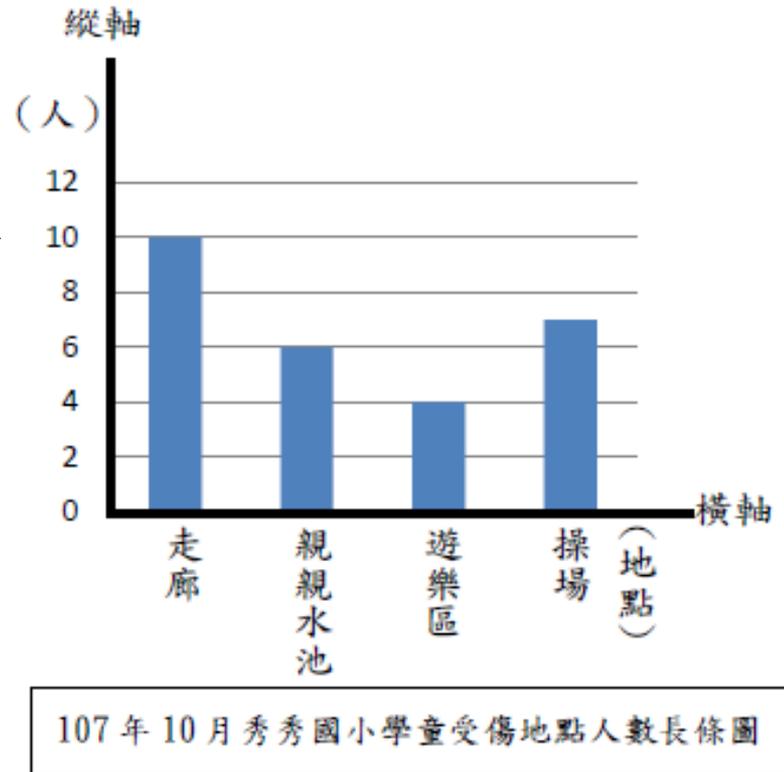
第1節: 認識長條圖 (三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量 /時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G) >

教師小結:

從剛剛和同學們的討論中，我們發現長條圖的標示分為橫的和直的，橫的這邊標示的是不同的地點，也就是把地點做分類，一一標示在這邊；直的這邊標示的是數量大小，從0開始依序增加，而且每一格都一樣大、數量一樣多。

做一個完整的長條圖，要有橫的和直的標示，橫的這一條稱為「橫軸」，直的這一條稱為「縱軸」。(貼上標有橫縱及縱軸的詞牌)

完整的長條圖除了有橫軸和縱軸之外，為了清楚讓人知道這是統計哪一種資料的長條圖，這個長條圖本身也有圖名。(貼上圖名的詞牌：**107年10月秀秀國小學童受傷地點人數長條圖**)



第1節: 認識長條圖 (三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量 /時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G) >

開展活動二-報讀長條圖，察覺資料整理的好處，並能從原始資料擷取重要訊息以解決問題 (5')

- ◆教師提問：
 - 我們剛才發現，這張長條圖的資訊是從表格的「地點」這一欄擷取出來的，既然已經有表格，為何還要把它做成長條圖？把表格整理成長條圖有什麼好處呢？
 - 校長每個月都要請護士阿姨整理並報告學生的受傷情形，你認為為什麼校長要知道學校各個地點的受傷人數？
 - →教師說明並追問：因此，這個長條圖顯示出學生在哪些地點容易受傷，因此橫軸標示的類別是地點。如果你是校長，除了受傷地點之外，你會想要護士阿姨利用這份表格，整理出哪一種類別的長條圖，來了解學生的受傷情形？為什麼？
- ☆教師小結:
 - 將複雜的資料整理成長條圖，除了能從長條圖中知道數量的多寡之外，還能知道彼此之間的差距或倍數關係。
 - 我們可以從一份資料內，擷取不同的訊息，去整理出想要統計的內容。

