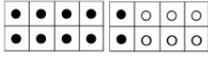
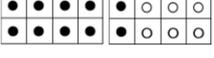
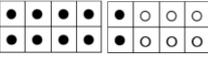
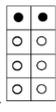
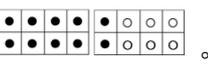


		<p>$1\frac{1}{4}$」及畫出$1\frac{1}{4}$盒，如下圖：</p> 
1A	<p>能正確畫出$\frac{1}{4}$盒，但不能正確計算「$\frac{1}{4} \times 5$」的答案而無法畫出$1\frac{1}{4}$盒的圖示。</p>	<p>一盒鳳梨酥有 8 顆，分成四份，每份有 2 個鳳梨酥，能正確畫出$\frac{1}{4}$盒為  (或 、)，而非  ；但在計算「$\frac{1}{4} \times 5$」時錯誤或在畫出 5 位小朋友共吃多少盒時錯誤。</p>
1B	<p>能正確畫出$\frac{1}{4}$盒，僅能以 2 個鳳梨酥計算 5 位小朋友吃的總數量，但未能以盒為單位正確畫出$1\frac{1}{4}$盒的圖示。</p>	<p>一盒鳳梨酥有 8 顆，分成四份，每份有 2 個鳳梨酥，能正確畫出$\frac{1}{4}$盒為  (或 、)，知道一份有 2 個鳳梨酥，僅能畫出 10 個鳳梨酥(未將內容物轉換成盒的狀況)，無法以盒為單位正確畫出$1\frac{1}{4}$盒的圖示。</p>
1C	<p>不能正確畫出$\frac{1}{4}$盒的圖示，但能正確計算「$\frac{1}{4} \times 5$」的答案，也能正確畫出$1\frac{1}{4}$盒的圖示。</p>	<p>一盒鳳梨酥有 8 顆，分成四份，每份有 2 個鳳梨酥，但將$\frac{1}{4}$盒畫成  或其他錯誤圖示如 、 等；</p> <p>但能計算出「$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$」及正確畫出$1\frac{1}{4}$盒，如下圖：</p> 

1D	不能正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，但能以 2 個鳳梨酥計算 5 位小朋友吃的總數量，並以盒為單位正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒的圖示。	<p>一盒鳳梨酥有 8 顆，分成四份，每份有 2 個鳳梨酥，但將$\frac{1}{4}$盒畫成或其他錯誤圖示如、等；會以一份有 2 個鳳梨酥為單位，計算出 5 位小朋友共吃 10 個鳳梨酥，再將其轉換成「$10 \div 8 =$</p> <p>$\frac{10}{8} = 1\frac{1}{4}$」及畫出$1\frac{1}{4}$盒，如下圖：</p>  。
1E	能正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，但無法正確計算 5 位小朋友吃的總數量，或未正確以盒為單位正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒的圖示。	沒有計算出或畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒，或圖示錯誤。
0A	不能正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，且不能正確計算 5 位小朋友吃的總數量或正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒的圖示。	<p>一盒鳳梨酥有 8 顆，分成四份，每份有 2 個鳳梨酥，但將$\frac{1}{4}$盒畫成或其他錯誤圖示如、等；在計算時錯誤或在畫出 5 位小朋友共吃多少盒時錯誤。</p>
0B	不能正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，僅能正確計算計算出「 $\frac{1}{4} \times 5$ 」的答案，無法正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒的圖示。	<p>一盒鳳梨酥有 8 顆，分成四份，每份有 2 個鳳梨酥，但沒有正確畫出$\frac{1}{4}$盒為（或、）；雖計算出「$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$」但未畫出$1\frac{1}{4}$盒，如下圖：</p>  。
0X	其他錯誤類型，但不屬於上述 0A、0B 類型	
99	空白	

