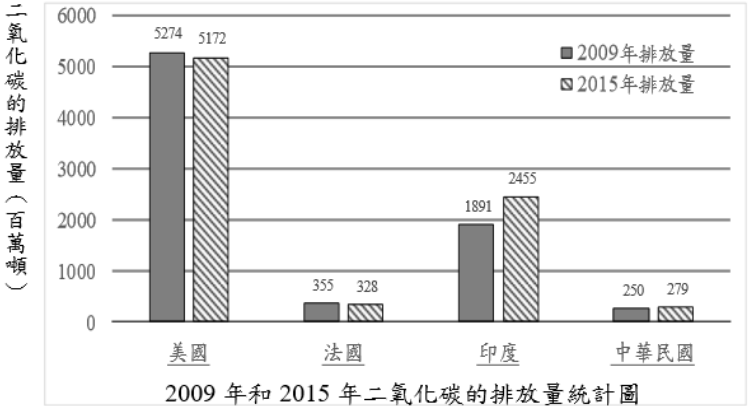


新北市 106 學年度國小數學檢測非選擇題學生解題分析及教學建議報告

一、試題內容及評閱規準：

分年細目	5-n-14 能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。		知識向度	概念理解
評量內涵	能理解比率的意義並正確計算比率進行判斷		認知層次	應用
試題內容	<p>有一個長條圖顯示幾個國家在 2009 年和 2015 年二氧化碳的排放量，如下圖：</p>  <p>2009 年和 2015 年二氧化碳的排放量統計圖</p> <p>哪一個國家從 2009 年到 2015 年二氧化碳排放量<u>減量</u>的比率最多？寫出你的理由。</p>			
評閱規準	類別	評閱說明	評閱舉隅	
	2A	先由圖中判斷減量的國家，再計算這些國家減量的比率，並正確判斷比率減量最多的國家。	<p>只有美國和法國減量 $5274 - 5172 = 102$ $102 \div 5274 \div 1.9\%$(或 0.02) $355 - 328 = 27$ $27 \div 355 \div 7.6\%$(或 0.08) 因為 $7.6 > 1.9$，所以法國的減量比率最多。</p>	
	2B	先由圖中判斷減量的國家，再計算這些國家 2015 年排放量相比於 2009 年排放量的比率，並正確判斷比率減量最多的國家。	<p>只有美國和法國減量 $5172 \div 5274 \div 98\%$(或分數表示) $328 \div 355 \div 92\%$(或分數表示) 因為 $98\% > 92\%$，所以法國的減量比率最多。</p>	
	2X	答題及說明皆正確，但不屬於 2A 或 2B		
	1A	正確判斷減量比率最多的國家，但僅會計算減量部分，卻不知應取何	<p>只有美國和法國減量 $5274 - 5172 = 102$ $355 - 328 = 27$</p>	

		者為整體量來計算減量的比率	$102 \div 10000$ (或 1000) $=0.0102$ (或 0.102) $27 \div 1000$ (或 100) $=0.027$ (或 0.27) $0.027 > 0.0102$ (或 $0.27 > 0.102$)，所以法國的減量比率比較多。 只有美國和法國減量 $5274 - 5172 = 102$ $355 - 328 = 27$ $102 \div 6000 = 0.017$ (以總軸上高於 5274 的標示 6000 為整體量) $27 \div 1000 = 0.027$ (以總軸上高於 355 的標示 1000 為整體量) $0.027 > 0.017$ ，所以法國的減量比率比較多。
	1B	正確判斷減量比率最多的國家，但未說明原因或說明不清楚。	學生未敘寫理由，或看不懂其理由
	1C	正確判斷減量比率最多的國家，但原因錯誤。	學生敘寫之理由明顯有誤
	1X	僅判斷減量比率最多的國家正確，但不屬於 1A、1B 或 1C	
	0A	以減量值最大來判斷，認為美國減量的比率最多。	只有美國和法國減量 $5274 - 5172 = 102$ $355 - 328 = 27$ 因為 $102 > 27$ ，所以美國的減量比率最多。
	0B	以兩年的差量最大判斷，認為印度的減量比率最多。	美國 $5172 < 5274$ ， $5274 - 5172 = 102$ 法國 $328 < 355$ ， $355 - 328 = 27$ 印度 $2455 > 1891$ ， $2455 - 1891 = 564$ 中華民國 $279 > 250$ ， $279 - 250 = 29$ $564 > 102 > 29 > 27$ 所以印度的減量比率最多。
	0C	以總排放量最多判斷，認為美國的減量比率最多。	美國的排放量最多，所以美國的減量比率最多。
	0D	以總排放量最少判斷，認為中華民國的減量比率最多。	中華民國排放量最少，所以中華民國的減量比率最多。
	0E	未正確回答，且沒有理由	學生未敘寫理由
	0X	其他錯誤類型	
	99	空白	