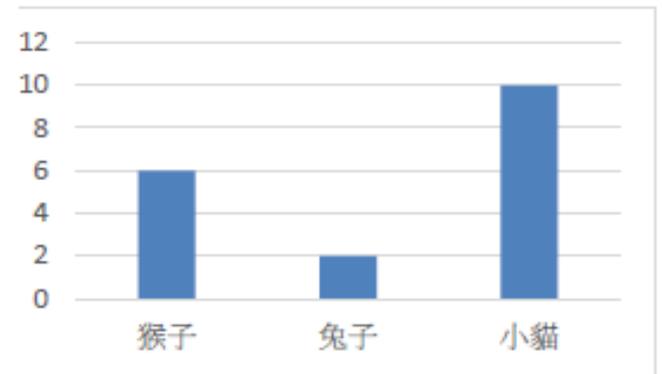
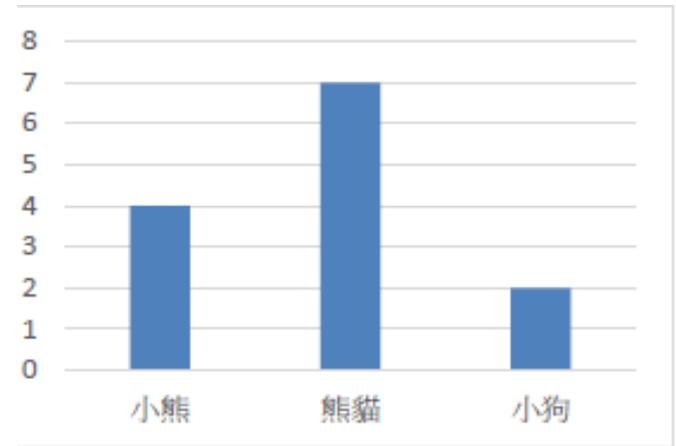
說課 新北市數學輔導團 馬恬舒老師 (四年級:統計圖表)

第1節: 認識長條圖 (三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量 /時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G) >

挑戰題 (13')

◆教師布題：

- 快樂國小四年一班票選班級吉祥物，小花想把票選的結果用剛學過的長條圖呈現出來，她拿出老師上課發下剩餘的方格紙來畫，結果紙太小畫不下全部，熱心的小玉也拿方格紙來幫忙畫完(如下圖)。
- 隔壁班的阿平看到這兩張圖，說：「原來你們班最喜歡的吉祥物是熊貓！」
- 你覺得阿平說的對嗎？請說明你的理由。



第1節: 認識長條圖 (三)學習活動的設計<活動名稱/教學流程與主要布題/學生可能的反應/教學策略介入與評量 /時間/對應素養導向教學設計要點(轉T、做D、得G) >

★評量後教學處理：

- 全班共同討論，澄清問題、瞭解題意，並了解長條圖橫軸及縱軸的標示為何。
- 教師說明全班有二種不同的意見，依序請作答錯誤及作答正確的學生上台發表想法，再請作答錯誤的學生發表由錯誤到正確的學習思考歷程。
- 教師小結：
- 在做長條圖判讀時，應仔細觀察縱軸的數字，了解每一格代表的數字是多少，不能只看圖的長短而做判斷。
- 教師總結(2')
- 長條圖是統計圖的一種，可以將複雜的資料以圖像呈現，使讀者一目了然。
- 一個完整的長條圖包含縱軸、橫軸及圖名，縱軸標示數量，每一格都一樣多，而橫軸標示類別。
- 在閱讀統計圖時，要注意組距的大小。