二、評閱結果：

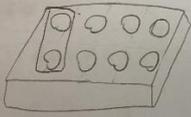
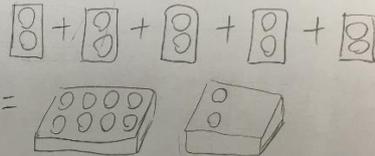
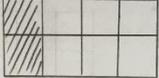
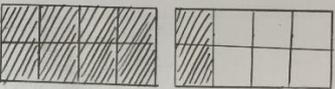
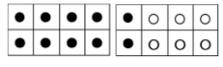
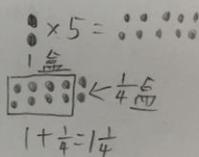
(一)本題學生作答情形

類型	2		1					0				合計
	2A	2B	1A	1B	1C	1D	1E	0A	0B	0X	99	人
人數	61	6	22	8	5	1	8	177	49	33	1	367
百分比 (%)	91%	9%	45%	20%	12.5%	2.5%	20%	68%	19%	12.6%	0.4%	100%
人數	67		40					260				
百分比 (%)	18%		11%					71%				

依上表作答表現，本題約有七成的學生落在 0 分，二成的學生為 2 分類型，一成的學生為 1 分類型。2 分類型的學生能掌握分數為多個個物的分數意涵，並能正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，理解分數的整數倍運算及正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒；1 分類型的學生中大多數的學生雖能掌握分數為多個個物的意涵也能正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，但卻在分數的整數倍運算上出現誤用分數乘法口訣「分子乘分子，分母乘分母」來進行分數的整數倍的運算，如「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$ 」或「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{20}$ 」，其中有少數學生僅能正確計算分數的整數倍，卻無法正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒或 $1\frac{1}{4}$ 盒或沒畫出；0 分類型的學生大多數會以單一個物的方式來畫本題的 $\frac{1}{4}$ 盒，可看出學生無法掌握分數為多個個物的意涵，因此無法正確畫出本題 $\frac{1}{4}$ 盒和 $1\frac{1}{4}$ 盒，其中亦有部分學生在分數的整數倍運算時，也出現誤用分數乘法口訣「分子乘分子，分母乘分母」來進行分數的整數倍的運算的情形。

(二) 學生答題類型分析

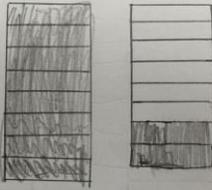
得分	類型	解題範例(學生作答照片)	解題類型分析
2	2A		<p>能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；並計算出「$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$」及正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒。</p>

	<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p>  <p>A: $1\frac{1}{4}$ 盒</p>		
2B	<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p>  <p>$\frac{2}{8} \times \frac{1}{4} = 2$ $2 \times 5 = 10$ $10 - 8 = 2$ 8 顆滿 1 盒，所以多出的 2 顆是 $\frac{2}{8}$ 盒</p> <p>A: $1\frac{2}{8}$ 盒</p>	<p>能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；透過一份有 2 個鳳梨酥為單位，計算出 5 位小朋友共吃 10 個鳳梨酥，再將其轉換成</p> <p>「$10 \div 8 = \frac{10}{8} = 1\frac{2}{8} = 1\frac{1}{4}$」</p> <p>及畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒，如下圖：</p> 	
	<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> <p>$\frac{2}{8} \times 5 = \dots$</p>  <p>$1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$</p> <p>A: $1\frac{1}{4}$</p>		
1A	<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> <p>$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{20} = \frac{1}{5}$</p>	<p>能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；但在計算 5 位小朋友共吃多少盒鳳梨酥時計算錯誤或畫圖錯誤或忘記回答答案。</p>	
1	1B	<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p>  <p>A: 10 個</p>	<p>能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；以 5 位小朋友吃的個數當答案。</p>

畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：



(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：



A: $1\frac{2}{8}$ 盒

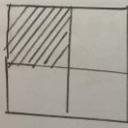
1C

不能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；能計

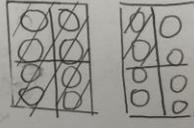
算出「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ 」及