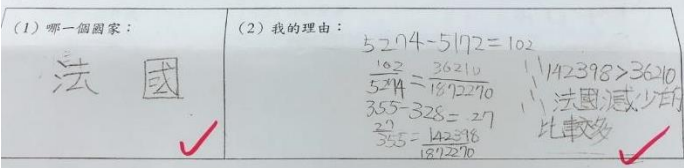
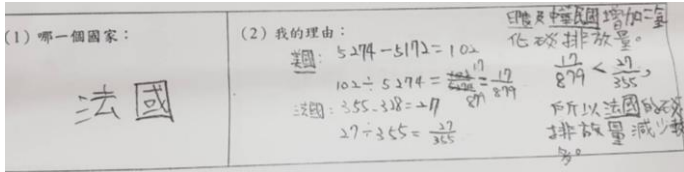
二、評閱結果：

(一)本題學生作答情形

類型	2		1				0							合計
	2A	2B	1A	1B	1C	1X	0A	0B	0C	0D	0E	0X	99	2914人
人數	79	7	7	92	118	12	1012	403	333	186	80	477	108	
百分比(%)	3	0.2	0.2	3	4	0.4	35.2	14	11	6	3	16	4	
人數	86		229				2599							
百分比(%)	3.2%		7.6%				89.2%							

依上表可看出近九成的學生得分均為 0 分，只有極少數的學生得 2 分，不到一成的學生得 1 分。得分 2 分的學生佔 3.2%，其中幾乎都是屬於 2A 類型的，也就是能正確讀懂統計圖中減量的意涵，並能掌握比率的意義進行運算而進行正確判斷。得 1 分的學生佔 7.6%，雖然都能回答「法國」，但其中大約半數學生是理由未敘寫清楚，另外半數則為理由說明有誤。至於得 0 分的學生佔 89.2%，其中有約半數的學生僅以減少最多的數量進行判斷而回答「美國」；少部分學生未能在複雜統計圖中理解減量的意義，僅利用差量最多來判斷而回答「印度」；少部分學生僅由統計圖中看數量最多或最高者，作為減量最多的答案而回答「美國」；其餘的學生則未依題意解題，而以其生活經驗或個人直覺回答。

(二) 學生答題類型分析

得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
2	2A		先由圖中判斷減量的國家，再計算這些國家減量的比率(百分率或小數表示)，並正確判斷比率減量最多的國家。
			先由圖中判斷減量的國家，再計算這些國家減量的比率(大約的分數表示)，並正確判斷比率減量最多的國家。

	2B		<p>先由圖中判斷減量的國家，再計算這些國家2015年相對於2009年排放量的比率，並正確判斷比率減量最多的國家。</p>
1	1A		<p>正確判斷減量比率最多的國家，但僅會計算減量部分，卻不知應取何者為整體量來計算減量的比率（將整體量自定為以百、千、萬為單位）</p>
	1B		<p>正確判斷減量比率最多的國家，但未說明原因或說明不清楚。</p>
	1C		<p>正確判斷減量比率最多的國家，但原因錯誤。</p>
0	0A		<p>以減量值最大來判斷，認為美國減量的比率最多。</p>
	0B		<p>以兩年的差量最大判斷，認為印度的減量比率最多。</p>