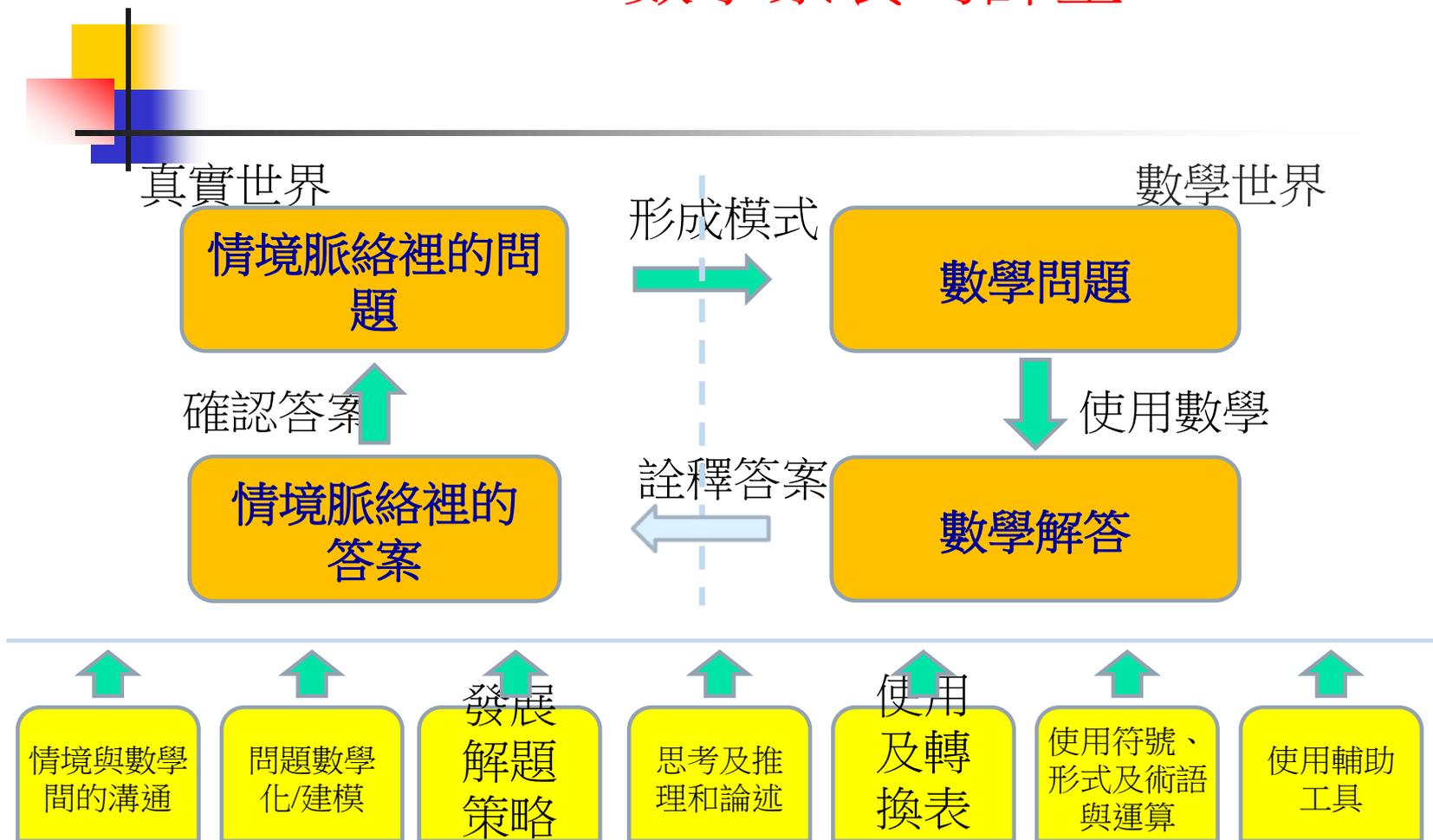
單元教案設計: 格式(Format)與內容(Content)

- 壹、教學說明研究部分
- 貳、教學活動流程部分
- 參、總結性評量部分
- 肆、教學省思與改進教案部分

學生能力國際評量計畫 (PISA)

1

PISA數學素養的評量



數學力/數學能力 (mathematical competencies)) 32 32

Mathematics is the science of patterns and order.

數學是一門樣式和秩序的科學



CNN評選世界12處

最美夕陽 之一。

關山夕照美冠全球！



發展式的數學教學 (張英傑, 2005)

- 教師應以「**概念理解奠基、熟悉程序歷練**」為經，「**配合情境經驗、具體操作輔助**」為緯去編織課程，採取「**解題導向**」導引深入的**奠基探究**之溝通教學模式；
- 讓學生能**經驗、察覺、瞭解**數學概念，而能加以組織內蘊化為**認知基模Schema**；再給予充足的時間和空間，能**自動化**運用所習得的數學知識。
- **知識 → 見識 → 賞識 數學之美與利**

理念（理想與信念）

數學是有用的!數學無所不在!