正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒。

(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：



(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：



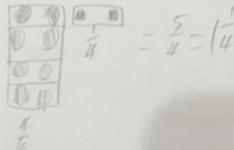
A: $1\frac{1}{4}$ 盒

1D

(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：



(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：



不能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；透過

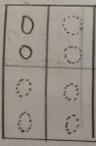
一份有 2 個鳳梨酥為單位，

計算出 5 位小朋友共吃 10

個鳳梨酥及畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒。

1E

(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：



(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：

$$\frac{1}{4} \times 5$$

$$= \frac{5}{4}$$

$$= 1\frac{1}{4}$$

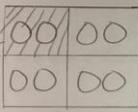
A: $1\frac{1}{4}$ 盒

(1) 能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；並計

算出「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ 」

但未畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒。

(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：



(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：

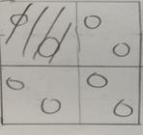
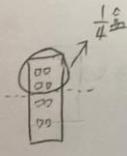
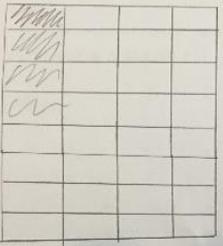
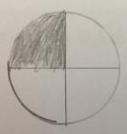
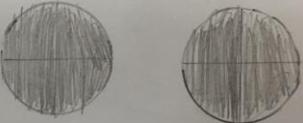
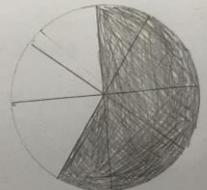
$$1 \text{ 位} = 1 \div 4 = 0.25$$

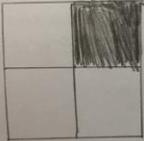
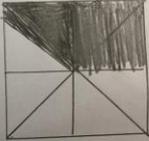
$$0.25 \times 5 = 1.25$$

A: 0.05 盒

(2) 能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；但在

計算 5 位小朋友共吃多少盒鳳梨酥時計算錯誤或答案未以盒為單位表示(如 1 盒又 2 個)。

		<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> $\frac{1}{4} \times 8 = 2$ $2 \times 5 = 10$ $\frac{1}{4} \times 10 = \frac{10}{4} = 2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$ <p style="text-align: right;">A. $2\frac{1}{2}$ 盒</p>	
0A		<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> $5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ <p style="text-align: right;">A. $\frac{5}{4}$ 盒</p>	<p>不能正確的畫出 $\frac{1}{4}$ 盒；計算「$\frac{1}{4} \times 5$」錯誤或未畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒或畫錯。</p>
0B		<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> $5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ <p style="text-align: right;">A. $1\frac{1}{4}$ 盒</p>	<p>無法正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒的圖示，僅能計算出 $1\frac{1}{4}$ 盒但未畫出圖示。</p>
0		<p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> <p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> $\frac{1}{4} \times 8 = \frac{8}{4} = 2$  <p>(1) 畫出 $\frac{1}{4}$ 盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p>  <p style="text-align: right;">A. $5\frac{5}{8}$ 盒</p>	<p>不屬於 0A 和 0B 類型。</p>

		<p>(1) 畫出$\frac{1}{4}$盒：</p>  <p>(2) 畫出 5 位小朋友共吃了幾盒？並寫出答案：</p> <p>$5 \div 8 = 0.625$ $0.625 \times 5 = 3.125$</p>  <p>A: 3.125盒</p>	
	99	空白	

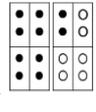
1. 學生多元解題類型：

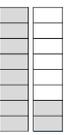
從學生得 2 分的作答類型中，可以發現這些學生雖然都能正確畫出本題的 $\frac{1}{4}$ 盒(單位分數的內容物為多個個物)，部分學生是透過「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ 」進行解題並正確畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒，部分的學生則是算出 $\frac{1}{4}$ 盒內容物的個數，接著算出總個數，再以「 $\frac{10}{8} = 1\frac{2}{8} = 1\frac{1}{4}$ 」來解題。