	0C		以總排放量最多判斷，認為美國的減量比率最多。
	0D		以總排放量最少判斷，認為中華民國的減量比率最多。
	0E		未正確回答，且沒有理由
	0X		其他錯誤類型

1. 學生多元解題類型：

從學生獲得 2 分的作答類型中，可看出學生在作答上不同層次的思維。此類學生大部分都能先從題意中判斷減量的意思，並從圖中排除增量的國家，選定美國及法國進行運算。在進行預試施測時，有發現部分學生會將四個國家的數據全都進行運算，再判斷減量最多的國家，但在運算的過程中容易因為產生錯誤而影響後續的判斷（此次正式施測未發現此類型學生）。而在正確判斷減量而排除增量的國家後，這些學生接下來的做法可區分為 2A 及 2B 類型：2A 類型的學生會直接以減少的量計算比率；而 2B 類型的學生則先計算 2015 年相對於 2009 年排放量的比率，再計算減少的比率。

其中比較值得提出來討論的是學生計算比率的做法，做法大致可分為兩類：精算及估算。因為本題的統計數據係依實際數據呈現，對學生而言是較為複雜的數字，若學生進行精算，以除法計算為百分率、小數（例： $102 \div 5274 \div 1.9\%$ （或 $0.01934\cdots$ ））或通分為同分母分數的形式（ $\frac{102}{5274} = \frac{36210}{1872270}$ ， $\frac{27}{355} = \frac{142398}{1872270}$ ）都是非常複雜的計算；反之，若學生能透過估算的方式，將兩複雜的數字寫成分數形式，並以大約的分數大小用數感進行大小比較，此方式除了可避免複雜的除法運算，也不需進行複雜數字的通分過程。但從學生的作答表現中可看出，能運用估算來進行判斷的學生非常少，這也看出學生們習慣看到數字就要做精算，而忽略或是無法運用已學的估算或關係來判斷分數的大小。這在後續的延伸教學上，讓學生透過估算的作答類型看到可利用數感來進行判

斷，是評量後相當有意義的教學討論。

2. 學生常見錯誤類型：

在學生獲得 1 分的作答類型中，除了 1A 類型的學生有明顯的錯誤概念，其餘大部分學生都是 1B 及 1C 類型，幾乎都是原因回答不清楚，不然就是理由錯誤卻得到正確答案。其中從 1A 類型的學生作答中可以發現，這類學生能判斷哪些國家減量並正確計算出差量(比率中的「部分量」)，但是卻無法判斷應該取哪一個數據來做為計算減量比率的「整體量」(有一類學生以統計圖縱軸上的標示當作整體量，將計算美國減量比率時的整體量定為 6000，而計算法國減量比率時的整體量定為 1000；另一類學生則自訂以百、千、萬為單位做為整體量的標準，如美國排放量 5274 則整體量取為 10000，法國排放量 355 則整體量取為 1000)。這需要老師在後續教學討論中再回到比率的意義中，來解釋減量的比率所代表的整體量其意涵。至於 1B 及 1C 類型的學生，可能平時在課堂上明顯缺少用數學語言表達溝通解題過程的練習，所以到了需要寫下解題想法時無法完整說明自己的思考內容或是不知如何表達，缺乏溝通的能力。

至於獲得 0 分的錯誤類型主要可區分為四類：以減量值最大來判斷、以差量最大判斷、以總排放量最多判斷、以總排放量最少判斷。其中最多的錯誤類型為以減量值最大來判斷為「美國」，忽略或是根本不清楚比率的意義，只直接計算減少的排放量進行比較。這類型的學生占最多部分，他們知道減量的意義，卻不明白比率的意義，在學習的過程中可能學會比率計算的公式，但並未真正的理解比率是部分量與整體量之間的關係，所以在統計圖中無法明顯看出計算比率的數據而忽略。其次明顯的錯誤類型為以差量最大進行判斷為「印度」，他們未能從統計圖中看出減量的意義、同時也忽略或不理解比率的意義。這類型的學生除了前述中並未真正的理解比率是部分量與整體量之間的關係外，對於複雜統計圖的報讀是產生困難的。另外，也有不少學生錯誤類型是以統計圖中數量最多最高的「美國」或統計圖中數量最少最低的「中華民國」作為答案。這類學生對於題意與統計圖報讀資訊之間的關係產生困難，對於題意中「減量的比率最多」在統計圖的資訊中只判斷「最多」而回答「美國」或將「減量最多」視為變成最少而回答「中華民國」，對「減量」以及「比率」無法理解而直接忽略，這群學生應加強題意與複雜統計圖資訊報讀之間的連結。