「動『手』用『腦』『玩』數學!

人本數學!

『台灣數學』 M.I.T.
(Mathematics In Taiwan)

- 教得有感覺
- 學得有意義
- **To Learn Math with the Kids!**
如何與孩子一起學習數學?



學校數學課程目標： (Goals & Objectives)

為什麼學校有數學課程？

- 數學素養 (Mathematical Literacy)
(**Numeracy**)
- 數學功力 (Mathematical Power)
- 數學能力/數學力 (Mathematical Competence)
- 數學精熟 (Proficiency in Mathematics)

數學素養 / 五股能力

(Kilpatrick et al. ,NRC, 2001)

- 概念理解(C)
Conceptual understanding
- 程序流暢(P)
Procedural fluency
- 策略應用(S)
Strategic competence
- 適性推理(A)
Adaptive reasoning
- 建設性傾向(D)
Productive disposition

國際學生能力評量計畫

Programme for International Student Assessment (PISA)

數學素養::

- **Mathematical literacy** is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts.
- It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena.
- It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and
- to make the well-founded judgments and decisions needed by
- **constructive, engaged and reflective citizens.**

2005三毛私家相冊 《三毛私家相冊》 pp.35~41

<https://baike.baidu.com/item/三毛私家相冊>

中信出版社 263 頁 ISBN:7508603834



三毛私家 相冊

師永剛
陳文芬
馮昭
沙林著

中信出版社

2005三毛私家相冊 《三毛私家相冊》 pp.35~41

<https://baike.baidu.com/item/三毛私家相冊>

中信出版社 263 頁 ISBN:7508603834

在我 12 岁半的那年，我进入台北省立第一女子中学，去做一个穿绿制服的中学生。当时我是一个很胆怯的孩子，年纪比其他同学要小一些。我的成绩在小学时代一直很好。上了中学以后，也许是心理因素的影响，我的数学成绩一下子掉得很差，最好也不过考个 50 分。但是其他功课都还算不错，其中国文、英文、地理是我最拿手的三门课业。

初二的时候，由于我的数学不好，老师上课看我时，眼光非常冷淡。我是一个很敏感的孩子，哪个老师喜欢我多一点儿，我的哪门课就会特别好。数学老师的那种冷淡，使我的数学成绩始终好不起来。每次她上课我就头昏脑涨，什么也听不进去，因为我感到她的眼睛像小刀一样随时会飞来杀我。

后来我发现，她每次出小考题目，都是把课本后面的习题选几题出来叫我们做。当我发现这个秘密时，就每天把数学题目背下来，由于记忆力很好，一晚上我可以背 10 多道代数题目，就因为会背数学，那阵子我一连考了 6 个 100 分。

2005三毛私家相冊 《三毛私家相冊》 pp.35~41

<https://baike.baidu.com/item/三毛私家相冊>

中信出版社 263 頁 ISBN:7508603834

数学老师开始怀疑我了，这个数学一向差劲的小孩儿，怎么会功课突然好了起来？

有一天，在两节数学课中间休息时，数学老师对我说：“你跟我到办公室来。”我当时就知道情况不妙了，但也没办法反抗她。到了办公室，她丢了一张试卷给我：“陈平啊，这10分钟里，你把这些习题演算出来。”我一看上面全都是初三的考题，整个人都呆了。坐了10分钟后，我对老师说：“对不起，老师，我不会做。”老师挥挥手叫我回教室去。她从书桌上拿起一瓶墨汁和毛笔，也跟在我后面进了教室。

下一堂课开始时，她当着全班的同学说：“我们班上有一个同学最喜欢吃鸭蛋，今天老师想再请她吃两个。”然后，她叫我上讲台。老师拿起毛笔蘸进墨汁里，蘸得饱饱的，饱得毛笔都胖了起来，然后，在我的眼睛周围画了两个大黑圈，她边画边笑着对我说：“不要怕，一点儿也不痛不痒，只是凉凉而已”。画完，老师又对我说：“你转过身去让全班同学看一看。”