2. 學生常見錯誤類型：

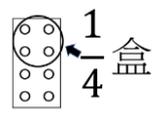
在學生獲得 1 分的作答類型中，有部分學生能正確畫出 $\frac{1}{4}$ 盒也能計算出 $1\frac{1}{4}$ 盒，可是卻忘了畫圖，這些學生能掌握分數的意涵及分數整數倍的概念；有部分學生能畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，也能畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒，卻以內容物的個數(10個)作答；有部分的學生能畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，但在計算 $1\frac{1}{4}$ 盒時計算錯誤或忘記畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒，顯現學生在作答時常因疏忽以致錯誤。在這類

型的學生中，有少數的學生會以內容物為單一個物的方式來畫本題的 $\frac{1}{4}$ 盒(如  或 

或 $\underbrace{\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4}}_{\text{four separate fractions}}$)，但卻能以內容物為多個個物的方式來畫出 $1\frac{1}{4}$ 盒(如  或

)，顯示學生並非不理解內容物為多個個物時分數的圖像表徵，可能是因為分數學習的過程沒有類似的解題經驗所致。

至於獲得 0 分的作答類型中，最多錯誤是以單一個物的方式畫 $\frac{1}{4}$ 盒和 $1\frac{1}{4}$ 盒，其他有部分的學生在進行分數的整數倍的運算時，會誤用分數乘法口訣「分子乘分子，分母乘分母」進行錯誤計算，如「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$ 」或「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{20}$ 」，顯示學生不理解分數的整數倍的運算方式，誤解分數乘法口訣「分子乘分子，分母乘分母」的意思，並產生混淆。也發現部分學生能正確進行分數的整數倍的運算，卻無法正確

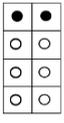
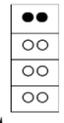
表徵畫出 $\frac{1}{4}$ 盒，而是圈出 8 顆中的 4 顆來表示 $\frac{1}{4}$ 盒(如  $\frac{1}{4}$ 盒)，顯示學生並沒有分數概念，雖然能正確的進行分數的整數倍的運算，也可能只是強記運算法則。

三、評量內涵及本題的教學建議：

透過本題看到了大部份學生對於單位分數的內容物為多個個物的概念是模糊的，教學中較常出現的分數問題多為內容物為單一個物的情境，以致學生在即使是常見的生活情境問題，只是改變了內容物為多個個物的情境，大多數的學生不能正確的畫出本題的 $\frac{1}{4}$ 盒和 $1\frac{1}{4}$ 盒；另外在分數的整數倍的運算也有明顯的迷思概念，學生會以口訣或強記的方式來學習。給教師的教學建議為：

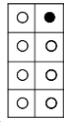
1. 透過分數表徵的多樣化，以理解單位分數內容物為多個個物的意涵：

本題為離散量情境下單位分數內容物為多個個物的分數的整數倍問題，從學生的迷思概念來看，大部分學生認為 $\frac{1}{4}$ 盒就是 4 個中的 1 個，如圖  或 ，並未思考單位分量中內容物個數的問題，雖然知道 $\frac{1}{4}$ 盒是「將 1 盒分成 4 等分，取其中 1 份」的意思，卻可能不了解等分後的「1 份」並非都是 1 個，如本題為「1 盒鳳梨酥有 8 顆」， $\frac{1}{4}$ 盒代表要將 1 盒中的 8 顆等分成 4 份取其中 1 份的意思，而此時其中的「1

份」並不是 1 顆而是 2 顆，所以其 $\frac{1}{4}$ 盒的圖像表徵應該是  或 ，而非 。本題

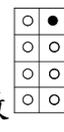
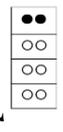
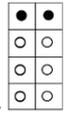
中，大多數學生未思考當單位分數的內容物不再是單一個物，而是多個個物的情形時，題目中 1 盒和 1 顆的關係的關係不一樣了，才出現這類型的作答表現。