三、評量內涵及本題的教學建議：

(1) 比率的教學應重視「部份/整體」之意涵

比率教學的前置經驗為分數概念，用分數表示整體中部分的「比率」是分數課題之一。國小的比率教學著重在「部份」與「整體」的關係，大多數情境強調的是部分

佔全體的多寡與其表示法，所以教學時在學生尚未穩固兩量關係所代表的比率意涵以及分數表示法時，不宜快速進入到計算公式(部分量÷整體量＝比率)。當學生對比率的認知僅為「部分量÷整體量＝比率」的計算公式時，容易忽略比率的意涵(「部份」與「整體」的關係)，變得只強調計算出比率的除法運算，這不利於學生建立比率初始概念時的學習。

老師應提供多樣的情境，強調比率在生活應用中所存在的需求感以及呈現「部份」與「整體」關係的分數表示法，待學生對比率意涵清楚後，再引入比率的計算公式以進入百分率的認識。百分率是最常用的比率表示法，學童應理解其意義、記法與應用，知道100%就是1，也就是全部。而學生要將比率轉化為百分率時，「部分量÷整體量＝比率」的計算公式才有其學習需求。

(2) 判斷複雜長條圖中兩量的關係與減量的意涵

報讀複雜長條圖是四年級的學習內容，通常是從統計圖中報讀出基本資訊(如橫軸、縱軸、各項目數量…等)，除了兩量的大小比較外，極少提及從統計圖中找出兩量的關係。而五年級比率的單元則是探討「部份」與「整體」之間的關係，在複雜的統計圖中恰可呈現兩數量間的關係，從檢測結果來看，學生在此部分經驗不足，對於在不同數學主題之間學習的遷移也產生困難，可見數學各主題間的內部連結是相當重要的，教師應幫助學生進行各單元學習概念的整合，而非各單元各自分開學習而未連貫統整。

針對本題而言，統計圖中並未直接出現「部分量」及「整體量」的資訊，需要自行從統計圖中判斷兩量間的關係。教師可以引導學生從本統計圖中觀察何處有2009年及2015年這兩年各國二氧化碳排放量的增加或減少的關係，再來討論題意中何謂「減量」。等學生都理解「減量」的意涵，並從減量的美國及法國這兩個國家中計算出差量後，再引導學生思考如何判斷何者為部分量，而何者為整體量。(就美國而言，原本的排放量是多少?減少的量是多少?是從哪個量減少的?如果要計算減量的比率，整體量應該是何者?而部分量應該是何者?)教師可透過上述提問及討論，引導學生判斷複雜長條圖中兩量的關係與減量的意涵，進而理解計算減量比率時如何判斷部分量及整體量進行解題。

(3) 減量比率的精算與估算

針對本題而言，教師除了要協助學生理解題目中減量比率的意涵外，更重要的是要協助學生從觀察各種作答類型中提升解題的策略。從一開始利用減量的訊息首先排除不需要的資訊，簡化題目的範圍，進而引導學生本題僅需要「判斷」，並非需要精算出數字，所以學生如果可以正確用分數表徵本題「部份」與「整體」之間的比率關

係，再利用學習過判斷異分母分數大小的估算方式(通分的方式已為精算，除了通分外，仍有簡易估算異分母分數大小的方式)，可以快速進行判斷，而免除精算的複雜性及出錯率。但如前部分所述，如果學生對「比率關係」的認知仍僅在「部分量÷整體量＝比率」的計算公式時，則容易直接變成精算，而忽略了比率真正的意涵。這些都是老師在教學上可以帶學生深入討論探究之處。