2005三毛私家相冊 《三毛私家相冊》 pp.35~41

<https://baike.baidu.com/item/三毛私家相冊>

中信出版社 263 頁 ISBN:7508603834

当时，我还是一个不知道怎样保护自己的小女孩，我乖乖地转过身去，全班同学哄堂大笑起来。老师等同学们笑够了，叫我到教室角落一直站到下课，于是，我带着满脸黑黑的墨汁站在教室的一角。等到下课，老师又对我说：“你不要走，你从走廊走出去，到操场绕一圈再回到教室来。”那时候正是下课时间，走廊上许多同学在玩耍，他们一见我的模样，都尖叫起来。我乖乖地照老师的话，绕了大操场一圈后才回到教室。

这件事发生后，我没有掉过一滴眼泪，也没有告诉我的父母——我在学校受了这样大的精神刺激和侮辱。我情愿这个老师打我一顿，但是她给我的却是我这一生从没有受过的屈辱。晚上，我躺在床上拼命地流泪。这件事的后遗症直到第三天才显现出来。那天早晨我去上学，走到走廊看到自己的教室时，立刻就昏倒了。接着，我的心理出现了严重的障碍，而且一天比一天严重。到后来，早上一想到自己是要去上学，便立刻昏倒失去知觉。那是一种心理疾病，患者的器官全部封闭起来，不再希望接触外面的世界，因为只有缩在自己的世界里最安全。