就本題情境中的「1 盒鳳梨酥有 8 顆」來看，若問 $\frac{1}{8}$ 盒則為內容物為單一個物的情



境問題，因為 $\frac{1}{8}$ 盒的圖像表徵是 $\begin{matrix} \square & \bullet \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$ ，代表將 1 盒等分成 8 份，每份只有 1 顆的意思；

本題為內容物為多個個物的情境問題，因為將 1 盒等分成 4 份，每份就有 2 顆非 1

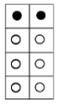


顆， $\frac{1}{4}$ 盒的圖像表徵應為 $\begin{matrix} \bullet & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$ 或 $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$ ，和 $\frac{1}{8}$ 盒的圖像表徵 $\begin{matrix} \square & \bullet \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$ 不同，教師可以讓學生透過

本題的 $\frac{1}{8}$ 盒和 $\frac{1}{4}$ 盒的圖像表徵去察覺「1 盒和 1 顆的關係」。

所以，教師在教學布題時，可由離散量的生活情境問題切入，除了常見的單位分

數內容物為單一個物(如 $\begin{matrix} \bullet & \square \\ \square & \square \end{matrix}$)的情境問題外，也應該要有單位分數的內容物為多個個



物(如 $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$ 、 $\begin{matrix} \bullet & \bullet \\ \square & \square \\ \square & \square \\ \square & \square \end{matrix}$)的情境問題，讓學生能察覺內容物的個物數量對整體 1 與部份 1 (如 1 盒和 1 顆)的關係的影響，進而理解單位分數內容物為多個個物的意涵。

2. 配合題意加強分數的單位概念

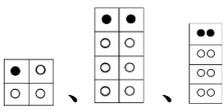
由本題學生評量結果，發現大多數學生對於整體 1 的單位不清楚，所以在教學時應注意在報讀分數時要連其單位一起讀出，不可以省略不讀，並引導學生找出整體 1 的單位為何，以幫助學生了解所報讀分數代表的意義。如「1 瓶 240 毫升的牛奶，哥哥喝了 120 毫升，哥哥喝了多少瓶牛奶？」，依題意計算 $120 \div 240 = \frac{120}{240} = \frac{1}{2}$ ，而所算出的 $\frac{1}{2}$ 其單位是瓶而非沒有單位或是毫升，所以 $\frac{1}{2}$ 瓶是 120 毫升牛奶(部份)與 1 瓶 240 毫升牛奶(整體 1)的比較結果，多透過這類的生活情境問題的練習，可以幫助學生理解分數的單位概念。

2. 強化「分數的整數倍」概念，並理解分數乘法算式的運算

分數整數倍的教學的前置概念為單位分數的計數： $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{4}$ ……，所以教師可先檢驗學生在整數的整數倍的概念是否清楚，再由整數的整數倍引入分數的整數倍的教學。在分數整數倍教學時可讓學生透過不同的單位分數(如 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ …)計數，如 1 個 $\frac{1}{4}$ 是 $\frac{1}{4}$ ，2 個 $\frac{1}{4}$ 是 $\frac{2}{4}$ ……以此類推，察覺單位分數的個數與分子的關係；再引導學生透過分數加法算式去連結乘法算式來記錄計數的過程，如： $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{2}{4}$ ，讓學生說

明算式中各數字的所代表的意義，如「 $\frac{1}{4}$ 」是被計數的單位分數，「2」則是計數物的個數，所以「 $\times 2$ 」代表有2個計數物就是2倍的意思，而「 $\frac{2}{4}$ 」是2個 $\frac{1}{4}$ 的計算結果也就是2個 $\frac{1}{4}$ 是 $\frac{2}{4}$ 的意思，能幫助學生理解分數的整數倍的乘法算式的意涵，就可以避免誤用分數乘法口訣「分子乘分子，分母乘分母」做錯誤的運算，如「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$ 」或「 $\frac{1}{4} \times 5 = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{20}$ 」。

◆補充說明：「離散量」和「連續量」分數圖像表徵舉隅

$\frac{1}{4}$ 盒「離散量」圖像表徵：

$\frac{1}{4}$ 盒「連續量」圖像表徵：