2005三毛私家相冊 《三毛私家相冊》 pp.35~41

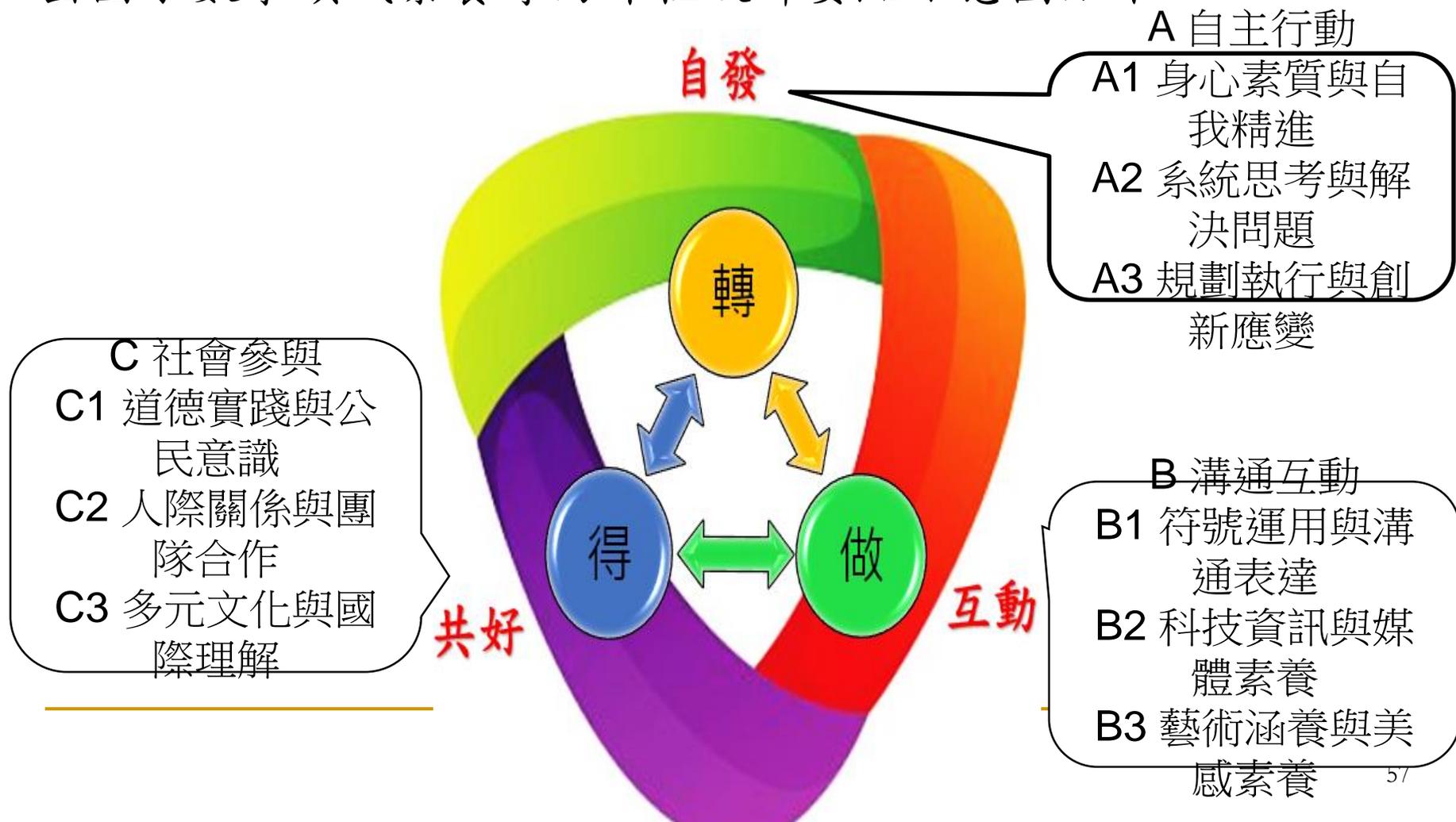
<https://baike.baidu.com/item/三毛私家相冊>

中信出版社 263 頁ISBN:7508603834

■ What do you
think about
EDUCATION?

新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

本團依十二年國教數學素養課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程設計要點示意圖如下：



數學素養的教學

<從學以致用體會素養>

(施皓耀,2018-10-20)

*學生

- 認知(直覺簡單) →
- 形成(概念連結) →
- 使用(解決問題)

*教師

- 設計學習單(清楚的教學脈絡)→
- 課堂對話(有質感的教與學) →
- 學習成效(自在的知識理解)

- <數學教學創新及品質提升>(林福來,2018-9-18,2018-10-19)

- 發展態度優先的教學信念 →

- 經驗有感學習的學習觀 →

- 實作師生共建的教學觀 →

- 有感 →

- 能體現(realization) →

- 會用

數學也是語言

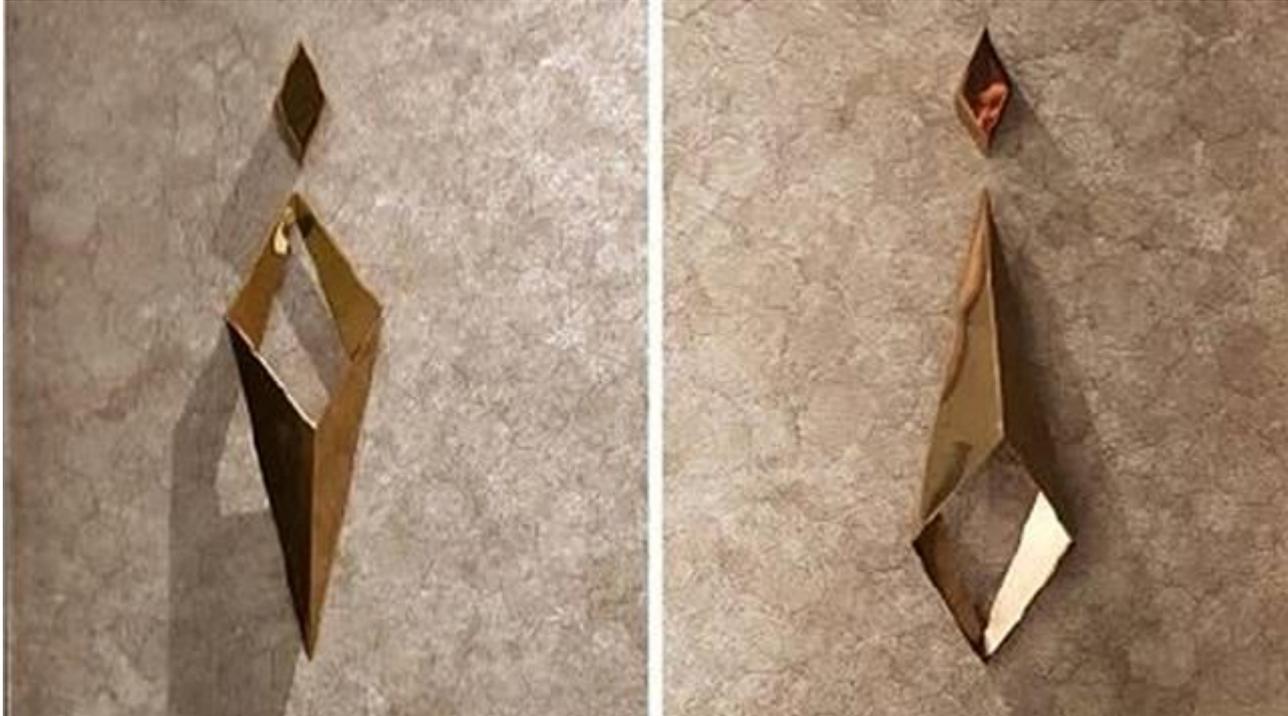
語言符號都沒有意義 -----

除非認知者賦予意義！

Impossible -→ I'm possible

泰廁所標誌太難懂

https://today.line.me/TW/pc/article/GGXZj6?utm_source=lineshare (封面圖／翻攝自《泰國頭條新聞》微博)



You are **RIGHT!**



數學語言 概念= (情境、不變性、表徵)

- 你如何用一種讓大家都理解的方式，去解釋COMPLETE和FINISHED之區別？
- (2012英國倫敦語言大賽題目)
- When you marry the right woman, you are COMPLETE.
- 娶對老婆，一輩子成功。
- When you marry the wrong woman, you are FINISHED.
- 娶錯老婆，一輩子完了。
- And when the right one catches you with the wrong one, you are COMPLETELY FINISHED
- 當老婆抓到你和小三，你就徹底完蛋！
- <圭亞那選手 Samsunder Balgobin>

TIMSS

成就	2003	2007	2011	2015
四年級	4	3	4	4
八年級	4	1	3	3

不喜歡 學數學	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	38%VS 19%	56%VS 38%
學數學沒 有自信	四 年級	八 年級
台灣VS 國際平均	46%VS 23%	60%VS 43%
認為數 學無用		八 年級
台灣VS 國際平均		41%VS 13%

MATH-PLC (Professional Learning Community)

數學領域專業學習社群 共同學習 \leftrightarrow 樂於教學
Learning Together, Enjoying Teaching

- 數學知識
- 教學知識
- 學生知識
- 數學教學知識
- 數學教學
- 專業論辯能力
- 太魯閣砂卡噹步道. 榮膺全球十大必遊景點



<http://forestlife.info/Onair/096.ht>

人為什麼工作?

- 《哈佛商業評論》
- 人們不得不工作
- 工作是為了賺錢
- 《經營中的人性》(MIT道格拉斯·麥格雷戈教授)
- **使命感比金錢和懲罰更有效**
- 《超越表現:機構如何樹立競爭優勢》
- (賓夕法尼亞大學斯科特·凱嘯教授&科林·普林斯教授)
- 向員工啟發**使命感**找到**工作意義**之所在
- 《哈佛商業評論》
- **平凡的工作也有意義**

英國喜劇演員Daniel Sloss 『拼圖理論』：我們的社會讓人覺得，如果你沒有和某個人在一起，你就是不完整的。
(在Ntflix的<Jigsaw and Dark>節目分享)

What's wrong with you?

- Necrosis
- Illness
- Pathology

What's right with you?

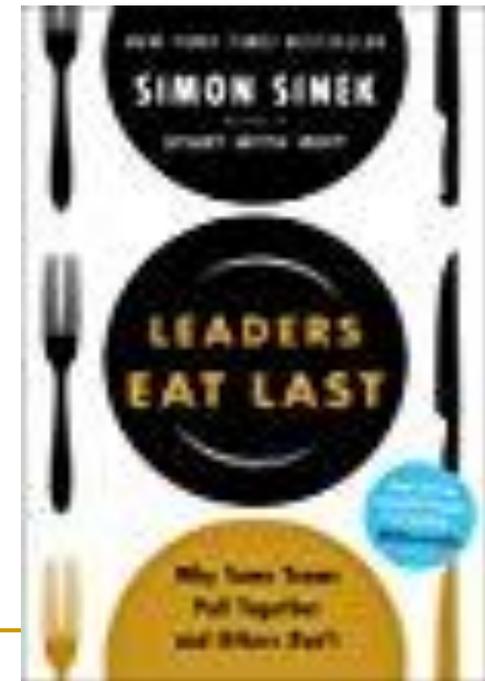
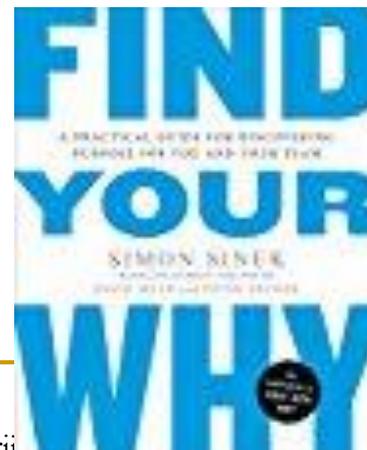
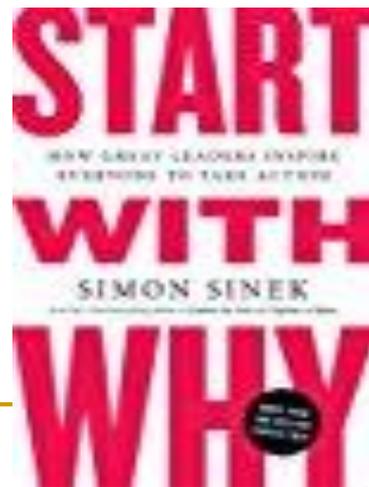
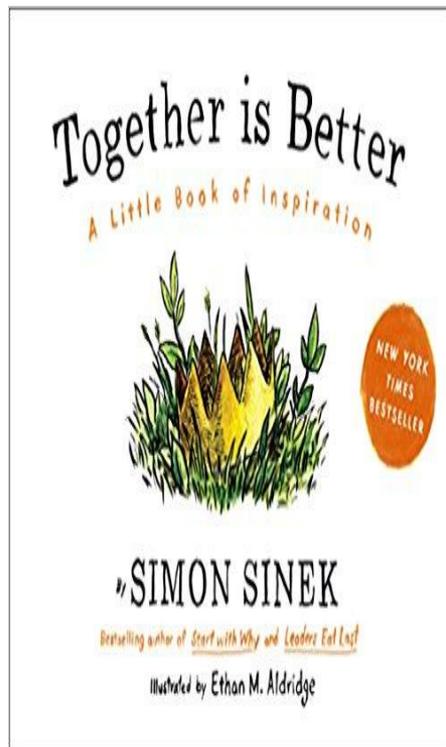
- Enagement
- Meaning
- Life Satisfaction

Together Is Better: A Little Book of Inspiration

Leaders Eat Last: Why Some Teams Pull Together and Others Don't

Start with Why: How Great Leaders Inspire Everyone to Take Action

Find Your Why: A Practical Guide for Discovering Purpose for You and Your Team



Find your WHY

Share The Golden Circle:

■ Simon Sinek's WHY

To inspire people to do the things that inspire them **so that**, together, we can change our world.

我想激勵別人去做感召他(她)們的事，這樣一來，我們就會改變這個尸`ㄩ一せ`。

■ My WHY

把握當下，珍惜這裡，做自他貴人!

Be valued as well as valuable!

慈悲喜捨 / 平安喜樂

做就對了！

Just do it !

有 心

+

用 心

+

耐 心

>>>

信 心
NITUE drijchang



謝意與敬意

得緣惜緣

有情有意

盡心盡力



大家一起為台灣數學教育打拼

dr.ijchang@gmail.com